

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO  
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE  
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LXXV - ANNO CXLVII

(2008)



LIGUORI EDITORE







SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO  
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE  
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LXXV - ANNO CXLVII

(2008)

LIGUORI EDITORE

La pubblicazione è stata resa possibile dai contributi

- della Regione Campania
- della Fondazione Banco di Napoli
- del Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università di Napoli "Federico II"
- del Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca

**N. 75 - Dicembre 2008**

ISSN 0370-3568

Nessuna parte di questa pubblicazione può essere tradotta, riprodotta, copiata o trasmessa senza l'autorizzazione scritta dell'Editore. Il regolamento per l'uso dei contenuti e dei servizi forniti dalla Casa Editrice Liguori disponibile al seguente indirizzo internet:

[http://www.liguori.it/politiche\\_contatti/default.asp?c=legal](http://www.liguori.it/politiche_contatti/default.asp?c=legal)

Fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascuna pubblicazione. Le riproduzioni ad uso differente da quello personale potranno avvenire, per un numero di pagine non superiore al 15% per pubblicazione, solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, via delle Erbe, n. 2, 20121 Milano, telefax 02 809506, e-mail [segreteria@aidro.org](mailto:segreteria@aidro.org)

Direttore responsabile: Carlo Sbordone

© 2008 by Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche

Tutti i diritti sono riservati

Prima edizione italiana Dicembre 2008

Finito di stampare in Italia nel mese di Dicembre 2008 da OGL - Napoli

Autorizzazione del Tribunale di Napoli n. 780 del 14/08/1954

**ISBN-13 978 - 88 - 207 - 4656 - 8**

La carta utilizzata per la stampa di questo volume è inalterabile, priva di acidi, a pH neutro, conforme alle norme UNI EN Iso 9706  $\alpha$ , realizzata con materie prime fibrose vergini provenienti da piantagioni rinnovabili e prodotti ausiliari assolutamente naturali, non inquinanti e totalmente biodegradabili.

## INDICE

|                                                                                                                                                              |        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| P. Cavaliere, P. de Lucia – <i>The Cafiero criterion on a Boolean ring.</i>                                                                                  | pag. 1 |
| R. Sersale – <i>La calce: un prodotto di rilevante interesse industriale.</i>                                                                                | » 7    |
| R. Sersale – <i>I polimeri inorganici ed il loro ruolo nella produzione di calcestruzzi ad alta resistenza e nell'abbattimento dell' "effetto di serra".</i> | » 15   |
| L. d'Onofrio, A. Verde – <i>A note on the existence of the minima of degenerate variational integrals</i>                                                    | » 21   |
| G. Zecca – <i>The boundedness of the maximal operator on variable Sobolev spaces.</i>                                                                        | » 31   |
| F. Ventriglia – <i>Cafiero Theorem for <math>k</math>-triangular functions on an Orthomolecular Lattice.</i>                                                 | » 45   |
| L. Greco, C. Sbordone, C. Trombetti – <i>A note on planar homeomorphisms.</i>                                                                                | » 53   |
| P. Adamo, G. Melisi, A. Sforza – <i>L'inquinamento da polveri sottili (<math>PM_{10}</math>).</i>                                                            | » 61   |
| R. Sersale – <i>Degrado del calcestruzzo in ambiente marino e metodi di prevenzione.</i>                                                                     | » 87   |
| G. Moscariello, A. Passarelli di Napoli, C. Sbordone – <i>Bisobolev mappings and the Beltrami equation in the plane.</i>                                     | » 93   |
| R. Sersale – <i>La risposta del calcestruzzo all'aumento di temperatura, o casualmente al fuoco, e le procedure per mitigarla.</i>                           | » 99   |
| R. Sersale – <i>Il contributo dell'industria cementiera all'attenuazione del cambiamento climatico.</i>                                                      | » 105  |
| S. Rionero – <i>On the nonlinear stability of the critical points of an epidemic SEIR model via a novel Liapunov function.</i>                               | » 115  |
| R. Sersale – <i>Cementi compositi ed attacco solfatico.</i>                                                                                                  | » 131  |
| B. Panunzi, M. Tingoli – <i>A New and Simple Preparation of <math>Cd(SePh)_2</math>, a Useful Precursor of Quantum Dots Containing Nanoclusters of CdSe.</i> | » 137  |
| C. Tarantino – <i>Arrovian social choices.</i>                                                                                                               | » 141  |
| A. Mazzearella, R. Di Cristo, R. Viola – <i>L'Osservatorio Meteorologico di S. Marcellino – Napoli Centro: i dati dell'anno 2008.</i>                        | » 153  |



# The Cafiero criterion on a Boolean ring

Nota di P. Cavaliere\* e P. de Lucia<sup>†</sup>

Presentata dal socio Paolo de Lucia  
(Adunanza dell' 11 gennaio 2008)

*Key words:* Funzioni non additive definite su anelli booleani, criterio di Cafiero.

**Abstract** - In this note we state an extension of the Cafiero criterion on uniform exhaustivity for functions which are defined on a Boolean ring and attain values in an arbitrary topological space, where no algebraic structure is required.

**Riassunto** - Nella presente nota viene illustrata una generalizzazione del criterio di uniforme esaustività di Cafiero per funzioni definite su un anello booleano ed a valori in un arbitrario spazio topologico, su cui non si richiede nessuna struttura algebrica.

## 1 - Introduction

The nowadays classical Cafiero criterion of uniform exhaustivity [1] deals with a collection of additive set functions defined on a  $\sigma$ -ring and valued in a topological Abelian group.

Different authors have looked into possible widenings of Cafiero's result in more general setting, with respect to the algebraic structure of the domain of the functions (also dropping the additivity assumption) as well as with respect to the range and the properties of them (see, for example, [3, 4, 7]).

Recently, in [6], T. A. Sribnaya has stated a generalized version of the criterion for functions defined on orthomodular  $\sigma$ -complete poset and whose range is an arbitrary Hausdorff topological space.

The purpose of this note is to point out that, because of the required  $\sigma$ -completeness of the orthomodular poset, the results of [6] are easily referable to the Boolean case, but the Sribnaya's approach gives us an hint on how to determine a generalization of Cafiero criterion for functions which are defined

---

\*Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Salerno, via Ponte don Melillo, 84084 Fisciano (Sa), Italy. e-mail: pcavaliere@unisa.it

<sup>†</sup>Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli", Università "Federico II", via Cinthia, 80126 Napoli, Italy. e-mail: padeluci@unina.it

on a Boolean ring and attain their values into an arbitrary topological space, where no algebraic structure is required. Then we deduce from our result a Brooks-Jewett theorem of uniform exhaustivity.

## 2 - Basic definitions and preliminary results

Let  $\mathcal{R}$  be a Boolean ring. In the sequel we always assume that  $\mathcal{R}$  has the *Subsequential Completeness Property* (briefly *SCP*), i.e. for every disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  there exists an infinite subset  $M$  of  $\mathbb{N}$  ( $M \in \mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$ ) such that the supremum of the set  $\{a_k : k \in M\}$  exists, and we will denote it as  $\bigvee_{k \in M} a_k$  (see [2], [5], [7]).

Let  $(\mathcal{S}, \tau)$  be a topological space and  $e \in \mathcal{S}$  a point, arbitrary fixed. In what follows, we employ the notation  $\tau[e]$  to denote a fundamental system of neighbourhoods of the point  $e \in \mathcal{S}$ .

Let  $\mathcal{M}$  be the collection of all functions  $\mu : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{S}$  such that  $\mu(0) = e$ .

We recall that a function  $\mu \in \mathcal{M}$  is said *exhaustive* whenever  $\lim_k \mu(a_k) = e$  for every disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  as well as a sequence  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  of elements of  $\mathcal{M}$  is said *uniformly exhaustive* if  $\lim_k \mu_n(a_k) = e$ , uniformly with respect to  $n \in \mathbb{N}$ , for any disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$ .

For any function  $\mu \in \mathcal{M}$ , we can naturally define  $\tilde{\mu}(a) := \{\mu(b) : b \in \mathcal{R}, b \leq a\}$ ,  $a \in \mathcal{R}$ .

It can be easily proved the following result.

**Lemma 2.1.** *If  $\mu \in \mathcal{M}$  is exhaustive and  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  is a disjoint sequence in  $\mathcal{R}$ , then, for every  $P \in \mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$  and every  $U \in \tau[e]$ , there exists an infinite subset  $M$  of  $P$  such that  $\bigvee_{k \in M} a_k$  exists in  $\mathcal{R}$  and  $\tilde{\mu}(\bigvee_{k \in M} a_k) \subseteq U$ .*

The previous lemma ables us to show that

**Lemma 2.2.** *If  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is a sequence of exhaustive elements of  $\mathcal{M}$ , then, for every  $U \in \tau[e]$ , any disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  admits a subsequence  $(a_{k_i})_{i \in \mathbb{N}}$  such that there exists  $\bigvee_{i \in \mathbb{N}} a_{k_i}$  in  $\mathcal{R}$  and  $\tilde{\mu}_{k_j}(\bigvee_{i > j} a_{k_i}) \subseteq U$  for every  $j \in \mathbb{N}$ .*

**Proof.** Let  $U \in \tau[e]$  and  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ , disjoint in  $\mathcal{R}$ , be given.

Since  $\mu_1$  is exhaustive, by Lemma 2.1, there exists  $M_0 \in \mathcal{I}_\infty(\mathbb{N} \setminus \{1\})$  such that

$$\exists \bigvee_{k \in M_0} a_k \quad (\in \mathcal{R}) \quad \text{and} \quad \tilde{\mu}_1(\bigvee_{k \in M_0} a_k) \subseteq U.$$

Let  $k_1 := \min M_0$ . By Lemma 2.1 again, since now  $\mu_{k_1}$  is exhaustive, there exists  $M_1 \in \mathcal{I}_\infty(M_0 \setminus \{k_1\})$  such that

$$\exists \bigvee_{k \in M_1} a_k \quad (\in \mathcal{R}) \quad \text{and} \quad \tilde{\mu}_{k_1}(\bigvee_{k \in M_1} a_k) \subseteq U.$$

Going on by induction, one can determine an increasing sequence  $(k_m)_{m \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{N}$  and a decreasing sequence  $(M_m)_{m \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$  such that for every  $m \in \mathbb{N}$ :

$$\exists \bigvee_{k \in M_m} a_k \quad (\in \mathcal{R}), \quad \tilde{\mu}_{k_m}(\bigvee_{k \in M_m} a_k) \subseteq U, \quad k_m \notin M_m.$$

By the SCP, the disjoint sequence  $(a_{k_m})_{m \in \mathbb{N}}$  admits a subsequence  $(a_{k_{m_i}})_{i \in \mathbb{N}}$  such that there exists in  $\mathcal{R}$  the supremum  $\bigvee_{i \in \mathbb{N}} a_{k_{m_i}}$ .

Since for every  $j \in \mathbb{N}$  it holds that  $\bigvee_{i > j} a_{k_{m_i}} \leq \bigvee_{k \in M_{m_j}} a_k$ , one has that

$$\tilde{\mu}_{k_{m_j}}(\bigvee_{i > j} a_{k_{m_i}}) \subseteq U \quad \forall j \in \mathbb{N},$$

which ends the proof.  $\square$

We recall that, for any given sequence  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{M}$ , the functions  $\mu_n$  are said *uniformly quasi-triangular* whenever for every  $U \in \tau[e]$  there exists  $V \in \tau[e]$  such that for all  $n \in \mathbb{N}$  it holds

$$a \wedge b = 0, \mu_n(a) \in V, \mu_n(b) \in V \implies \mu_n(a \vee b) \in U;$$

$$a \wedge b = 0, \mu_n(a) \in V, \mu_n(a \vee b) \in V \implies \mu_n(b) \in U.$$

In the following we usually denote the element  $V$  as  $V(U)$ .

It can be proved that

**Lemma 2.3.** *Given a sequence  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  of exhaustive and uniformly quasi-triangular elements of  $\mathcal{M}$ , if*

(C) *for every  $U_o \in \tau[e]$  and for every disjoint sequence  $(b_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  there exist  $k_o \in \mathbb{N}$  such that the set  $\{n \in \mathbb{N} : \mu_n(b_{k_o}) \notin U_o\}$  is finite,*

*then for every  $U \in \tau[e]$  and every disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  such that*

$$(1) \quad \mu_k(a_k) \notin U \quad \forall k \in \mathbb{N},$$

*there exist an increasing sequence  $(k_m)_{m \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{N}$  and a set  $M \in \mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$  such that*

$$(2) \quad \exists \bigvee_{j \in M} a_{k_j} \in \mathcal{R} \quad \text{and} \quad \tilde{\mu}_{k_m}(\bigvee_{j \in M} a_{k_j}) \notin V(U) \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

**Proof.** Let  $U \in \tau[e]$  be given. Since the  $\mu_n$ 's are uniformly quasi-triangular, one can consider  $V_0 := V(U)$  and the sequence  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , where  $V_n := V_{n-1} \cap V(V_{n-1})$ .

By Lemma 2.2, taking subsequences if needed, one has that

$$(3) \quad \tilde{\mu}_m(\bigvee_{k > m} a_k) \subseteq V_1 \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

Moreover, from assumption (C), there exist two natural numbers  $k_1$  and  $n_1$  such that

$$\mu_n(a_{k_1}) \in V_2 \quad \forall n > n_1$$

as well as there exist  $k_2$  and  $n_2$  such that

$$k_2 > \max\{k_1, n_1\}, \quad n_2 > n_1, \quad \mu_n(a_{k_2}) \in V_3 \quad \forall n > n_2.$$

Thus, by induction, one can construct two strictly increasing sequences of natural numbers  $(k_j)_{j \in \mathbb{N}}$  and  $(n_j)_{j \in \mathbb{N}}$  such that for every  $j \in \mathbb{N}$ :

$$(4) \quad k_j > n_{j-1} \quad \text{and} \quad \mu_{k_m}(a_{k_j}) \in V_{j+1} \quad \forall m > j.$$

Since  $\mathcal{R}$  has the *SCP*, there exists  $M \in \mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$  such that there exists  $\bigvee_{j \in M} a_{k_j}$ . Moreover from (3) one infers that

$$(5) \quad \tilde{\mu}_{k_m}(\bigvee_{\substack{j > m \\ j \in M}} a_{k_j}) \subseteq V_1 \quad \forall m \in \mathbb{N},$$

and -from (4)- that

$$\mu_{k_m}(\bigvee_{\substack{j < m \\ j \in M}} a_{k_j}) \in V_1 \quad \forall m \in \mathbb{N}.$$

Hence, by the uniform quasi-triangularity of the  $\mu_n$ , it follows that

$$\mu_{k_m}(\bigvee_{\substack{j \neq m \\ j \in M}} a_{k_j}) \in V_0 \quad \forall m \in \mathbb{N};$$

so, by the hypothesis (1), one can establish that

$$\mu_{k_m}(\bigvee_{j \in M} a_{k_j}) \notin V_0 \quad \forall m \in \mathbb{N},$$

as desired.  $\square$

### 3 - Cafiero criterion

Now we are able to state the main result of this note.

**Theorem 3.1** (*Cafiero*) - Let  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  be a sequence of exhaustive and uniformly quasi-triangular elements of  $\mathcal{M}$ .

Then  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is uniformly exhaustive if and only if the following condition holds

( $\star$ ) for every  $U \in \tau[e]$  and every disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  there exist  $k_o, n_o \in \mathbb{N}$  such that

$$\mu_n(a_{k_o}) \in U \quad \forall n \geq n_o.$$

**Proof.** The necessity of the condition ( $\star$ ) is trivial.

For the sufficiency, we argue by contradiction. Let us assume, by passing to a subsequence if necessary, that there exist  $U_o \in \tau[e]$  and a disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  such that

$$\mu_n(a_n) \notin U_o \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Let  $(P_k)_{k \in \mathbb{N}}$  be a disjoint sequence in  $\mathcal{I}_\infty(\mathbb{N})$  whose elements cover  $\mathbb{N}$ . By Lemma 2.3, for every  $k \in \mathbb{N}$  there exists  $M_k \in \mathcal{I}_\infty(P_k)$  such that

$\exists \bigvee_{j \in M_k} a_j \in \mathcal{R}$  and the set  $\{n \in \mathbb{N} : \mu_n(\bigvee_{j \in M_k} a_j) \notin V(U_o)\}$  is infinite.

The above construction guarantees that the sequence  $(\bigvee_{j \in M_k} a_j)_{k \in \mathbb{N}}$  is disjoint in  $\mathcal{R}$  and that for every  $k \in \mathbb{N}$  the set  $\{n \in \mathbb{N} : \mu_n(\bigvee_{j \in M_k} a_j) \notin V(U_o)\}$  is infinite, but this contradicts the hypothesis ( $\star$ ).  $\square$

**Remark 3.2.-** We explicitly observe that if  $\mathcal{R}$  is a  $\sigma$ -complete orthomodular poset, then every disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$  generates a  $\sigma$ -complete Boolean algebra; so, from Theorem 3.1, the main result of [6] immediately follows.

We end pointing out that the previous Theorem allows to state the following

**Theorem 3.3. (Brooks-Jewett)** - Let  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  be a sequence of exhaustive and uniformly quasi-triangular elements of  $\mathcal{M}$ .

If  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converges pointwise in  $\mathcal{R}$  to a exhaustive element  $\mu$  of  $\mathcal{M}$ , i.e.

$$(6) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \mu_n(a) = \mu(a), \quad a \in \mathcal{R},$$

then  $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is uniformly exhaustive.

**Proof.** Let us consider an open element  $U$  of  $\tau[e]$  and a disjoint sequence  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  in  $\mathcal{R}$ .

Since  $\mu$  is exhaustive, there exists  $k_o \in \mathbb{N}$  such that  $\mu(a_k) \in U$  for every  $k \geq k_o$ . Thus the result follows by the assumption (6) just applying Theorem 3.1 above.  $\square$

## References

- [1] Cafiero, F. (1952) *Sulle famiglie di funzioni additive d'insieme, uniformemente continue*, Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. 12, (8), 155 – 162.
- [2] Constantinescu, C. (1984) *Spaces of Measures*, Walter de Gruyter, Berlin, pp. 444.
- [3] d' Andrea, A. B. and de Lucia, P. (1991) *The Brooks-Jewett theorem on an orthomodular lattice*, J. Math. Anal. Appl. 154, no. 2, 507 – 522.
- [4] de Lucia, P. and Morales, P. (1988) *Some consequences of the Brooks-Jewett theorem for additive uniform semigroup-valued functions*, Confer. Sem. Mat. Univ. Bari No. 227, pp. 24.
- [5] Haydon, R. (1981) *A nonreflexive Grothendieck space that does not contain  $l_\infty$* , Israel J. Math. 40, no. 1, 65 – 73.
- [6] Sribnaya, T. A. (2002) *The Cafiero criterion on an orthomodular partially ordered set. (Russian)*, Vestn. Samar. Gos. Univ. Estestvennonauchn. Ser., no. 4, 23 – 30.
- [7] Weber, H. (1986) *Compactness in spaces of group-valued contents, the Vitali-Hahn-Saks Theorem and Nikodym's Boundedness Theorem*, Rocky Mountain J. Math. 16, no. 2, 253 – 275.

**Acknowledgements:** This research was partially supported by G.N.A.M.P.A. of Istituto Nazionale di Alta Matematica (Italy). We are grateful to Pavel Pták for the valuable and helpful discussions on the subject.



## **La calce: un prodotto di rilevante interesse industriale.**

**Nota del Socio Ord. Riccardo SERSALE.**

(Adunanza del di 11 Gennaio 2008)

**Riassunto.** Vengono passati in rassegna i molteplici impieghi attuali della calce nei settori dell'edilizia ed in quello di comparti industriali nei quali svolge un ruolo di "servizio".

Vengono descritte le caratteristiche costituzionali e l'idoneità alle differenti utilizzazioni delle malte di calce: aerea, idraulica e "bastarda" e l'impiego di calce nei processi di agglomerazione di materiali polverulenti, in quelli di affinazione dell'acciaio, nella depurazione di liquidi e di gas combustibili e, come legante, negli impasti refrattari.

Si sottolineano i meccanismi di azione ed i vantaggi del ricorso alla calce in ciascuno di tali settori d'impiego, al fine di prevenire utilizzazioni improprie.

Parole chiave: Malte. Impieghi vari della calce.

**Summary.** A survey of current and numerous uses of lime in the building industry and in industrial sectors in which plays a "service" role, is the concern of this paper.

Composition characteristics and suitability for different employments of: quicklime, hydraulic limes and cement-lime mortars are discussed, together with uses in powdery minerals pelletizing, steel smelting, liquids and fuels purification and, as binder, in refractory industry.

Action mechanisms and benefits of using lime for these purposes are stressed, in order to prevent from unsuitable applications.

Key words: Mortars. Lime different uses.

La calce è stata con priorità impiegata come legante per la produzione di malte aeree, mediante impasto con inerti di piccola dimensione (sabbie calcaree o silicee). Più tardi è stata utilizzata per la produzione di malte che hanno manifestato anche comportamento idraulico, sia per effetto di miscelazione con sostanze reattive con la calce (pozzolane, "trass") (malte idrauliche artificiali), sia per neoformazione di silicati di bassa basicità e di alluminati, a seguito di cottura di calcari a moderato contenuto d'argilla (malte idrauliche naturali).

Se è certamente vero che l'interesse tecnico di queste ultime ha iniziato un progressivo declino dopo la scoperta del cemento Portland, le malte di calce aerea e quelle idrauliche artificiali conservano tuttora una posizione non trascurabile in campo edile per la preparazione di malte da costruzione.

Calce viva ed idrato occupano inoltre spazi sempre più ampi in settori industriali di notevole rilevanza, con impegno di considerevoli tonnellaggi annui.

Scopo di questa Nota è la compilazione di una rassegna degli impieghi della calce nei settori dell'edilizia ed in quelli industriali nei quali svolge un ruolo vincolante, che ne chiarisca i meccanismi di azione, ne ponga in luce i benefici ed allontani gli inconvenienti che discendono da inappropriate utilizzazioni.

## **Impieghi della calce in edilizia.**

### ***Malte di calce***

Il loro impiego risale al IV secolo a.C. Sono tuttora impiegate per la realizzazione di intonaci interni, per pavimentazioni, per manti impermeabilizzanti e, soprattutto, per legare fra loro gli elementi delle murature e ripartire gli sforzi che essi mutuamente si trasmettono (1). Principalmente per tale attitudine le malte di calce hanno soppiantato quelle di cemento per interventi di restauro di strutture antiche. In tale settore l'uso di cemento si è rivelato potenzialmente pericoloso per l'alta resistenza a compressione che, in luogo di un effetto favorevole, ha ingenerato una sorta di problemi ed anche per una tendenza alla contrazione che è causa di rottura e distacco fra malta di apporto e struttura antica. Le malte di calce, grazie alla presenza di un'ampia zona plastica, possono meglio assorbire gli sforzi, originati da scorrimento viscoso ed effetti termici.

Poiché le malte antiche presentano un'ampia variazione della composizione del legante impiegato, se ne rende necessaria un'accurata caratterizzazione prima di procedere ad interventi di restauro, poiché non soltanto le proprietà chimiche, ma altresì quelle mineralogiche e fisiche, determinano la compatibilità fra malta preesistente e malta di apporto. A tale scopo sono state proposte differenti tecniche di dissoluzione selettiva che consentono, via raggi X, di risalire alla composizione delle fasi maggiori e minori dei leganti impiegati nella preparazione di malte per restauro (2).

### ***Malte aeree.***

Sono costituite da grassello, una massa plastica ed untuosa al tatto, ottenuta per spegnimento della calce con un quantitativo d'acqua in eccesso ( $1,5 \text{ m}^3/500 \text{ kg}$  di calce) rispetto a quello stechiometrico che genera, invece, una polvere minuta, la calce idrata.

La bontà di una calce si valuta con la resa in grassello. Una calce grassa deve denunciare una resa in grassello di almeno  $1,5 \text{ m}^3/\text{tonnellata}$ .

Al grassello, all'atto della messa in opera, viene addizionata una sabbia inerte, la cui granulometria varia in funzione degli impieghi: sabbia assortita per murature, sabbia fine o finissima per intonaci. Il rapporto calce/inerte condiziona la resistenza meccanica. Quando tale rapporto cresce considerevolmente e raggiunge il valore di 2:1, aumenta il numero dei vuoti e la resistenza si abbassa.

Anche morfologia e distribuzione granulometrica dell'inerte influenzano la resistenza della malta. Una morfologia a spigoli vivi, quale quella di inerti calcarei, ne favorisce l'accomodamento nella matrice e la compattezza, ben più di aggregati silicei, tondeggianti.

Una distribuzione dell'inerte compresa fra 0,1 ed 1 mm in malte con rapporto legante inerte 1:1 ed 1:2, ha consentito di raggiungere una resistenza a compressione di  $4 \text{ N/mm}^2$  dopo 400 giorni di stagionatura (3).

È ben noto che tali malte impiegano molti anni per la carbonatazione. Indurimento e manifestazione delle proprietà meccaniche comportano la formazione di calcite finemente cristallizzata, che si origina per carbonatazione dell'idrato.

A brevi stagionature viene eliminato l'eccesso di acqua d'impasto ed ha luogo il ritiro. Quasi in pari tempo inizia il processo di carbonatazione che trasforma l'idrossido di calcio in calcite. A brevi stagionature (28 giorni) il grado di carbonatazione è ancora esiguo e finché la trasformazione dell'idrato in carbonato non è avanzata, la malta è suscettibile di disgregazione da parte dell'acqua. Un notevole incremento delle resistenze a compressione e flessione si registra fra 28 e 365 giorni di stagionatura (3).

Porosità totale, distribuzione delle dimensioni dei pori e superficie specifica influenzano trasporto d'umidità, durabilità delle strutture e proprietà meccaniche. Distribuzione e volume totale dei pori regolano anche la resistenza al gelo.

Le condizioni ambientali regolano dimensione e tessitura dei cristalli di calcite. Un aumento di legante migliora, entro certi limiti, la resistenza, rendendo più compatta la struttura. Il processo di carbonatazione viene facilitato dalla porosità, determinata dall'aumento di legante, con conseguente

innalzamento della resistenza meccanica. Diversamente dalle malte di cemento, le malte di calce più porose denunciano anche resistenza meccanica più alta, grazie all'aumento del grado di carbonatazione che consente alla calcite neofornata di riempire i pori della pasta.

### ***Malte idrauliche.***

Come già sottolineato si distinguono in malte idrauliche artificiali ed in malte idrauliche naturali (o propriamente dette).

### ***Malte idrauliche artificiali.***

Vengono preparate per addizione alla calce di due-tre volumi di prodotto a comportamento "pozzolanico", (vere pozzolane, ceneri volanti, metacaolino, ecc.), per ogni volume di calce.

Il meccanismo d'indurimento è del tutto differente da quello delle malte aeree, poiché il prodotto aggiunto non si comporta da inerte, ma, alla temperatura ordinaria ed in presenza d'acqua, reagisce con la calce per neoformare silicati idrati di bassa basicità ed alluminati idrati che impartiscono comportamento idraulico (vita in servizio anche in ambiente subacqueo) alle relative malte. Il vetro soffiato che costituisce la pozzolana e reca fra i componenti maggiori silice ed allumina, si combina infatti, in maniera pressoché totale, con la calce, formando fasi che impediscono il degrado di strutture destinate a vivere anche sott'acqua.

La resistenza meccanica di tali malte è almeno pari a quella delle malte idrauliche naturali, anche se è suscettibile di significative variazioni, poiché ogni pozzolana richiede un differente quantitativo di calce per manifestare a pieno il massimo di resistenza, che è anche funzione del tipo d'ambiente di vita della struttura. La resistenza chimica è di gran lunga superiore a quella delle malte idrauliche naturali.

L'alto grado d'umidità, e ancor più l'ambiente subacqueo, consentono il passaggio in soluzione della calce, con conseguente formazione di una soluzione satura che facilita, rende cioè più rapido e più compiuto, l'attacco della silice e dell'allumina di costituzione del vetro pozzolanico.

Gli usi più frequenti delle malte idrauliche artificiali sono: malte per murature, più ricche di pozzolana (1 volume di grassello per 4 di pozzolana); malte da intonaco, più povere di pozzolana (1 volume di grassello per 3 di pozzolana). Manifestando ottima compatibilità con il materiale preesistente, sono particolarmente idonee al restauro di opere storiche e vengono largamente impiegate anche per opere marittime, grazie alla resistenza alla disgregazione operata dall'acqua di mare. La pozzolana, combinandosi con la calce, evita la formazione di sali solubili, favoriti dalla presenza di magnesio nell'acqua marina, sali che verrebbero inevitabilmente asportati.

Tutte le malte di calce e pozzolana presentano aderenza alle pietre ed ai laterizi più pronunziata delle malte aeree e le murature, sia in pietrame, che in mattoni, abbondantemente bagnate, risultano resistentissime, come testimoniano i numerosi resti delle costruzioni romane.

Per la preparazione di malte idrauliche artificiali si può anche aggiungere alla calce scoria d'alto forno, basica, granulata, ma, in questo caso, il meccanismo d'indurimento è completamente diverso. Esso è affidato all'azione attivante che la calce esercita sull'idratazione della scoria, dotata di proprietà idrauliche latenti. Tale azione attivante si esplica sia attraverso un impedimento alla formazione di una pellicola di silice gelatinosa che sottrae il granello di scoria all'attacco diretto dell'acqua, sia a seguito di rottura di alcuni legami del reticolo del vetro originario, aprendolo all'azione dell'acqua.

### ***Malte idrauliche naturali.***

Si preparano per cottura di calcari a moderato contenuto d'argilla, a temperatura non eccessivamente superiore a quella di decarbonatazione del calcare, perché essendo l'indurimento del legante affidato, in parte, anche alla ricarbonatazione dell'ossido prodotto, esso risulterebbe poco disposto all'idratazione, perché cotto a morte.

La temperatura di cottura del calcare argilloso si aggira infatti fra 1000-1100°C e, oltre alla decarbonatazione, provoca anche una reazione allo stato solido dell'ossido di calcio con la silice e

l'allumina dell'argilla, con formazione di silicati ed alluminati. Tale combinazione evita che l'argilla eserciti nella calce prodotta una funzione "smagrante", essendo i suoi costituenti non più liberi, bensì combinati in fasi a comportamento idraulico. Nelle calci aeree, la presenza di argilla rappresenta infatti un componente non gradito, perché abbassa la resa in grassello.

I prodotti d'idratazione non differiscono gran che - se non quantitativamente - da quelli che si neoformano per idratazione di malte preparate per miscela di calce aerea e pozzolana nel rapporto 1:3. Silicati ed alluminati di calcio, idratandosi, partecipano all'indurimento e formano una rete nei cui vuoti si accomoda l'idrossido di calcio destinato alla ricarbonatazione. Anch'esso partecipa all'indurimento, poiché solo un'aliquota di calce reagisce con la silice e l'allumina. Tale rete, nei cui vuoti alloggia la calce, conferisce alla malta la resistenza all'acqua (4).

A brevi stagionature (fino a 28 giorni), la resistenza meccanica di malte preparate con calce idraulica naturale, a rapporto legante/aggregato 1:1 od 1:2, è addebitabile, in massima parte, all'idratazione dei silicati ed alluminati di calcio. A medio termine (28-182 giorni), la differenza è ancora contenuta, poiché la carbonatazione della calce è scarsa. A lungo termine (182-365 giorni), il silicato di calcio idrato e la carbonatazione della calce portano tale resistenza a livelli significativi (5).

La malta, preparata con calce idraulica naturale ed inerte, nelle proporzioni: 400 kg di calce per m<sup>3</sup> di inerte, accusa, dopo indurimento, una resistenza a compressione dell'ordine di 2,5-5 N/mm<sup>2</sup>, a seconda del grado d'idraulicità della calce impiegata.

Una distribuzione granulometrica dell'inerte compresa fra 0,1 ed 1 mm innalza la resistenza meccanica della malta.

Un aumento del contenuto di legante aumenta la porosità e favorisce la carbonatazione, con conseguente incremento della resistenza. Un aumento dell'inerte favorisce la formazione di pori più grossi. Lo spegnimento della calce idraulica naturale è più laborioso di quello della calce aerea.

Bisogna idratare il solo ossido di calcio, senza intaccare silicati, alluminati e ferriti, la cui idratazione deve esser rimandata all'atto della messa in opera della malta. Tale risultato si consegue impiegando una quantità di acqua strettamente necessaria (circa 20 litri per quintale di calce) ad idratare l'ossido e, soprattutto, idratando calce in zolle che sarà successivamente macinata. Se si trovano in forma di masserelle, silicati, alluminati e ferriti si combinano con l'acqua con difficoltà.

### **Malte "bastarde".**

Al pari delle calci idrauliche vengono comunemente impiegate per la realizzazione di murature, sottofondi, intonaci.

Si preparano per miscela di calce idraulica, cemento, inerti ed acqua, in proporzioni variabili (1 di cemento, 1-2 di calce idraulica, 4-5 di inerte in volume), secondo la resistenza attesa : 2,5-5 N/mm<sup>2</sup>. (6). Sono dotate di buona plasticità.

Al contrario delle malte cementizie, le malte "bastarde" ad alta percentuale di calce presentano infatti un'ampia zona plastica, che conferisce flessibilità e conseguente assorbimento delle sollecitazioni che gli elementi delle murature mutualmente si trasmettono, originate da cause diverse (scorrimento viscoso, effetti termici, ecc.) (1).

Denunziano resistenza meccanica non molto più alta di quella della calce idraulica ed un minor tempo di presa. Malte con più del 50% di cemento non presentano zona plastica ed accusano comportamento elastico fino a rottura. Notevole influenza sui valori di resistenza meccanica esercita il rapporto legante/inerte. Il passaggio del rapporto legante/inerte da 1:4 ad 1:2, determina un incremento di resistenza prossimo al 40% (6).

Le malte "bastarde" si rivelano anche indicate per il restauro di opere storiche (1).

### ***Impieghi della calce nel settore dei materiali da costruzione.***

Interesse riveste oggi la produzione di mattoni che hanno come costituenti principali i silicati di calcio idrati, neoformati per sintesi idrotermale di sistemi calce-silice-acqua (7).

In relazione alla produzione industriale di mattoni sabbia-calce, è stato recentemente posto in luce che è possibile migliorare la loro resistenza a compressione modificando appropriatamente la composizione della miscela generatrice. Essa consiste nell'introduzione anche di aggiunte minerali, quali: calcare macinato e/o chalcidone, una forma di silice cristallina, che si presenta in concrezioni a struttura fibroso-raggiata e concentrica. È stato rilevato che l'introduzione singola di una delle due aggiunte comporta un modesto incremento di resistenza meccanica, laddove la contestuale introduzione di entrambe, per un effetto sinergico, ne provoca un notevole incremento (8).

Convenienza ha anche la produzione di calcestruzzi cellulari leggeri, impiegati nella prefabbricazione, ottenibili con l'aggiunta di sostanze che sviluppano idrogeno in una mescolanza preformata di calce-silice-polvere d'alluminio, successivamente sottoposta ad indurimento per trattamento in autoclave. Le reazioni tra calce ed aggregati silicei fini vengono in tal modo accelerate e completate, assicurando al manufatto una sufficiente resistenza meccanica.

Tali calcestruzzi hanno densità molto variabile a seconda del dosaggio (da 400 a 1500 kg/cm<sup>2</sup> circa) e resistenze a compressione modeste (da 1 a 4 N/mm<sup>2</sup> circa).

È stato anche proposto di produrre calcestruzzi leggeri cellulari espandendo la pasta di cemento mediante introduzione di una zeolite naturale attivata, la quale, dopo aver adsorbito gas, origina nella miscela indurita, un notevole aumento di volume (9).

Calce viene altresì utilizzata come legante d'impasti per refrattari silicei (Dinas), in luogo di argilla plastica che abbasserebbe la refrattarietà. La calce esercita anche altri effetti positivi: favorisce la trasformazione della silice in tridimite e cristobalite, forma con la silice sali poco fusibili e, andando soggetta a carbonatazione, fornisce all'impasto, nello stadio che precede la cottura, una sufficiente resistenza per operazioni di manipolazione e caricamento nel forno dei pezzi essiccati.

Nell'ingegneria civile la calce trova impiego nella stabilizzazione dei terreni inadatti a sopportare carichi, nonché nella preparazione di massicciate stradali.

### ***Impieghi della calce in processi produttivi.***

Una base come la calce che unisce economicità ad adeguate caratteristiche di processo, trova larga applicazione industriale.

### ***La calce nell'industria siderurgica.***

Sono stati messi a punto i requisiti d'idoneità delle calci impiegate in siderurgia, con particolare riguardo a: composizione chimica, grado di cottura, granulometria, omogeneità del prodotto finito. Adeguata attenzione ha pure ricevuto l'impiego di calci speciali, in zolle o fini, a basso tenore di zolfo, a cottura dolce, classificate.

Il crescente consumo di minerali di ferro in tutto il mondo ed il progressivo esaurirsi delle miniere, ha spinto i siderurgici a rivolgere la loro attenzione al trattamento di minerali poveri, cioè ricchi di ganga. Il loro arricchimento risulta tanto più efficace quanto più spinta è la macinazione, protratta fino ad ottenere particelle di qualche decimo di millimetro. Minerali polverulenti non possono però esser caricati nei forni di riduzione e necessitano di esser agglomerati, così da assumere un'opportuna pezzatura.

Uno dei processi di agglomerazione è il cosiddetto "pelletizing" (pellettizzazione).

Consiste in un trattamento meccanico che trasforma le polveri in palle, delle dimensioni di 2-4 centimetri di diametro. Prevede il mescolamento del minuto di miniera e dei concentrati con un legante (calce viva), in quantità controllata.

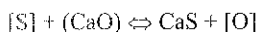
Segue la cottura fino a circa 1300°C che conferisce alle palle la necessaria resistenza meccanica per sopportare le sollecitazioni di trasporto e di caricamento negli alti forni o negli impianti di riduzione.

Anche la preparazione dei letti di fusione negli alti forni richiede largo impiego di calce. Notevole quantità di calce viene assorbita nella defosforazione e desolforazione dell'acciaio.

L'eliminazione del fosforo, proveniente principalmente dalla carica di ghisa, viene realizzata per ossidazione nel corso dell'affinazione dell'acciaio. L'anidride fosforica che si forma passa in soluzione nelle scorie e, con la calce presente in eccesso, può da queste venir fissata con formazione di fosfato tricalcico e tetracalcico.

L'abbassamento del tenore di zolfo presente in soluzione nell'acciaio e proveniente dai materiali di carica e da diverse fonti d'inquinamento, è un altro degli obiettivi del processo di affinamento cui partecipa la calce.

Lo zolfo si ripartisce fra scoria e metallo secondo la reazione:



Il solfuro di calcio, insolubile nel ferro, va ad arricchire di zolfo la scoria. La reazione risulterà tanto più spostata verso destra, quanto più alto il tenore di CaO e più basso il valore di [O].

La calce viene anche impiegata per la produzione di calcio metallico, usato in leghe per cuscinetti, come piombo ed alluminio. Come disossidante di acciai e come riducente di metalli, quali: cromo, torio, zirconio ed uranio, nonché per eliminare alcuni gas residui: azoto ed ossigeno.

La calce entra pure nella produzione di magnesio metallico, le cui fonti sono quasi esclusivamente acqua di mare e dolomite.

L'acqua di mare viene trattata con calce per precipitare l'idrossido di magnesio che, separato ed essiccato, viene trattato con soluzione d'acido cloridrico che lo trasforma in cloruro. Recuperato per cristallizzazione, viene sottoposto ad elettrolisi ignea per ottenere magnesio metallico.

#### ***La calce nell'industria del vetro.***

Circa il 90% del vetro prodotto rientra nella classe dei vetri sodico-calcici. Nella loro composizione entra la calce che esercita una funzione stabilizzante (10), (11).

#### ***La calce nell'addolcimento delle acque.***

Fra i processi di precipitazione idonei ad abbattere la durezza delle acque, il più comune e più semplice normalmente eseguito è quello alla calce e soda. Si compie aggiungendo all'acqua da depurare, insieme al carbonato sodico, anche un certo quantitativo di idrossido di calcio, cui è affidato il compito di eliminare la durezza temporanea.

#### ***La calce nell'industria saccarifera.***

Riveste una notevole importanza e deve contenere pochi incotti, idratarsi rapidamente, non recare più dell'1% di silice e, in totale, non più di 1-2% d'impurezze. L'epurazione classica dei sughi zuccherini greggi si compie con latte di calce, anche se talvolta si ricorre all'ossido. Un componente abbondante, quale l'acido ossalico, si elimina bene come ossalato di calcio. Altri anioni che danno sali di calcio insolubili sono: solfati, fosfati, tartrati, malati e citrati. All'alcalinità che si raggiunge si devono poi la precipitazione del ferro e dell'alluminio, la decomposizione dei sali ammoniacali e la decomposizione dello zucchero invertito.

#### ***La calce nella depurazione dei gas combustibili.***

Numerosi sono i processi proposti. I costituenti da allontanare dalle correnti di gas naturale sono di solito: idrogeno solforato ed anidride carbonica (costituenti acidi), per i quali si ricorre spesso a soluzioni di calce, rigenerabili.

#### ***La calce nei settori agricolo e forestale.***

Assolve il compito sia di specie chimica fertilizzante, per facilitare ed accelerare la crescita delle colture, sia di agente di calcinazione dei terreni acidi.

### Conclusioni.

Da questa breve, e forse incompleta, panoramica sui molteplici impieghi civili ed industriali della calce, risalta la rilevanza che una tale base, che associa economicità ad adeguate caratteristiche di processo, riveste in numerosi ed attuali campi di applicazione. Essi vanno dalla produzione di leganti, a quella di materiali da costruzione, dall'agglomerazione di minerali polverulenti, ai processi di affinazione dell'acciaio, dall'addolcimento delle acque, alla depurazione di liquidi e di gas, dalla stabilizzazione dei terreni, alla loro fertilizzazione.

S tratta pertanto di un prodotto molto versatile, la cui flessibilità consente numerose realizzazioni.

### Bibliografia.

1. Sersale R. Malte per il restauro di opere d'arte storiche. Storia dell'Ingegneria. Atti del 2° Convegno Nazionale. Napoli (2008).
2. Mertens G., Madau P., Durinck D., Blanpain B., Elsen J. Quantitative mineralogical analysis of hydraulic limes by X-ray diffraction. *Cement Concrete Res.*, 37, 1524-1530 (2007).
3. Lunas J., Alvarez J.I. Masonry repair lime-based mortars. Factors affecting the mechanical behaviour. *Cement Concrete Res.*, 33, 1867-1876 (2003).
4. Sersale R. Degrado e restauro conservativo delle murature: il ruolo della Chimica Applicata ai materiali da costruzione. *Atti Accad. Pontaniana*, 47, 309-322 (1999).
5. Lanas J., Pérez Bernal J.L., Bello M.A., Alvarez Galindo J.I. Mechanical properties of natural hydraulic lime-based mortars. *Cement Concrete Res.*, 34, 2191-2201 (2004).
6. Arandigoyen M., Alvarez J.I. Blended pastes of cement and lime: pore structure and capillary porosity. *Applied Surface Sci.*, 252, 8077-8085 (2006).
7. Sersale R. La storia della calce dall'antichità ai nostri giorni. *Proc. Intern. Lime Congress. Esagrafica*. 5-22. Roma (1990).
8. Zdzislaw P. Properties of sand-lime bricks containing ground limestone and/or chalcedonite. 12<sup>th</sup> Int. Congress Chemistry Cement. Poster PS T6.084. Montreal, Canada (2007).
9. Sersale R. Impieghi di zeoliti naturali in edilizia. *Atti Accad. Pontaniana*, 60, 289-295 (2006).
10. Sersale R. Silicio, composti e derivati. In: *Trattato di Chimica Industriale ed Applicata*. A. Girelli, L. Matteoli, F. Parisi. Zanichelli Ed. Bologna, 693-809, (1969).
11. Sersale R. Il vetro: primo materiale artificiale? *Atti Accad. Pontaniana, Napoli*, 51, 27-36 (2002).



## **I polimeri inorganici ed il loro ruolo nella produzione di calcestruzzi ad alta resistenza e nell'abbattimento dell' "effetto di serra".**

Nota del Socio ord. Riccardo SERSALE

(Adunanza del dì 01 Febbraio 2008)

**Riassunto.** Viene studiata l'attivazione alcalina di allumosilicati, quali: ceneri volanti, scoria d'alto forno e metacaolino, per la produzione, a costi competitivi, di leganti geopolimerici dotati di caratteristiche di comportamento tecnico superiori a quelle del cemento Portland ordinario, resistenti al fuoco ed alla penetrazione dei cloruri, amici dell'ambiente per l'assai bassa emissione di anidride carbonica.

Se ne discutono: la tecnologia di produzione, la composizione, l'insieme dei parametri che governano la complessa sintesi, le proprietà dei geopolimeri rilevate in scala di laboratorio, i possibili impieghi come calcestruzzo, incapsulamento di residui radioattivi compreso.

Si pongono in luce gli ulteriori passi da compiere perché la tecnologia di sintesi dei geopolimeri possa esser adottata su scala commerciale, per produrre matrici da materiali di risulta fatte su misura per specifiche applicazioni.

Parole chiave: Leganti geopolimerici. Materiali di risulta. Attivazione alcalina.

**Summary.** Alkali activation of industrial aluminosilicate wastes such as: coal ash, blastfurnace slag and metakaolin, for the formation of geopolymer binders with superior chemical and mechanical properties to ordinary Portland cement, fire and chloride penetration resistant, with very small greenhouse footprint and on a cost competitive basis, has been studied.

Geopolymer technology, the whole of the factors affecting the complex synthesis, the geopolymer properties explored on the laboratory scale, the potential applications including the immobilization of radioactive wastes, are discussed.

Subsequent steps for the adoption of geopolymer synthesis on commercial scale, in order to produce tailor-made matrices derived from waste materials for specific industrial applications, are emphasized.

Key words: Geopolymer binders. Waste materials. Alkali activation.

Nell'industria cementiera le ceneri volanti (1), la scoria d'altoforno granulata (2) ed il metacaolino (3), sono stati per lungo tempo, e lo sono tuttora, impiegati per la produzione di cementi di miscela (o composti), di quei leganti, cioè, nei quali una consistente aliquota di clinker di Portland viene rimpiazzata da uno di tali prodotti, al fine di modificarne il comportamento tecnico (4), ridurre emissioni di anidride carbonica e consumo d'energia.

Dalla scorsa decade si va sviluppando una nuova tecnologia che impiega questi stessi prodotti come fonte di allumosilicati, per produrre nuovi leganti ad alte prestazioni, sintetizzabili per semplice trattamento con soluzioni altamente alcaline di silicato od idrato sodico (5) e denominati polimeri inorganici o geopolimeri.

Deve subito però esser chiarito che l'impiego di ceneri volanti, scorie d'alto forno o metacaolino come fonti di allumosilicati per la sintesi di polimeri inorganici, è del tutto distinto dall'uso alternativo come aggiunta minerale al clinker di Portland, poiché la principale fase legante geopolimerica è un gelo di allumosilicato. Al contrario, l'impiego di tali prodotti come aggiunte minerali accresce il tenore di silicati ed alluminati già presenti nel clinker, i quali andranno anch'essi soggetti al normale processo d'idratazione, con neoformazione di silicati ed alluminati di calcio idrati.

Il meccanismo d'azione delle ceneri volanti e del metacaolino in seno al clinker si esplica dunque sostanzialmente in virtù del loro carattere "pozzolanico", dell'attitudine, cioè, a fissare la calce che si libera per idratazione dei principali costituenti del clinker.

L'azione attivante del clinker risveglia invece un prodotto ad idraulicità latente come la scoria d'alto forno (un "clinker" prodotto all'alto forno), attraverso una sorta di apertura del reticolo vetroso e la distruzione della pellicola di silice idrata, che ricoprendo la superficie dei granelli di scoria in contatto con l'acqua, ne impedirebbe l'ulteriore idratazione.

Si apre pertanto una nuova via di utilizzazione di ceneri volanti, scorie d'alto forno e metacaolino, non più soltanto come aggiunte minerali, bensì come prodotti di partenza per la produzione di materiali "ceramici" alternativi, o come leganti a normali ed alte prestazioni.

Materiali prodotti per attivazione alcalina di fonti di allumosilicati costituiscono una famiglia unica di prodotti di natura mista, con proprietà che vanno da quelle caratteristiche dei ceramici e delle zeoliti a quelle del cemento, in funzione della formulazione della miscela di partenza.

Con riferimento all'impiego come cementante, appartenente alla categoria di quelli con scarsa emissione di gas "ad effetto di serra", proprietà caratteristiche sono: il rapido sviluppo di resistenza meccanica, la stabilità dimensionale, la resistenza alla penetrazione dei cloruri ed agli acidi, l'eccellente aderenza agli aggregati del calcestruzzo ed all'armatura.

Il costo di produzione è generalmente di circa il 10-30% più basso di quello del cemento Portland ordinario e calcestruzzi geopolimerici derivati da ceneri volanti possono sviluppare alta resistenza a compressione già nelle prime ore di attivazione alcalina (60-70 MPa dopo 24 ore) (5).

I geopolimeri, una classe di materiali a base di allumosilicati, amorfi ai raggi X, sono generalmente sintetizzabili a temperatura ambiente o lievemente elevata, per reazione fra un allumosilicato polverizzato ed una soluzione concentrata di silicato od idrossido di sodio. Il prefisso "geo" sta a sottolineare l'analogia costituzionale con i prodotti geologici (la pietra naturale, i minerali).

Sono sistemi inorganici a due componenti, uno, solido, che reca  $\text{SiO}_2$  ed  $\text{Al}_2\text{O}_3$  in quantità sufficiente ed in forma reattiva (metastabile, vetrosa), l'altro, una soluzione alcalina attivante che, oltre ad acqua, contiene idrossidi alcalini.

Nel processo di geopolimerizzazione una soluzione alcalina attivante reagisce con una fonte di allumosilicato solido, con indurimento entro minuti e sviluppo molto rapido di resistenza a brevi stagionature, vantaggio che non si paga con la riduzione di resistenza a lungo termine, come talvolta avviene per altri leganti tradizionali.

L'indurimento si determina per effetto della formazione di un reticolo di allumosilicato resistente all'acqua che, amorfo, evolve verso una potenziale cristallinità.

Nel primo stadio della reazione, il solido si discioglie parzialmente per effetto dell'attivante alcalino; in un secondo stadio, più o meno contemporaneo, dalla soluzione condensa il polimero allumosilicatico.

Fonti di allumosilicato come ceneri volanti, scorie d'alto forno granulate, sono molto efficienti come costituenti solidi di sospensioni idonee per reazione geopolimerica, poiché mettono rapidamente a disposizione allumina e silice solubili, dando vita ad un processo di dissoluzione-rigorizzazione-solidificazione che neoforma un polimero inorganico dotato di alta stabilità chimica e termica.

È stato ideato un modello teorico di geopolimerizzazione (6), applicabile in senso generale tanto ai geopolimeri da metacaolino, quanto a quelli da cenere volante, che chiarisce i singoli stadi coinvolti nel rapido e complesso processo.

L'alto livello di calcio della scoria d'alto forno complica ancor oggi il processo, perché il prodotto solido formato per alcali attivazione dipende dal pH ed è una miscela di gelo geopolimerico, fasi di silicato di calcio idrato ed idrossido di calcio.

Il suddetto modello descrive la conversione degli allumosilicati di partenza in una miscela di fasi geliformi e nanocristalline/semicristalline che formano il geopolimero e si basa sulle reazioni che decorrono per alterazione atmosferica dei minerali allumosilicatici in ambiente alcalino, reazioni notevolmente accelerate nelle condizioni richieste dalla geopolimerizzazione.

Il processo di neoformazione del geopolimero parte dagli elementi strutturali tetraedrici  $\text{SiO}_4$  ed  $\text{AlO}_4$ , ognuno legato con quattro vertici con altri tetraedri, in modo tale che i quattro atomi di ossigeno appartengano sempre a due tetraedri contigui, con un rapporto molecolare minimo  $\text{Si}/\text{Al}=1$ .

La carica negativa introdotta nel reticolo dai tetraedri  $\text{AlO}_4$  viene bilanciata dal legame ionico dell'alcali, cosicché esso alla fine si trova inserito in un reticolo che dà vita ad un prodotto amorfo, con manifesta tendenza ad evolvere a zeolite. Per questo la diffrazione dei raggi X pone in luce zeoliti di differente struttura in forma scarsamente cristallina nei geopolimeri più amorfi (7).

È recentemente stato dato alle stampe un lavoro (8) che riporta i valori estremi di composizione di miscele idonee alla produzione di un cemento per calcestruzzo. Tali valori sembrano quelli che essenzialmente comprendono l'intervallo da  $1 < \text{Si}/\text{Al} < 5$ , con rapporti  $\text{Na}/\text{Al}$  non molto distanti da 1. L'esatta collocazione dei terminali dell'intervallo citato dipende ovviamente dalla fonte prescelta di allumosilicato. Scorie e ceneri volanti di classe C (ad alto contenuto di calcio) hanno spesso un basso contenuto di Al, pur producendo un calcestruzzo geopolimerico perfettamente accettabile; il metacaolino ha un alto contenuto di Al e le ceneri di classe F (a basso contenuto di calcio), una quantità approssimativamente intermedia. Comunque, per un comportamento meccanico ottimale è indispensabile che la fase legante geopolimerica abbia un rapporto  $\text{Na}/\text{Al}$  di circa 1 (8).

Un ruolo determinante riveste la scelta dell'allumosilicato di partenza. Benché più di una caratteristica macroscopica dei geopolimeri preparati da differenti fonti di allumosilicato possano apparire simili, lo sviluppo microstrutturale e le proprietà fisiche, meccaniche, chimiche e termiche variano in larga misura principalmente in dipendenza del prodotto di partenza, così come del rapporto  $\text{Si}/\text{Al}$  del gelo prezeolitico e del tipo di catione coinvolto nella reazione di attivazione.

Forti differenze di microstruttura sono infatti state osservate nei geopolimeri sintetizzati da metacaolino e da ceneri volanti di classe F. In quelli da metacaolino è stata posta in luce una microstruttura a pori grossi, che acquista omogeneità con formazione di pori piccoli quando il rapporto  $\text{Si}/\text{Al}$  cresce, con ricadute sul modulo di Young e sull'incremento di resistenza meccanica.

Le differenze nelle proprietà dei geopolimeri ottenuti da differenti materiali di partenza sono evidenti, nonostante le analogie nella struttura molecolare e nella nanostruttura.

I geopolimeri da cenere volante sono generalmente più duri e più resistenti. Ciò porterebbe a pensare che fase legante e meccanismo di reazione siano differenti da quelli dei geopolimeri da metacaolino. È stato però rilevato nella struttura molecolare e nella microstruttura il medesimo legame silicio-alluminio e la medesima fase legante. Il gelo di allumosilicato neoformato dipende non soltanto dalla concentrazione della silice solubile, ma altresì dal grado di polimerizzazione, che a sua volta dipende dall'alcalinità della soluzione.

Probabilmente ciò che caratterizza esattamente un geopolimero è l'avvenuta neoformazione di un prodotto solido allumosilicatico che mantiene la sua integrità agitato in acqua una volta indurito (8), (11).

È stato recentemente dato alle stampe un lavoro (9) che riporta i risultati di uno studio sull'effetto di alte temperature su geopolimeri sintetizzati impiegando metacaolino e ceneri volanti di classe F in un ampio intervallo di proporzioni, impiegando come attivanti soluzioni di sodio silicato o idrossido di potassio, con pari rapporto  $\text{SiO}_2/\text{M}_2\text{O}$ . È stato posto in luce che la resistenza del geopolimero da cenere volante cresce per esposizione ad alte temperature ( $800^\circ\text{C}$ ). Non così per il geopolimero da metacaolino, la cui resistenza, dopo pari esposizione, decresce.

Il diverso comportamento viene attribuito ad una differenza nella distribuzione dei pori.

La porosimetria ad intrusione di mercurio ha rivelato infatti che il geopolimero da metacaolino reca prevalentemente mesopori, mentre quello da cenere volante reca una più alta percentuale di micropori. Un maggior numero di pori minuti, altamente dispersi, si presterebbe meglio a fornire vie preferenziali di fuga di acqua quando il geopolimero viene sottoposto a temperatura, causando minor danno alla matrice. Alla più alta resistenza al fuoco del geopolimero da cenere volante parteciperebbe anche la minor richiesta di soluzione d'impasto, grazie alla morfologia delle particelle di forma sferica che incrementano la lavorabilità, assai più delle particelle appiattite di metacaolino, della finezza e di una sorta di sinterizzazione delle particelle di cenere non reagite. In generale, geopolimeri da metacaolino richiedono maggior quantità di soluzione d'impasto, ciò che incrementa la porosità. Questi ultimi risultano piuttosto cedevoli e sono di interesse per applicazioni come adesivi e rivestimenti.

In generale, i cementi geopolimerici hanno un ritiro per essiccazione minore rispetto al cemento Portland. Esso è in parte attribuibile alla minor richiesta d'acqua recata dalla soluzione d'impasto. Tale acqua non viene strutturalmente legata alla matrice, come si registra nel Portland con la formazione di fasi C-S-H, sicché ogni perdita d'acqua non causa danno alla struttura e rende più alta la resistenza a temperatura. La minor richiesta d'acqua da parte dei cementi geopolimerici rende anche superfluo il ricorso ai costosi superfluidificanti.

La resistenza a temperatura con attivatori a base di potassio risulta generalmente più alta di quella con attivatore sodico (7).

In scala di laboratorio i materiali geopolimerici hanno denunciato le seguenti proprietà (8):

- alta resistenza a compressione;
- buona resistenza all'abrasione;
- resistenza al fuoco fino a  $1000^\circ\text{C}$ ;
- resistenza ad una pluralità di soluzioni di differenti sali e di acidi;
- abbattimento della reazione alcali-aggregato;
- basso ritiro e bassa conduttività termica;
- buona adesione a substrati di calcestruzzo fresco o stagionato, acciaio, vetro, ceramica;
- bassa velocità di penetrazione dei cloruri e protezione dell'armatura per effetto del pH residuo.

Il rapido indurimento discende dall'alta reattività del solido di partenza impiegato. L'alta resistenza finale, dalla reattività del materiale di partenza, dalla concentrazione di alcali della soluzione attivante, dal contenuto di acqua (porosità).

Naturalmente non tutti i cementi geopolimerici denunciano totalmente queste proprietà e non esiste una formulazione di partenza che possa soddisfarle al completo, ma è possibile di volta in volta individuare la formulazione più appropriata che ottimizzi le proprietà desiderate e riduca i costi.

L'appropriata selezione del prodotto di partenza e della composizione della miscela può consentire di prevedere la struttura e le proprietà attese del polimero inorganico.

Come leganti, tali nuovi materiali si raccomandano per durabilità, resistenza meccanica e resistenza al fuoco e per la possibile costruzione su misura del prodotto richiesto. Si raccomandano pure per l'immobilizzazione di cationi radioattivi e/o contaminanti tossici, per la bassa permeabilità e la resistenza all'attacco degli acidi.

Come più sopra già sottolineato, uno dei maggiori vantaggi dei cementi geopolimerici rispetto a quelli tradizionali riguarda la tutela dell'ambiente, per l'assai bassa emissione di anidride carbonica che la loro produzione comporta (8). Non sono infatti previsti stadi di calcinazione ed il consumo di energia, approssimativamente calcolato, risulta inferiore del 60% a quello richiesto dal Portland (9). È stato altresì valutato (8) l'ammontare di anidride carbonica rilasciata dal cemento Portland per tonnellata prodotta, compresa la miscelazione con ceneri volanti o scorie, rilevando che approssimativamente si aggira intorno a 0,815 tonnellate per tonnellata di legante. Pertanto la produzione di leganti geopolimerici in generale può condurre ad una riduzione dell'80% o più delle emissioni relative alla produzione del cemento Portland ordinario.

Grazie alle proprietà di tipo ceramico i geopolimeri denunciano inoltre buona resistenza a temperatura. Il calcestruzzo formulato con legante geopolimerico esibisce infatti resistenza al fuoco superiore a quella del calcestruzzo preparato con cemento Portland. Quest'ultimo degenera ad elevate temperature per effetto di modificazioni chimiche e fisiche e va soggetto a scheggiatura, causa di perdita rapida del copriferro, strato dopo strato, esponendo l'armatura all'azione del fuoco.

I geopolimeri mostrano anche una spiccata attitudine a racchiudere in una capsula ed efficacemente immobilizzare rifiuti radioattivi, quali cesio e stronzio, che vengono chimicamente legati nella matrice, a differenza di quanto si registra con cementi tradizionali, che immobilizzano i rifiuti per semplice azione fisica o debolmente chimica (10).

Anche il comportamento al gelo-disgelo si rivela molto positivo. I geopolimeri hanno infatti dimostrato un assai basso deterioramento allorché sottoposti a cicli di gelo-disgelo. Questa proprietà, unitamente alla resistenza alla penetrazione dei cloruri, si rivela di grande utilità nei climi freddi, dove vengono impiegati sali disgelanti per liberare dal ghiaccio strade di grande comunicazione (8).

Al presente non sono molte le utilizzazioni commerciali dei geopolimeri. Applicazioni speciali sono: parti interne di aerei, compositi rinforzati con fibre di carbonio.

Un sistema a due componenti, con un componente liquido fortemente alcalino, lascia prevedere l'impiego di un tale legante nella prefabbricazione (7). La reazione d'indurimento può esser considerevolmente accelerata dal calore, perché influenza la dissoluzione del solido nel primo stadio della reazione, ciò che consente di controllare il complesso processo con estrema precisione.

### **Conclusioni.**

La geopolimerizzazione si rivela un'altra opportunità di utilizzazione di materiali di risulta allumosilicatici per la produzione di leganti con caratteristiche di comportamento tecnico superiori a quelle del cemento Portland ordinario, resistenti al fuoco, a costo più basso, con bassissima emissione di anidride carbonica. Naturalmente la variabilità di composizione e di reattività delle diverse fonti di allumosilicato impongono un più approfondito studio del complesso dei parametri che presiedono alla sintesi di questi materiali.

Il fatto che i geopolimeri abbiano iniziato ad esser oggetto di intensa ricerca solo nella scorsa decade, non consente ancora di disporre di dati quantitativi sulla loro durabilità, né di Norme relative a requisiti di accettazione. Ciò si impone, se si vuol vincere il carattere conservativo dell'industria delle costruzioni, che saggiamente nutre diffidenza verso materiali non ancora compiutamente sperimentati.

Una più approfondita conoscenza della chimica e della reattività del prodotto di partenza e delle sue ricadute sul meccanismo di reazione e sugli stadi del processo di geopolimerizzazione, permetterà la progettazione di un legante con le proprietà di volta in volta desiderate (12), ottimizzandone il comportamento tecnico ed i costi di produzione.

### Bibliografia.

1. Sersale R. Le ceneri volanti: un prodotto supplementare ancora poco usato nel mondo per la fabbricazione di cementi compositi. *Rend.Acc. Sci. fis. mat., Napoli*, 71, 149-162 (2004).
2. Sersale R., Frigione G. Blastfurnace slag based cementing materials. Eight Canmet/Aci Intern. Conf. on Fly ash, silica fume, slag and natural pozzolana in concrete. Las Vegas, USA, May 23-29 (2004).
3. Sersale R. Il metacaolino eccellente "pozzolana" e materia prima per la produzione di nuovi materiali cementanti. *Rend:Acc. Sci. fis. mat., Napoli*, 69, 27-36 (2002).
4. Sersale R. Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico. *Rend. Acc. Sci. fis. mat. Napoli*, 70, 97-109 (2003).
5. Duxson P., Fernandez-Jimenez A., Provis J.L., Lukey G.C., Palomo A., van Deventer J.S.J. Geopolymer technology: the current state of the art. *Journ. Mater. Sci.* 42, 9, 2917-2933 (2007).
6. Van Deventer J.S.J., Provis J.L., Duxson P., Lukey G.C. Reaction mechanisms in the geopolymeric conversion of inorganic waste to useful products. *Journ. Hazardous Mat., A* 139, 506-513 (2007).
7. Buchwald A. Geopolymere Bindemittel. Teil 1: Was sind Geopolymere? *Zement-Kalk-Gips Intern.*, 60, 12, 78-84 (2007).
8. Duxson P., Provis J. L., Lukey G.C., van Deventer J.S.J. The role of inorganic polymer technology in the development of "green concrete". *Cem Concr Res.*, 37, 12, 1590-1597 (2007).
9. Kong D.L.Y., Sanjayan J. G., Sagol-Crentsil K. Comparative performance of geopolymers made with metakaolin and fly ash after exposure to elevated temperatures. *Cement Concrete Res.*, 37, 12, 1583-1589 (2007).
10. Fernandez- Jimenez A., Macphee D.E., Lachowski E.E., Palomo A. Immobilization of cesium in alkaline activated fly ash matrix. *Journ. Nucl. Mater.* 346, (2-3) 185-193 (2005).
11. Rees C.A., Provis J.L., Lukey G.C., van Deventer J.S.J. ATR-FTIR analysis of fly ash geopolymer gel ageing. *Langmuir*, 23, (15), 8170-8179 (2007).
12. Provis J.L., Lukey G.C., van Deventer J.S.J. Do geopolymers actually contain nanocrystalline zeolites? A reexamination of existing results. *Chem. Mater.*, 17, (12), 3075-3085 (2005).

# A NOTE ON THE EXISTENCE OF THE MINIMA OF DEGENERATE VARIATIONAL INTEGRALS

NOTA DI LUIGI D'ONOFRIO ED ANNA VERDE

*Presentata dal socio Carlo Sbordone  
(Adunanza del 1 febbraio 2008)*

**ABSTRACT** In this note, using an embedding theorem of Sobolev weighted space into Sobolev-Orlicz spaces under minimal assumptions on the weight proved in [DV], we prove the existence and regularity of the minimum of functionals of the Calculus of Variations with growth governed by the weight we consider.

## 1. INTRODUCTION

In this note we announce some results on the existence and uniqueness of the minima of certain functionals of the Calculus of Variations, exploited by the authors in [DV]. Precisely, we consider functionals of quadratic type

$$(1.1) \quad F(v, \Omega) = \int \langle \mathcal{A}(x) \nabla v, \nabla v \rangle dx \quad \mathcal{A}^t(x) = \mathcal{A}(x)$$

where  $\Omega$  is a bounded connected open set in  $\mathbb{R}^n$ . The coefficient matrix is measurable and satisfies the following condition:

$$(1.2) \quad 0 \leq m(x) |\zeta|^2 \leq \langle \mathcal{A}(x) \zeta, \zeta \rangle \leq M(x) |\zeta|^2 \text{ a.e. } x \in \Omega, \forall \zeta \in \mathbb{R}^n, m^{-1}, M \in \mathcal{L}^1(\Omega).$$

Notice that the minimizer of (1.1), denoted by  $u$ , is also a solution to the Dirichlet problem

$$(1.3) \quad \begin{cases} \operatorname{div} \mathcal{A} \nabla u = 0 & \text{in } \Omega \\ u = u_0 & \text{on } \partial \Omega \end{cases}$$

This type of equation is well-known in the literature. When  $0 < \lambda \leq m(x) \leq M(x) \leq \Lambda$ , for some constant  $\lambda$  and  $\Lambda$ , the Hölder continuity of the weak solutions has been established by De Giorgi [D], Nash [N] and Moser [M]. Furthermore higher integrability for  $\nabla u$  was obtained by Bojarski [B] and Meyers [Me]. Murthy and Stampacchia proved the existence, uniqueness and the boundedness of the weak solutions of (1.3) in the isotropic case; that is, assuming that  $M(x) = c m(x)$ ;

with suitable integrability assumptions on  $m(x)$  and  $m^{-1}$  imposed as well, see also [T]. These results were generalized in numerous ways. The most significant generalization of this classical results (see for example [FKS]) has been achieved when the weight  $m(x)$  belongs to the Muckenhoupt class  $\mathcal{A}_2$ . Recall that a nonnegative function  $\lambda$  belongs to the Muckenhoupt class  $\mathcal{A}_2(\Omega)$  if and only if

$$\lambda \in \mathcal{A}_2 \iff \sup_{B \subset \Omega} \int_B \lambda \int_B \lambda^{-1} < \infty$$

where  $B$  is a ball in  $\mathbb{R}^n$ . In the present paper we prove the existence and uniqueness of the minima of (1.1) in a suitable weighted Sobolev space  $\mathcal{W}(\Omega)$  for unisotropic case as stated in (1.2). Then, we consider more general functionals and we obtain a similar existence and uniqueness result.

It is just routine to observe that if the weight is a constant function, then  $u \in \mathcal{L}^{\frac{2n}{n-2}}(\Omega)$  by the classical Sobolev Imbedding Theorem. In our case, the only assumptions  $m, \frac{1}{m} \in \mathcal{L}^1(\Omega)$  allow us to prove some additional regularity properties of a function  $u$  belonging to the weighted Sobolev spaces  $\mathcal{W}(\Omega)$  (see (2.1) for the definition).

## 2. PRELIMINARIES

In this section we describe the main properties of functional spaces to deal with.

**2.1. Sobolev weighted spaces.** Fix a non-negative integrable function  $m = m(x)$  whose reciprocal is also integrable in  $\Omega$ . We introduce the following weighted Sobolev spaces:

$$(2.1) \quad \mathcal{W}(\Omega) = \{u \in \mathcal{W}^{1,1}(\Omega) : \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^2 < +\infty\}$$

$$(2.2) \quad \mathcal{W}_0(\Omega) = \{u \in \mathcal{W}_0^{1,1}(\Omega) : \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^2 < +\infty\}$$

These spaces will be equipped with the norm (see [MS] for more details)

$$(2.3) \quad \|u\|_{\mathcal{W}}^2 = \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^2$$

**2.2. Orlicz spaces.** A function  $A : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  is called a Young function if it has the form

$$(2.4) \quad A(s) = \int_0^s a(r) \, dr$$

where  $a : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  is any increasing left-continuous function. We also assume that  $a$  is neither identically zero nor identically infinite on  $(0, +\infty)$ . The right-continuous inverse of  $A$  is defined on  $[0, \infty]$  by the rule

$$(2.5) \quad A^{-1}(r) = \inf \{s : A(s) > r\} \quad (\inf \emptyset = \infty),$$

thus,

$$A(A^{-1}(r)) \leq r \leq A^{-1}(A(r)) \quad \text{for } r \geq 0.$$

The Young conjugate of  $A$ , denoted either by  $\tilde{A}$  or by  $A^\sim$ , is defined as

$$\tilde{A}(s) = \sup \{sr - A(r) : r > 0\}.$$

Notice that when  $A$  is a Young function so is  $\tilde{A}$  and  $\tilde{\tilde{A}} = A$ .

The following relations hold for any Young function  $A$ :

$$r \leq A^{-1}(r)\tilde{A}^{-1}(r) \leq 2r \quad \text{for } r \geq 0.$$

Moreover,

$$A(s) \leq sa(s) \leq A(2s), \quad \text{for } s \geq 0.$$

Given a Young function  $A$  the Orlicz space  $\mathcal{L}^A(\Omega)$  is defined as

$$\mathcal{L}^A(\Omega) = \left\{ f : \int_{\Omega} A\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right) dx < \infty, \text{ for some } \lambda > 0 \right\}.$$

We supply the Luxemburg norm  $\|f\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)}$  to this space,

$$\|f\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_{\Omega} A\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right) dx \leq 1 \right\}.$$

In this way  $\mathcal{L}^A(\Omega)$  becomes a Banach space. Note that if  $A(s) = s^p$  and  $p \geq 1$ , then  $\mathcal{L}^A(\Omega)$  coincides with the usual Lebesgue space  $\mathcal{L}^p(\Omega)$ , and  $\|\cdot\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)} = \|\cdot\|_{\mathcal{L}^p(\Omega)}$ .

The following generalized version of Hölder's inequality holds:

$$\int_{\Omega} f(x)g(x)dx \leq 2 \|f\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)} \|g\|_{\mathcal{L}^{\tilde{A}\tilde{\lambda}}(\Omega)}.$$

Given a Young function  $A$ , we shall consider the (first order) Orlicz-Sobolev space

$$\mathcal{W}^{1,A}(\Omega) = \{u \in \mathcal{L}^A(\Omega) : u, |Du| \in \mathcal{L}^A(\Omega)\}.$$

This space, equipped with the norm  $\|u\|_{\mathcal{W}^{1,A}(\Omega)} = \|u\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)} + \|Du\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)}$ , is a Banach space. Clearly if  $A(s) = s^p$  with  $p \geq 1$  then  $\mathcal{W}^{1,A}(\Omega) = W^{1,p}(\Omega)$ , the standard Sobolev space.

As usually,  $\mathcal{W}_0^{1,A}(\Omega)$  denotes the completion of  $\mathcal{C}_0^\infty(\Omega)$  in  $\mathcal{W}^{1,A}(\Omega)$ .

It is well-known that the validity of Poincaré-type inequalities and embeddings for space of functions defined in an open set  $\Omega$ , which do not necessarily vanish on  $\partial\Omega$ , depends on the regularity of  $\Omega$ . Let  $E \subset \Omega$  we denote by  $P(E, \Omega)$  the perimeter of  $E$  relative to  $\Omega$ . For  $n \geq 2$  and  $\sigma \geq \frac{1}{n'}$  we set

$$\mathfrak{G}(\sigma) = \left\{ \Omega \subset \mathbb{R}^n : \begin{array}{l} \Omega \text{ is open and there exist positive} \\ \text{numbers } N \text{ and } Q \text{ such that} \\ |E|^\sigma \leq QP(E, \Omega) \text{ for all } E \subset \Omega : |E| \leq N \end{array} \right\}$$

We denote by  $Q_\sigma$  the number that makes the following inequality true

$$\min^\sigma \{|E|, |\Omega - E|\} \leq QP(E, \Omega)$$

for all  $E \subset \Omega$ .

For instance, any open set  $\Omega$  having finite measure and satisfying the cone property belongs to the class  $\mathfrak{G}(\frac{1}{n'})$ . We end this section with the following Imbedding Theorem in Orlicz-Sobolev Space.

**Theorem 2.1** ([C]). *Let  $n \geq 2$  and let  $A$  be a Young function and let  $A_n$  be the Young function defined by*

$$A_n(s) = \int_0^s r^{n'-1} \left( B_n^{-1}(r^{n'}) \right)^{n'} dr$$

where  $B_n^{-1}$  is the (generalized right-continuous) inverse of

$$B_n(s) = \int_0^s \frac{\tilde{A}(t)}{t^{n'+1}} dt.$$

- If  $\Omega \in \mathfrak{G}(\frac{1}{n'})$  is connected and has finite measure, then there exists a constant  $K$  depending on  $A$ ,  $|\Omega|$  and  $Q_{\frac{1}{n'}}$  such that

$$(2.6) \quad \|u - u_\Omega\|_{\mathcal{L}^{A_n}(\Omega)} \leq K \|\nabla u\|_{\mathcal{L}^A(\Omega)}$$

where  $u_\Omega$  is the mean value of  $u$  over  $\Omega$ . If  $\int_0^s \frac{\tilde{A}(t)}{t^{n'+1}} dt < \infty$  then  $K$  depends only on  $Q_{\frac{1}{n'}}$

- For every  $\Omega \in \mathfrak{G}(\frac{1}{n'})$  the continuous imbedding holds

$$\mathcal{W}^{1,A}(\Omega) \longrightarrow \mathcal{L}^{\bar{A}_n}(\Omega).$$

Here  $\bar{A}_n$  is the Young function defined by

$$\bar{A}_n = \begin{cases} A_n(s) & s \geq s_2 \\ A(s) & 0 \leq s \leq s_1 \end{cases}$$

for suitable  $0 < s_1 < s_2$ .

### 3. EMBEDDING OF THE WEIGHTED SOBOLEV SPACES INTO ORLICZ SOBOLEV SPACES

Let us note that given a weight  $m \in \mathcal{L}^1(\Omega)$  such that  $m^{-1} \in \mathcal{L}^1(\Omega)$ , too, we are able to prove that  $m^{-1}$  belongs to a space better than  $\mathcal{L}^1(\Omega)$ . Using this property we can deduce also a degree of regularity for functions  $u \in \mathcal{W}^{1,1}$  with finite energy.

In the following we will consider a symmetric  $n \times n$  measurable matrix satisfying the bounds

$$(3.1) \quad 0 \leq m(x)|\zeta|^2 \leq \langle \mathcal{A}(x)\zeta, \zeta \rangle \leq M(x)|\zeta|^2$$

for a.e.  $x \in \Omega$  and for any  $\zeta \in \mathbb{R}^n$  where

$$(3.2) \quad m^{-1} \in \mathcal{L}^1(\Omega) \quad M \in \mathcal{L}^1(\Omega)$$

The classical embedding of  $\mathcal{W}_0$  into  $\mathcal{W}_0^{1,1}(\Omega)$  expressed by the inequality

$$\|\nabla u\|_{\mathcal{L}^1} \leq \|m^{-1}\|_{\mathcal{L}^1(\Omega)}^{\frac{1}{2}} \left( \int_{\Omega} \langle \mathcal{A} \nabla u, \nabla u \rangle \right)^{\frac{1}{2}}$$

which immediately follows by (3.1), (3.2) can be improved in the Orlicz-Sobolev setting as follows

**Theorem 3.1.** *Let  $\mathcal{A}(x)$  satisfy conditions (3.1) and (3.2). Then for any  $q > 1$  there exists a convex increasing function  $H : [0, +\infty] \rightarrow [0, +\infty]$  satisfying*

$$(3.3) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{H(t)}{t} = +\infty$$

such that

$$(3.4) \quad \|\nabla u\|_{\mathcal{L}^H} \leq 2q^{\frac{2}{q}} \|m^{-1}\|_{\mathcal{L}^1(\Omega)}^{\frac{1}{2}} \left( \int_{\Omega} \langle \mathcal{A} \nabla u, \nabla u \rangle \right)^{\frac{1}{2}}$$

See [DV] for the proof.

To give an idea of how the functions  $H$  and  $G$  are related we have that:

**Example 3.2.** let  $\alpha > 0$ , if we consider  $G(s) = s \log^{\alpha}(s)$  then  $H(t) = t \log^{\frac{\alpha}{2}}(t)$ . Similarly, let  $\alpha > 1$ ; if we take  $G(s) = s^{\alpha}$  then  $H(t) = t^{\frac{2\alpha}{\alpha+1}}$ .

**3.1. Higher integrability.** Let us observe that the better integrability argument applied to the reciprocal of the weight is similar to that already employed in [T]. However, here we are able to give an explicit relation between the higher integrability of  $m^{-1}$  with respect the higher integrability of a function  $u \in \mathcal{W}(\Omega)$ . The novelty of our approach is that the gradient of a function  $u$  belongs to an Orlicz space  $\mathcal{L}^H$  where  $H$  does not depend on  $u$  but just on the reciprocal of the weight. In fact:

**Remark 3.3.** It is just routine to prove that if  $u \in \mathcal{W}(\Omega)$  then  $\nabla u \in \mathcal{L}^H$ ; now we can apply the imbedding Theorem 2.1 to get:

$$u \in \mathcal{W}(\Omega) \implies u \in \mathcal{L}^{\bar{H}_n}(\Omega).$$

In the planar case we have for example:

**Corollary 3.4.** *Let us assume that  $\frac{1}{m} \in \mathcal{L} \lg \mathcal{L}(\Omega)$ , if  $u \in \mathcal{W}(\Omega)$  then  $u \in \mathcal{L}^2 \lg \mathcal{L}(\Omega)$ .*

#### 4. EXISTENCE OF THE MINIMA

Now we are in a position to state the following result:

**Theorem 4.1.** *Under the assumption in (1.2) there exists a unique solution of the following variational problem*

$$(4.1) \quad \min_{u \in \mathcal{W}(\Omega)} \left\{ \int_{\Omega} \langle A(x) \nabla u, \nabla u \rangle : u \in u_0 + \mathcal{W}_0(\Omega) \right\}$$

for any  $u_0 \in \mathcal{W}(\Omega)$ .

*Proof.* We appeal to the direct method of Calculus of Variations. So let  $u_j$  be a minimizing sequence; that is,  $u_j \in u_0 + \mathcal{W}_0(\Omega)$  with

$$(4.2) \quad F(u_j, \Omega) \longrightarrow \inf_{v \in u_0 + \mathcal{W}_0(\Omega)} F(v, \Omega)$$

For any measurable set  $E \subset \Omega$ , using Hölder's inequality, we obtain:

$$(4.3) \quad \int_E |\nabla u_j| \leq \left( \int_E \frac{1}{m(x)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{\Omega} m(x) |\nabla u_j|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \left\| \frac{1}{m} \right\|_{\mathcal{L}^1(E)}^{\frac{1}{2}} F(u_j, \Omega)^{\frac{1}{2}}$$

Since (4.2), we get from (4.3) that the sequence  $\{|\nabla u_j|\}$  is equi-integrable. Hence, by De La Vallée-Poussin Theorem, there exists a subsequence of  $\{|\nabla u_j|\}$ , not relabeled for convenience, weakly converging in  $\sigma(\mathcal{L}^1, \mathcal{L}^\infty)$ .

On the other hand, by the classical Sobolev Imbedding Theorem, we gain a strong convergence in  $\mathcal{L}^1$  of the sequence  $u_j$  and so, up to a subsequence, we get that  $u_j \rightharpoonup u$  weakly in  $\mathcal{W}^{1,1}(\Omega)$

Then, thanks to the lower semicontinuity of the integral functional

$$G(u, \Omega) = \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^2$$

with respect to the weak convergence in  $\mathcal{W}^{1,1}(\Omega)$  we infer that  $u \in u_0 + \mathcal{W}_0(\Omega)$ .

Finally, the weak convergence in  $\mathcal{W}^{1,1}$  guarantees the lower semicontinuity of the functional  $F$  that implies that  $u$  is a minimum. Moreover since the strict convexity of the functional  $F$  we have also the uniqueness.  $\square$

**Remark 4.2.** Regularity for the minimum can be achieved using Remark 3.3 in fact we got that the minimum belongs to the Orlicz space  $\mathcal{L}^{\bar{H}_n}$ .

Nevertheless this result can be formulated and proved in a more general setting.

Let  $f: \Omega \times \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$  be a Carthèodory integrand; that is,

- i)  $f(\cdot, z)$  measurable for every  $z \in \mathbb{R}^n$  and
- ii)  $f(x, \cdot)$  continuous for a.e.  $x \in \Omega$

Let us also assume that

- iii)  $f(x, \cdot)$  is convex for a.e.  $x \in \Omega$ .

We now consider functionals of the type

$$(4.4) \quad \mathcal{F}(u, \Omega) = \int_{\Omega} f(x, \nabla u) dx$$

where we also assume the following  $p$ -growth conditions:

$$(4.5) \quad 0 \leq m(x) |\zeta|^p \leq f(x, \zeta) \leq M(x) |\zeta|^p \quad m, M \in \mathcal{L}^1(\Omega), \quad \frac{1}{m}^{\frac{1}{p-1}} \in \mathcal{L}^1(\Omega)$$

On the analogy to the previous case we consider the following weighted Sobolev Spaces

$$(4.6) \quad \mathcal{W}^p(\Omega) = \{u \in \mathcal{W}^{1,1}(\Omega) : \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^p < +\infty\}$$

$$(4.7) \quad \mathcal{W}_0^p(\Omega) = \{u \in \mathcal{W}_0^{1,1}(\Omega) : \int_{\Omega} |u| + \int_{\Omega} m(x) |\nabla u|^p < +\infty\}$$

Following the same ideas as in the proof of Theorem 4.1 it is just routine to show that

**Theorem 4.3.** *Under the assumption in (i), (ii), (iii) and (4.5) there exists a unique solution of the following variational problem*

$$(4.8) \quad \min_{u \in W} \left\{ \int_{\Omega} f(x, \nabla u) : u \in u_0 + \mathcal{W}_0^p(\Omega) \right\}$$

for any  $u_0 \in \mathcal{W}^p(\Omega)$ .

#### REFERENCES

- [B] Boyarski B.: *Generalized solutions of a system of differential equation of the first order of elliptic type with discontinuous coefficients.* Sb. math. **43** 451-503 (1957).
- [C] Ciauchi A.: *A sharp embedding theorem for Orlicz-Sobolev spaces* Indiana Univ. Math. J. **45** 39-65 (1996).
- [D] De Giorgi E.: *Sulla differenziabilità e l'analicità delle estremali degli integrali multipli regolari.* Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. **3**, 25-43 (1957).
- [DV] D'Onofrio L.; Verde A.: *On the existence of the minima of degenerate variational integrals.* to appear in *Functiones et Approximatio Commentarii Mathematici*.
- [FKS] Fabes E.B.; Kenig E. and Serapioni R.P.: *The local regularity of solutions of degenerate elliptic equations.* Comm. Partial Differential Equations **7** 77-116 (1982).
- [FM] Fusco N.; Moscariello G.:  *$L^2$ -Lower Semicontinuity of Functionals of Quadratic Type.* Ann. Mat. **20** 305-326 (1982)
- [MS] Marcellini P.; Sbordone C.: *An approach to the asymptotic behaviour of elliptic-parabolic operators.* J. Math. pures et appl. **56** 157-182 (1977)
- [Me] Meyers N.G.: *An  $L^p$  estimate for the gradient of solutions of second order elliptic divergence equations.* Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. **17** 189-206 (1963).
- [M] Moser J.: *A new proof of De Giorgi's theorem concerning the regularity problem for elliptic differential equations.* Comm. Pure Appl. Math. **13**, 457-468 (1960).
- [MuS] Murthy M.K.V. and Stampacchia G.: *Boundary value problems for some degenerate elliptic operators.* Ann. Mat. Pura Appl. (4) **80**, 1-122 (1968).
- [N] Nash J.: *Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations.* Amer. J. Math. **80**, 931-954 (1958).
- [RR] Rao M.M.; Ren Z.D.: **Applications of Orlicz Spaces** CRC Editions.
- [T] Trudinger N.S. : *Linear elliptic operators with measurable coefficients* Ann. Scuola Normale Superiore di Pisa **27** n.2, 265-308 (1973).

Luigi D'Onofrio  
 Dipartimento di Statistica e Matematica per la Ricerca Economica  
 Università di Napoli Parthenope  
 via Medina 40 80100 Napoli (Italy).

E-mail: [luigi.donofrio@uniparthenope.it](mailto:luigi.donofrio@uniparthenope.it)

Anna Verde  
Dipartimento di Matematica ed Applicazioni “R. Caccioppoli ”  
Università di Napoli Federico II  
Complesso Universitario Monte S. Angelo  
via Cintia 80126 Napoli (Italy).  
E-mail: [anverde@unina.it](mailto:anverde@unina.it),



# The boundedness of the maximal operator on variable Sobolev spaces

Nota di Gabriella Zecca <sup>1</sup>

Presentata dal socio Carlo Sbordone

(Adunanza del 1 febbraio 2008)

*Key words* - Hardy Littlewood maximal operator, variable Sobolev spaces

**Abstract** - We prove the boundedness of the local Hardy-Littlewood maximal operator on the variable Sobolev spaces, extending a result due to J. Kinnunen and P. Lindqvist [11], known in the classical setting.

**Riassunto** - Si dimostra la limitatezza dell'operatore massimale locale di Hardy-Littlewood fra gli spazi di Sobolev con esponente variabile, estendendo un risultato noto nel contesto degli Spazi di Sobolev con esponente costante dovuto a J. Kinnunen e P. Lindqvist [11].

## 1 Introduction

Let  $\Omega$  be an open subset of  $\mathbb{R}^n$  (often we will assume  $\Omega$  be connected). For a locally integrable function  $f : \Omega \rightarrow [-\infty, +\infty]$  we define the local Hardy-Littlewood maximal function  $\mathcal{M}_\Omega f : \Omega \rightarrow [0, \infty]$  as

$$\mathcal{M}_\Omega f(x) = \sup \frac{1}{|B(x, r)|} \int_{B(x, r)} |f(y)| dy$$

---

<sup>1</sup>Università degli Studi di Napoli "Federico II". Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli". Complesso Universitario Monte S. Angelo, Via Cintia. 80126 Napoli, Italia. E-mail: g.zecca@unina.it.

where the supremum is taken over all the balls centered at  $x$  with radius  $0 < r < \text{dist}(x, \partial\Omega)$ . In other words, all open balls centered at  $x$  and contained in  $\Omega$  are admissible. In the case  $\Omega = \mathbb{R}^n$  we simply write  $M$ .

For a measurable function  $p : \Omega \rightarrow [1, +\infty]$ ,  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$  is defined to be the set of all measurable functions  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  such that for some  $\lambda > 0$ ,

$$\varrho(p(\cdot), \Omega, f/\lambda) = \int_{\Omega \setminus \Omega_{p(\cdot), \infty}} |f(x)/\lambda|^{p(x)} dx + \|f/\lambda\|_{\infty, \Omega_{p(\cdot), \infty}} < \infty,$$

where  $\Omega_{p(\cdot), \infty} = \{x \in \Omega : p(x) = \infty\}$ .

The set  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$  becomes a Banach function space when equipped with the norm

$$\|f\|_{p(\cdot)} := \inf \left\{ \lambda > 0 : \varrho(p(\cdot), \Omega, f/\lambda) \leq 1 \right\}.$$

These spaces are referred to as variable Lebesgue spaces or, more simply, as variable  $L^p$  spaces.

They have been studied for long time, but only quite recently their important applications have been found for example in the fluid dynamics, elasticity, and in particular in the study of properties of electrorheological fluids (see for instance [20], [18]).

For more information on their basic properties, see Kováčik and Rákosník [14] or Harjulehto and Hästö [10]; for applications see [5], [7], [1] and the references they contain.

Let us define  $\mathcal{P}(\Omega)$  to be the set of all measurable functions  $p : \Omega \rightarrow [1, \infty]$  and

$$p_- = \text{ess inf}_{x \in \Omega} p(x), \quad p_+ = \text{ess sup}_{x \in \Omega} p(x).$$

In [17], M. Pick and M. Ružička proved that for the larger uncentered maximal operator

$$\mathcal{M}f(x) = \sup_{B \ni x} \frac{1}{|B|} \int_{B \cap \Omega} |f(y)| dy$$

(where the supremum is taken over all balls  $B$  which contain  $x$  and for which  $|B \cap \Omega| > 0$ ) to be bounded on the space  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ , where  $\Omega$  is a bounded domain of  $\mathbb{R}^n$ , the uniform local continuity condition

$$(1.1) \quad |p(x) - p(y)| \leq \frac{C}{-\ln|x - y|}$$

is "close" to be a necessary condition, in the sense that there are also counter-examples where it is shown that (1.1) is not necessary (see for instance [15]).

In [7] it is proved that the condition is sufficient.

The following result was shown by D. Cruz-Uribe, A. Fiorenza and C. J. Neugebauer in [5] (see also A. Nekvinda [16] and C. Capone, D. Cruz-Uribe and A. Fiorenza [2]).

**Theorem 1.1.** *Given an open set  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , let  $p \in \mathcal{P}(\Omega)$ ,  $1 < p_- \leq p_+ < \infty$ , satisfying the following conditions*

$$(1.2) \quad |p(x) - p(y)| \leq \frac{C}{-\log|x-y|}, \quad x, y \in \Omega, \quad |x-y| < \frac{1}{2}$$

and

$$(1.3) \quad |p(x) - p(y)| \leq \frac{C}{\log(e+|x|)}, \quad x, y \in \Omega, \quad |y| \geq |x|.$$

*Then the Hardy-Littlewood maximal operator  $\mathcal{M}$  is bounded on  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ .*

Conditions (1.2) and (1.3) are the so called log-Hölder continuity conditions one locally and one at infinity. Let us observe in fact that (1.3) is the natural analogue of (1.2) at infinity. It implies that there is some number  $p_\infty$  such that  $p(x) \rightarrow p_\infty$  as  $|x| \rightarrow \infty$ , and this limit holds uniformly in all directions.

In the same spirit of the definition of variable  $L^p$  spaces, we can consider the *variable Sobolev space*  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  consisting of all functions  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  such that  $Df \in L^{p(\cdot)}(\Omega)$  endowed with the norm

$$\|f\|_{1,p(\cdot)} = \|f\|_{p(\cdot)} + \|Df\|_{p(\cdot)}$$

where  $Df$  is the weak gradient of  $f$ .

If  $p(x) = p$  is constant, then  $W^{1,p(\cdot)}$  equals  $W^{1,p}$ . In this case there is a known result due to J. Kinnunen and P. Lindqvist [11] about the boundedness of the Hardy-Littlewood maximal operator:

**Theorem 1.2.** *Let  $1 < p \leq \infty$ . If  $u \in W^{1,p}$ , then  $\mathcal{M}_\Omega u \in W^{1,p}(\Omega)$  and*

$$(1.4) \quad |D\mathcal{M}_\Omega u(x)| \leq c\mathcal{M}_\Omega |Du|(x),$$

*for almost every  $x \in \Omega$ .*

For related results see also [12], [9], [13].

The aim of this paper is to extend this result to the context of variable Sobolev spaces. More precisely we are able to prove the following:

**Theorem 1.3.** *Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  be an open set, and let  $p \in \mathcal{P}(\Omega)$  be such that  $1 < p_- \leq p_+ < \infty$  and (1.2) holds true. Moreover let the maximal operator  $\mathcal{M}_\Omega$  be bounded on  $L^{p(\cdot)}$ . Then  $u \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  implies  $\mathcal{M}_\Omega u \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  and (1.4) holds true.*

Let us notice that the main tool in order to prove Theorem 1.3 is a recent result contained in [4] about the convergence of approximate identities in variable  $L^p$  spaces. This in particular gives criteria for smooth functions to be dense in the variable Sobolev spaces.

We conclude observing also that the above Theorem can be extended also to more type of maximal operators. For example, let  $B$  be the unit ball in  $\mathbb{R}^n$ , and let  $\Phi \in C_0^\infty(B)$  be given by

$$\Phi(x) = \begin{cases} c_n \exp \left\{ \frac{1}{4|x|^2-1} \right\} & \text{if } |x| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{if } |x| \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

where  $c_n > 0$  is chosen so that  $\int \Phi(x)dx = 1$ . For every  $t > 0$  we consider the mollifying function  $\Phi_t(x) = t^{-n}\Phi(t^{-1}x)$  with  $\int \Phi_t(x)dx = 1$ . Given any distribution  $f \in \mathcal{D}'(\Omega)$  it is legitimate to write

$$f_t(x) = f * \Phi_t(x)$$

for  $x \in \Omega$ , whenever  $0 < t < \text{dist}(x, \partial\Omega)$ . Then we can define the maximal function of  $f$  by

$$\mathcal{M}(f, x) = \sup \{|f_t(x)| : 0 < t < \text{dist}(x, \partial\Omega)\}$$

for all  $x \in \Omega$ . (See for instance [3], [19] for related properties).

These developments will be addressed in a forthcoming paper.

## 2 Preliminary results

In order to prove the main Theorem we need some preliminary results, which may be of independent interest.

Firstly, let us recall a recent result contained in [4].

We begin by recalling the definition of approximate identities. Let  $\varphi$  be an integrable function defined on  $\mathbb{R}^n$  such that  $\int_{\mathbb{R}^n} \varphi dx = 1$ . For each  $t > 0$ , define the function  $\varphi_t(x) = \frac{1}{t^n} \varphi(\frac{x}{t})$ . Note that by a change of variables,  $\|\varphi_t\|_1 = \|\varphi\|_1$ . Define the radial majorant of  $\varphi$  to be the function  $\tilde{\varphi} = \sup_{|y| \geq |x|} |\varphi(y)|$ . If  $\tilde{\varphi}$  is integrable, we will say that the sequence  $\{\varphi_t\}$  is a *potential-type approximate identity*. This is the case for example of the bounded functions  $\varphi$  of compact support.

**Theorem 2.1.** *Given a set  $\Omega$  and  $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ , let  $\varphi$  be such that  $\{\varphi_t\}$  is a potential-type approximate identity.*

*Then for all  $f \in L^{p(\cdot)}(\Omega)$ ,  $\{\varphi_t * f\}$  converges to  $f$  pointwise almost everywhere.*

We want also to recall the following result on the density of smooth functions in the variable Sobolev spaces [4]:

**Theorem 2.2.** *Given an open set  $\Omega$ , let  $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$  be such that  $p_+ < \infty$  and (1.2) holds. Then for  $k \geq 1$ , the set*

$$C^\infty \cap W^{k,p(\cdot)}(\Omega)$$

*is dense in  $W^{k,p(\cdot)}$ .*

**Lemma 2.3.** *Let  $0 < |\Omega| < \infty$ . If  $p(\cdot), q(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$  are such that  $p(x) \leq q(x)$ , a. e.  $x \in \Omega$ , then*

$$(2.1) \quad \|f\|_{p(\cdot), \Omega} \leq (1 + |\Omega|) \|f\|_{q(\cdot), \Omega}.$$

See [14] for more details.

**Lemma 2.4.** *Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  be an open set and let  $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$  be such that  $p_+ < +\infty$ . If  $f_j \rightharpoonup f$  and  $g_j \rightharpoonup g$  weakly in  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$  and  $f_j(x) \leq g_j(x)$ ,  $j=1,2,\dots$  a.e. in  $\Omega$ , then  $f(x) \leq g(x)$  a.e. in  $\Omega$ .*

*Proof.* Let  $p'(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$  the conjugate exponent function of  $p(\cdot)$ , i.e. such that  $\frac{1}{p(x)} + \frac{1}{p'(x)} = 1$  a.e.  $x \in \Omega$ . By the hypothesis  $p_+ < +\infty$  we have that the dual space of  $L^{p(\cdot)}$  is  $L^{p'(\cdot)}$  and that  $C_0^\infty$  is dense in  $L^{p'(\cdot)}$  (see [14] Corollary 2.7 and Theorem 2.11). So we have:

$$f_j \rightharpoonup f \text{ weakly in } L^{p(\cdot)} \Rightarrow \int_{\Omega} f_j(x) h(x) dx \rightarrow \int_{\Omega} f(x) h(x) dx, \forall h \in C_0^\infty(\Omega).$$

Analogously

$$g_j \rightharpoonup g \text{ weakly in } L^{p(\cdot)} \Rightarrow \int_{\Omega} g_j(x)h(x)dx \rightarrow \int_{\Omega} g(x)h(x)dx, \quad \forall h \in C_0^\infty(\Omega).$$

Moreover, if in particular  $h(x) \geq 0$ , we have

$$\int_{\Omega} f_j(x)h(x)dx \leq \int_{\Omega} g_j(x)h(x)dx,$$

and so by passing to the limit,

$$(2.2) \quad \int_{\Omega} f(x)h(x)dx \leq \int_{\Omega} g(x)h(x)dx.$$

Now, let  $\varphi(x) \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ ,  $\varphi(x) \geq 0$  so that  $(\varphi_t)$  is a potential type approximate identity. Let  $\delta > 0$ , and let us fix  $y \in \Omega_\delta = \{y \in \Omega : \text{dist}(y, \partial\Omega) > \delta\}$ . One can easily observe that if  $\text{supp } \varphi \subseteq \overline{B}(0, R)$ , then  $\text{supp } \varphi_t(y - \cdot) \subseteq \overline{B}(y, tR)$ , and so  $t \in (0, \frac{\delta}{R})$  implies  $\text{supp } \varphi_t(y - \cdot) \subset\subset \Omega$ . Next, by choosing in (2.2)  $h(x) = \varphi_t(y - x)$  we have,

$$(2.3) \quad \int_{\Omega} f(x)h(x)dx = \int_{\mathbb{R}^n} f(x)\varphi_t(y - x)dx = f * \varphi_t(y).$$

Analogously,

$$(2.4) \quad \int_{\Omega} g(x)h(x)dx = \int_{\mathbb{R}^n} g(x)\varphi_t(y - x)dx = g * \varphi_t(y).$$

Then, by passing to the limit  $t \rightarrow 0$ , by (2.2), (2.3), (2.4), and Theorem 2.1, we obtain

$$f(y) \leq g(y) \quad \text{a.e. } y \in \Omega_\delta.$$

By the arbitrary choice of  $\delta > 0$ , the statement follows .

□

**Lemma 2.5.** *If  $f, g \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ , then  $f^+ = \max\{f, 0\}$ ,  $f^- = \min\{f, 0\}$ ,  $|f|, \max\{f, g\}, \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ .*

*Proof.* Let us just observe that we can write  $h(x) = \max\{f, g\}(x) = ((f - g)^+ - g)(x)$ . Then, by Lemma 7.6 in [8] the statement easily follows. □

Note that, in particular,

$$Dh = \begin{cases} Df & \text{if } f \geq g \\ Dg & \text{if } f \leq g \end{cases}$$

and

$$D|f| = \begin{cases} Df & \text{if } f > 0 \\ 0 & \text{if } f = 0 \\ -Df & \text{if } f < 0 \end{cases}$$

so that  $|D|f|| = |Df|$ .

**Proposition 2.6.** *Let  $0 < t < 1$ ,  $x \in \Omega$  and*

$$(2.5) \quad u_t(x) = \int_{B(x, t\delta(x))} u(y) dy,$$

where  $\delta(x) = \text{dist}(x, \partial\Omega)$ . Moreover, let  $p \in \mathcal{P}(\Omega)$  be as in the statement of Theorem 1.3. Then if  $u \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ , we get  $u_t \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  and

$$(2.6) \quad |Du_t(x)| \leq 2\mathcal{M}_\Omega |Du|(x), \quad 0 < t < 1$$

for almost every  $x \in \Omega$ .

**Proof.** The proof falls naturally into two parts. The first step concerns the case  $u \in C^\infty \cap W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  since our assumptions imply that  $C^\infty \cap W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  is dense in  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ . The idea of the proof of this step goes back at least as far as [11], but for the convenience of the reader we repeat the relevant material.

Let  $0 < t < 1$  be fixed. Thanks to Rademacher's theorem the function  $\delta$  is differentiable a.e. in  $\Omega$ . Moreover,  $|D\delta(x)| = 1$  for a.e.  $x \in \Omega$ . The Leibnitz rule gives

$$\begin{aligned} D_i u_t(x) &= D_i \left( \frac{1}{\omega(t\delta(x))^n} \right) \int_{B(x, t\delta(x))} u(y) dy \\ &+ \left( \frac{1}{\omega(t\delta(x))^n} \right) \left( \int_{B(x, t\delta(x))} D_i u(y) dy + t \int_{\partial B(x, t\delta(x))} u(y) d\mathcal{H}^{n-1}(y) D_i \delta(x) \right), \end{aligned}$$

$i = 1, \dots, n$ , for a.e.  $x \in \Omega$ . Thus

$$\begin{aligned}
(2.7) \quad Du_t(x) &= n \left( \frac{D\delta(x)}{\delta(x)} \right) \left( \int_{\partial B(x, t\delta(x))} u(y) d\mathcal{H}^{n-1}(y) - \int_{B(x, t\delta(x))} u(y) dy \right) \\
&\quad + \int_{B(x, t\delta(x))} Du(y) dy,
\end{aligned}$$

for a.e.  $x \in \Omega$ .

Now, our aim is to estimate the difference between the two integrals in Identity (2.7). To this end, let us suppose that  $B(x, R) \subset \Omega$ . By the Green's formula we get

$$\int_{\partial B(x, R)} u(y) d\mathcal{H}^{n-1}(y) - \int_{B(x, R)} u(y) dy = \frac{1}{n} \int_{B(x, R)} Du(y)(y - x) dy.$$

Moreover

$$\left| \int_{B(x, R)} Du(y)(y - x) dy \right| \leq R \int_{B(x, R)} |Du(y)| dy \leq R \mathcal{M}_\Omega |Du|(x).$$

So we obtain

$$(2.8) \quad \left| \int_{\partial B(x, R)} u(y) d\mathcal{H}^{n-1}(y) - \int_{B(x, R)} u(y) dy \right| \leq \frac{R}{n} \mathcal{M}_\Omega |Du|(x).$$

Now we multiply (in the sense of the scalar product) both sides of the vector Identity (2.7) with an arbitrary unit vector  $e = (e_1, \dots, e_n)$ . By Schwarz inequality and taking into account Identity (2.8) with  $R = t\delta(x)$  we have

$$\begin{aligned}
&|e Du_t(x)| \\
&\leq n \frac{|e D\delta(x)|}{\delta(x)} \frac{t\delta(x)}{n} \mathcal{M}_\Omega |Du|(x) + \left| \int_{B(x, R)} e Du(y) dy \right| \\
&\leq (t+1) \mathcal{M}_\Omega |Du|(x)
\end{aligned}$$

for almost every  $x \in \Omega$ .

Since  $0 < t < 1$  and  $e$  is arbitrary, (2.6) is proved for smooth functions.

The second step concerns the case  $u \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ . By density arguments, there is a sequence  $\varphi_j$  of functions in  $C^\infty \cap W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  such that  $\varphi_j \rightarrow u$  in  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ . Fix  $0 < t < 1$ . We can see that

$$u_t(x) = \int_{B(x,t\delta(x))} \lim_j \varphi_j(y) dy.$$

Since  $\varphi_j \rightarrow u$  in  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$  and  $p(x) \geq p_- > 1$  a.e. then, by Lemma 2.3,  $\varphi_j \rightarrow u$  in  $L^1(B(x,t\delta(x)))$ . Thus

$$u_t(x) = \lim_j (\varphi_j)_t(x),$$

pointwise in  $\Omega$ . Now

$$|(\varphi_j)_t(x)| \leq \int_{B(x,t\delta(x))} |\varphi_j(y)| dy \leq \mathcal{M}_\Omega \varphi_j(x)$$

$j = 1, 2, \dots$  for all  $x \in \Omega$ . Since the estimate (2.6) is true for  $C^\infty$  functions we have

$$(2.9) \quad |D(\varphi_j)_t(x)| \leq 2\mathcal{M}_\Omega |D\varphi_j|(x)$$

$j = 1, 2, \dots$  for a.e.  $x \in \Omega$ .

These inequalities and Theorem 1.1 imply that

$$\begin{aligned} & \|(\varphi_j)_t\|_{1,p(\cdot),\Omega} \\ &= \|(\varphi_j)_t\|_{p(\cdot),\Omega} + \|D(\varphi_j)_t\|_{p(\cdot),\Omega} \\ &\leq \|\mathcal{M}_\Omega(\varphi_j)\|_{p(\cdot),\Omega} + 2\|\mathcal{M}_\Omega|D\varphi_j|\|_{p(\cdot),\Omega} \\ &\leq c(n, p(\cdot), \Omega) (\|\varphi_j\|_{p(\cdot),\Omega} + \|D\varphi_j\|_{p(\cdot),\Omega}) \\ &= c(n, p(\cdot), \Omega) \|\varphi_j\|_{1,p(\cdot),\Omega} < \infty. \end{aligned}$$

Thus  $(\varphi_j)_t$  is a bounded sequence in  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  that converges pointwise to  $u_t$ . Moreover in our assumption is  $1 < p_-$  and  $p_+ < +\infty$ , so we have that  $W^{1,p(\cdot)}$  is reflexive (see [14], Theorem 3.1). Then by the weak compactness of  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  there exists a subsequence of  $(\varphi_j)_t$  (we will omit the explicit passage to it) which converges weakly in  $W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ . In particular we have  $u_t \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  and

$$(2.10) \quad D(\varphi_j)_t \rightharpoonup Du_t \quad \text{weakly in } L^{p(\cdot)}(\Omega).$$

Moreover, by the sublinearity of the maximal function we obtain

$$|\mathcal{M}_\Omega|D\varphi_j|(x) - \mathcal{M}_\Omega|Du|(x)| \leq |\mathcal{M}_\Omega(|D\varphi_j| - |Du|)(x)|$$

for every  $x \in \Omega$ . Using again Theorem 1.1 we get

$$\begin{aligned} & \|\mathcal{M}_\Omega|D\varphi_j|(x) - \mathcal{M}_\Omega|Du|(x)\|_{p(\cdot),\Omega} \\ & \leq \|\mathcal{M}_\Omega(|D\varphi_j| - |Du|)(x)\|_{p(\cdot),\Omega} \\ & \leq c(n, p(\cdot), \Omega) \| |D\varphi_j| - |Du| \|_{p(\cdot),\Omega}. \end{aligned}$$

Thus

$$(2.11) \quad \mathcal{M}_\Omega|D\varphi_j| \rightarrow \mathcal{M}_\Omega|Du| \text{ strongly in } L^{p(\cdot)}(\Omega).$$

By (2.10), (2.11) and (2.9), to complete the proof we have to apply Lemma 2.4 using strong convergence instead of weak convergence for one of the sequences.

### 3 Proof of the main result

This section is devoted to the proof of Theorem 1.3. Let  $u \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ .

If the open set  $\Omega$  has finite measure then the statement follows directly from (1.4) by observing that  $u \in W^{1,p^-}(\Omega)$ . So, let us assume that  $\Omega$  has infinite measure. By Lemma 2.5, we have that  $|u| \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ .

The idea here is to observe that the maximal function  $\mathcal{M}_\Omega$  can be expressed as the supremum of a suitable increasing sequence ([11]). Let  $t_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$  be a sequence of rational numbers such that  $0 < t_j < 1$  and let us denote  $u_j = |u|_{t_j}$ . From Lemma 2.5 and Proposition 2.6  $u_j \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  and

$$|Du_j(x)| \leq 2\mathcal{M}_\Omega|D|u|| (x) = 2\mathcal{M}_\Omega|Du|(x)$$

$j = 1, 2, \dots$  for a.e.  $x \in \Omega$ .

Thus let us define  $v_k : \Omega \rightarrow [-\infty, +\infty]$  as

$$v_k(x) = \max_{1 \leq j \leq k} u_j(x),$$

$k = 1, 2, \dots$  for a.e.  $x \in \Omega$ .

Let us observe that for a locally integrable function  $f$  the function

$$\oint_{B(x, r\delta(x))} |f(y)| dy$$

is continuous with respect to  $r$ ,  $0 < r < 1$ . Indeed the integral is a function absolutely continuous with respect to the integration set and then, for all fixed  $x \in \Omega$ ,  $\oint_{B(x, r\delta(x))} |f(y)| dy$  is continuous with respect to the radius  $r$ . So the same holds true for the mean value  $\oint_{B(x, r\delta(x))} |f(y)| dy$ . Then the supremum taken on the set  $(0, 1)$  is the same as the one taken on a subset dense. In particular we have (2.5)

$$\mathcal{M}_\Omega(x) = \sup_k v_k(x).$$

Moreover, by Lemma 2.5,  $v_k \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$ . So  $v_k$  is an increasing sequence converging pointwise to  $\mathcal{M}_\Omega u$  and

$$|Dv_k(x)| = |D \max_{1 \leq j \leq k} u_j(x)| \leq \max_{1 \leq j \leq k} |Du_j(x)| \leq 2\mathcal{M}_\Omega |Du|(x)$$

$k = 1, 2, \dots$  for a.e.  $x \in \Omega$ .

Since  $v_k(x) \leq \mathcal{M}_\Omega u(x)$   $k = 1, 2, \dots$  for a.e.  $x \in \Omega$  we obtain

$$\begin{aligned} & \|v_k\|_{1,p(\cdot),\Omega} \\ &= \|v_k\|_{p(\cdot),\Omega} + \|Dv_k\|_{p(\cdot),\Omega} \\ &\leq \|\mathcal{M}_\Omega(u)\|_{p(\cdot),\Omega} + 2\|\mathcal{M}_\Omega|Du|\|_{p(\cdot),\Omega} \\ &\leq c(n, p(\cdot), \Omega) (\|u\|_{p(\cdot),\Omega} + \|Du\|_{p(\cdot),\Omega}) \\ &= c(n, p(\cdot), \Omega) \|u\|_{1,p(\cdot),\Omega}. \end{aligned}$$

Since the weak compactness it follows  $\mathcal{M}_\Omega(u) \in W^{1,p(\cdot)}(\Omega)$  with  $v_k \rightarrow \mathcal{M}_\Omega(u)$  and  $Dv_k \rightarrow D\mathcal{M}_\Omega(u)$  weakly in  $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ . Therefore from Lemma 2.4

$$|D\mathcal{M}_\Omega(u)(x)| \leq 2\mathcal{M}_\Omega|Du|(x).$$

REMARK 3.1. Let us observe that in case  $\Omega = \mathbb{R}^n$ , the proof can be obtained more easily by considering a slight modification of the ones contained in [12].

## References

- [1] E. Acerbi and G. Mingione, (2002) *Regularity results for stationary electro-rheological fluids*, Arch. Ration. Mech. Anal. 164, 213–259.
- [2] C. Capone, D. Cruz-Uribe and A. Fiorenza, (2007) *The fractional maximal operator and fractional integrals on variable  $L^p$  spaces*, to appear on Rev. Mat. Iberoamericana.
- [3] R. Coifman, P. L. Lions, Y. Meyer and S. Semmes, (1993) *Compensated compactness and Hardy spaces*, J. Math. Pures Appl. **72**, no. 3, 247–286.
- [4] D. Cruz-Uribe, SFO A. Fiorenza, (2007) *Approximate identities in variable  $L^p$  spaces*, Math. Nachr **280**, no. 3, 256–270.
- [5] D. Cruz-Uribe, A. Fiorenza and C. J. Neugebauer, (2003) *The maximal function on variable  $L^p$  spaces*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **28**, no. 1, 223–238.
- [6] R. A. DeVore and R. C. Sharpley, (1984) *Maximal functions measuring smoothness*, Mem. Amer. Math. Soc. 47, no. 293, viii+115 pp.
- [7] L. Diening, (2004) *Maximal functions on generalized  $L^{p(x)}$  spaces*, Math. Inequ. Appl., 7, 245–253.
- [8] Gilbarg, D. and Trudinger, N.S., (1983) *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer-Verlag, Berlin.
- [9] P. Hajlasz and J. Onninen, (2004) *On boundedness of maximal functions in Sobolev spaces*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 29, 167–176.
- [10] Harjulehto and Hästö, (2003) *An overview of variable exponent Lebesgue and Sobolev spaces*, in: *Future Trends in Geometric Function Theory*, Proceedings of the International RNC Workshop, Jyväskylä, edited by D. Herron (Rep. Univ. Jyväskylä Dep. Math. Stat., 92, Univ. Jyväskylä, Jyväskylä, 2003), 85–94.
- [11] J. Kinnunen and P. Lindqvist, (1998) *The derivative of the maximal function*, J. Reine Angew. Math. 503, 161–167.

- [12] J. Kinnunen, (1997) *The Hardy-Littlewood maximal function of a Sobolev function*, Israel J. Math 100, 117-124.
- [13] J. Kinnunen and E. Saksman, (2003) *Regularity of the fractional maximal function*, Bull. London Math. Soc. 35, 529-535.
- [14] O. Kováčik and J. Rákosník, (1991) *On spaces  $L^{p(x)}$  and  $W^{k,p(x)}$* , Czech. Math. J. 41 (116), no. 4, 592-618.
- [15] A. K. Lerner, (2005) *Some remarks on the Hardy-Littlewood maximal function on variable  $L^p$  spaces*, Mathematische Zeitschrift, **251**, n. 3, 509-521.
- [16] A. Nekvinda, *Hardy-Littlewood maximal operator on  $L^{p(x)}(\mathbb{R}^n)$* , (2004) Mathematical Inequalities and Applications, **7**, no. 2, 255-265.
- [17] L. Pick and M. Ružička, (2001) *An example of a space  $L^{p(x)}$  on which the Hardy-Littlewood maximal operator is not bounded*, Expo. Math. 19, no. 4, 369-371.
- [18] M. Ružička, (2000) *Electrorheological Fluids: Modeling and Mathematical Theory*, Lecture Notes Math., vol. 1748, Springer, Berlin,.
- [19] T. Iwaniec and A. Verde (1999) *A study of Jacobians in Hardy-Orlicz spaces*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A **129**, no. 3, 539-570.
- [20] V.V. Zhikov, (1997) *Meyer-type estimates for solving the nonlinear Stokes system*, Differ. Uravn., **33**, n.1, 107-114, 143.



# Cafiero Theorem for $k$ -triangular functions on an Orthomodular Lattice

Nota di F. Ventriglia \*

Presentata dal socio Paolo de Lucia  
(Adunanza del 1 febbraio 2008)

*Key words:* Funzioni  $k$ -triangolari definite su anelli e reticoli ortomodulari, criterio di Cafiero.

**Abstract** -In this paper we introduce  $k$ -triangular functions on a ring and on an orthomodular lattice and we prove Cafiero type theorem for such functions.

**Riassunto** - Nella presente nota introduciamo le funzioni  $k$ -triangolari definite su anelli e reticoli ortomodulari e proviamo per esse il Teorema di Cafiero.

## 1 - Introduction

The  $k$ -triangular functions have been studied amply in the eighties-nineties by several authors. For more references on this argument, see [5] and [3].

Recently the study of this functions has been undertaken by S. Salvati in [7], Klimkin and Sribnaya in [4] and Cavaliere-de Lucia-Ventriglia in a note in editing.

In this note we show that the methodology showed by Saeki in [6] can be used in the study of  $k$ -triangular functions defined in a orthomodular lattice with SIP. In this way, we have proved a Cafiero criterion on uniform exhaustivity (cfr.[1]). From this criterion it follows, immediately, the famous Brooks-Jewett Theorem, proved in other way by Guariglia in [3].

## 2 Cafiero criterion for rings

Let  $R$  be a ring. Let  $k \in (0, +\infty)$  and  $\phi : R \rightarrow [0, +\infty[$ .

---

\*Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli", Università "Federico II", via Cinthia, 80126 Napoli, Italy. e-mail: flaviaventriglia@libero.it

We say that  $\phi$  is  **$k$ -triangular** if  $\phi(\emptyset) = 0$  and, when  $A, B \in R$  are disjoint,

$$\phi(A) - k\phi(B) \leq \phi(A \cup B) \leq \phi(A) + k\phi(B).$$

It is obvious that every  $k$ -triangular function with  $0 < k < 1$  is a triangular function, so it is enough to consider  $k$ -triangular function with  $k \geq 1$ .

Moreover we define,  $\forall A \in R$  the monotone function

$$\phi^\sharp(A) = \sup\{\phi(B), B \in R \text{ and } B \subseteq A\}.$$

It possible to prove that also  $\phi^\sharp$  is a  $k$ -triangular function. In fact if  $A, B$  are two disjoint elements of  $R$  and  $X \subseteq A \cup B$  we have

$$\phi(X) \leq \phi(A \cap X) + k\phi(X \cap B) \leq \phi^\sharp(A) + k\phi^\sharp(B)$$

then

$$\phi^\sharp(A \cup B) \leq \phi^\sharp(A) + k\phi^\sharp(B).$$

If  $Y \subseteq A$  it follows that  $Y$  is disjoint from  $B$  and we have

$$\phi(Y) \leq \phi(Y \cup B) + k\phi(B) \leq \phi^\sharp(A \cup B) + k\phi^\sharp(B)$$

so

$$\phi^\sharp(A) \leq \phi^\sharp(A \cup B) + k\phi^\sharp(B).$$

In the sequel we denote by  $R$  a ring with the Subsequential Completeness Property (SCP), i.e. for every disjoint sequence  $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$  of elements of  $R$  there exists a subsequence  $(A_{k_i})_{i \in \mathbb{N}}$  such that  $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_{k_i} \in R$ .

**Lemma 2.1** *Let  $\phi$  be an exhaustive function and let  $J$  be an infinite subset of  $\mathbb{N}$  and  $(A_i)_i$  a disjoint sequence of  $R$ . Then for every  $\epsilon > 0$  there exist  $I$ , infinite subset of  $J$ , such that  $\phi^\sharp(\bigcup_{i \in I} A_i) < \epsilon$ .*

**Proof.** Let  $(J_p)_{p \in \mathbb{N}}$  to be a partition of  $J$  such that  $J_p$  is infinite for every  $p$ ; by SCP it is possible to find, for every  $p \in \mathbb{N}$ ,  $I_p$  infinite subset of  $J_p$  such that  $\bigcup\{A_i : i \in I_p\}$  exists. The thesis follows observing that  $(\bigcup_{i \in I_p} A_i)_{p \in \mathbb{N}}$  is a disjoint sequence of  $R$  and  $\phi$  is exhaustive.  $\square$

The next Lemma is a version of Saeki Lemma (cfr. [6, Lemma 3]) for  $k$ -triangular function.

**Lemma 2.2** *Let  $(\psi_n)_n$  a sequence of exhaustive,  $k$ -triangular functions and  $(A_n)_n$  a disjoint sequence of  $R$ . Then for every infinite subset  $J$  of  $\mathbb{N}$  there exist  $I$ , subset finite or infinite of  $J$ , such that*

$$(*) \quad \psi_n^\# \left( \bigcup_{i \in I} A_i \right) \geq \frac{1}{2k^2} \psi_n^\#(A_n)$$

for infinitely many  $n$  of  $J$ .

**Proof.** We suppose  $k \geq 1$ .

Suppose that  $(*)$  is not true for finite subsets of  $J$ , then for every finite  $F \subset J$  there exists  $n_F \in \mathbb{N}$  such that

$$(*) \quad \psi_n^\# \left( \bigcup_{i \in F} A_i \right) < \frac{1}{2k^2} \psi_n^\#(A_n), \quad \forall n \geq n_F, n \in J.$$

Let  $n_1 \in J$  such that  $\psi_{n_1}^\#(A_{n_1}) > 0$ ; by the previous Lemma there exist  $I_2 \subseteq I_1 = J$  infinite such that

$$\psi_{n_1}^\# \left( \bigcup_{j \in I_2} A_j \right) < \frac{1}{2k} \psi_{n_1}^\#(A_{n_1}).$$

Let  $n_2 > n_1, n_2 \in I_2$  and  $\psi_{n_2}^\#(A_{n_1}) < \frac{1}{2k^2} \psi_{n_2}^\#(A_{n_2})$  that is  $k\psi_{n_2}^\#(A_{n_1}) < \frac{1}{2k} \psi_{n_2}^\#(A_{n_2})$ .

Choose  $I_3 \subseteq I_2$  infinite such that

$$\psi_{n_2}^\# \left( \bigcup_{j \in I_3} A_j \right) < \frac{1}{2k} \psi_{n_2}^\#(A_{n_2}) - k\psi_{n_2}^\#(A_{n_1}).$$

Suppose now that we have found  $I_1, \dots, I_{m+1}$  infinite subsets of  $J$  and  $n_1, \dots, n_m \in \mathbb{N}$  with  $I_1 \supseteq \dots \supseteq I_{m+1}$  and  $n_1 \leq \dots \leq n_m$  such that for  $i = 2, \dots, k$  it results

$$(**) \quad n_i \in I_i; \quad \psi_{n_i}^\# \left( \bigcup_{j=1}^{i-1} A_{n_j} \right) < \frac{1}{2k^2} \psi_{n_i}^\#(A_{n_i}); \quad \psi_{n_i}^\# \left( \bigcup_{j \in I_i} A_j \right) < \frac{1}{2k} \psi_{n_i}^\#(A_{n_i}) - k\psi_{n_i}^\# \left( \bigcup_{j=1}^{i-1} A_{n_j} \right).$$

In this way we can construct by induction a strictly increasing sequence  $(n_i)_i$  of  $\mathbb{N}$  and a decreasing sequence  $(I_i)_i$  of subsets of  $J$  such that the  $(**)$  are true for every  $i \in \mathbb{N}$ .

Let  $I = \{n_m, m \in \mathbb{N}\}$ , we have  $\{n_j : j \geq m+1\} \subseteq I_{m+1}, \quad \forall m \in \mathbb{N}$ . Let  $(A_{n_{j_t}})_t$  the subsequence of  $(A_{n_j})_j$ , that we find by the SCP, such that exists  $\bigcup_t A_{n_{j_t}}$ .

Then

$$\begin{aligned} \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \in \mathbb{N}, p \neq q} A_{n_{j_p}} \right) &\leq k \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p=1}^{q-1} A_{n_{j_p}} \right) + \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \geq q+1} A_{n_{j_p}} \right) \leq k \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{j=1}^{j_q-1} A_{n_j} \right) + \\ \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{j \in I_{j_q+1}} A_j \right) &\leq \frac{1}{2k} \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}). \end{aligned}$$

In fact

- $p \geq q+1 \Rightarrow j_p \geq j_{q+1} \geq j_q+1$  then  $I_{j_p} \subseteq I_{j_q+1}$ .
- $j_q \geq j_{q-1} \Rightarrow j_q-1 \geq j_{q-1}$  then  $\bigcup_{p=1}^{q-1} A_{n_{j_p}} \subseteq \bigcup_{j=1}^{j_q-1} A_{n_j}$ .

Then it follows

$$\psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}) \leq \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \in \mathbb{N}} A_{n_{j_p}} \right) + k \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \in \mathbb{N}, p \neq q} A_{n_{j_p}} \right)$$

that is

$$\begin{aligned} \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \in \mathbb{N}} A_{n_{j_p}} \right) &\geq \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}) - k \psi_{n_{j_q}}^\# \left( \bigcup_{p \in \mathbb{N}, p \neq q} A_{n_{j_p}} \right) \geq \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}) - k \frac{1}{2k} \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}) = \\ \frac{1}{2} \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}) &\geq \frac{1}{2k^2} \psi_{n_{j_q}}^\# (A_{n_{j_q}}). \end{aligned}$$

and the proof is complete.  $\square$

**Theorem 2.3 (Cafiero)** *Let  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  a sequence of k-triangular and exhaustive functions from  $R$  to  $[0, +\infty[$ .  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is uniformly exhaustive if and only if  $\forall \epsilon > 0$  and for each disjoint sequence  $(A_i)_{i \in \mathbb{N}} \subseteq R$  there exist  $n_0$  and  $i_0 \in \mathbb{N}$  such that  $\psi_n(A_{i_0}) < \epsilon, \quad \forall n \geq n_0$ .*

**Proof.** If  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is not uniformly exhaustive then there exist a disjoint sequence  $(A_i)_{i \in \mathbb{N}} \subseteq R$ , a subsequence of  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  and  $\epsilon > 0$  such that  $\psi_n(A_n) \geq \epsilon \quad \forall n \in \mathbb{N}$ .

Let  $(J_k)_{k \in \mathbb{N}}$  be a disjoint sequence of infinite subsets of  $\mathbb{N}$ , from the previous Lemma it follows that for every  $k \in \mathbb{N}$  there exists  $I_k \subseteq J_k$  such that the set  $\{n \in J_k : \psi_n^\#(\bigcup_{i \in I_k} A_i) \geq \frac{1}{2k^2} \psi_n^\#(A_n)\}$  is infinite.

It follows that, for every  $k \in \mathbb{N}$ , also the set  $\{n \in J_k : \psi_n^\#(\bigcup_{i \in I_k} A_i) \geq \frac{\epsilon}{2k^2}\}$  is infinite.

So we can to construct a disjoint sequence  $(B_k)_{k \in \mathbb{N}}$  of  $R$  such that for every  $k \in \mathbb{N}$  we have  $B_k \subseteq \bigcup_{i \in I_k} A_i$  and  $\psi_n(B_k) \geq \frac{\epsilon}{2k^2}$  for infinite  $n \in \mathbb{N}$ .

But this is in contradiction with the exhaustivity of  $\psi_n$ .  $\square$

### 3 Cafiero criterion for orthomodular lattice

Let  $L$  be an orthomodular lattice. In what follows, given a set  $X$  we denote by  $P(X)$ ,  $P_f(X)$  respectively the sets of parts and finite parts of  $X$ .

Let  $k \in (0, +\infty)$  and  $\phi : L \rightarrow [0, +\infty)$ .

We say that  $\phi$  is **k-triangular** if  $\phi(0) = 0$  and, when  $a, b \in L$  and  $a \perp b$ ,

$$\phi(a) - k\phi(b) \leq \phi(a \vee b) \leq \phi(a) + k\phi(b).$$

Moreover we define,  $\forall a \in L \quad \phi^\#(a) = \{\phi(b), b \in L \text{ and } b \leq a\}$ .

It is obvious that every  $k$ -triangular function with  $0 < k < 1$  is a triangular function, so it is enough to consider  $k$ -triangular function with  $k \geq 1$ .

In what follows we denote by  $L$  an orthomodular lattice with the Subsequential Interpolation Property (SIP), i.e. for every orthogonal sequence  $(a_i)_{i \in \mathbb{N}}$  of  $L$  and infinite subset  $M$  of  $\mathbb{N}$  there exist an infinite  $B \subseteq M$  and  $a \in L$  such that  $a_i \leq a \quad \forall i \in B$  and  $a_i \leq a' \quad \forall i \in \mathbb{N} \setminus B$ .

By [5] and [3], we have an important preliminary result, that is

**Theorem 3.1** *Let  $(\phi_n)_{n \in \omega}$  a sequence of  $k$ -triangular and exhaustive functions from  $L$  to  $[0, +\infty)$  and  $(a_i)_{i \in \omega}$  an orthogonal sequence of  $L$ . Then there exist a subsequence  $(a_{m_i})_{i \in \omega}$  of  $(a_i)_{i \in \omega}$ , an infinite subset  $N$  of  $\omega$  and a subring  $\mathcal{G}$  of  $P(\omega)$  with the Subsequential Completeness Property (SCP) such that*

1.  $\{i\} \in \mathcal{G}$  for every  $i \in N$ ,
2.  $\Delta \in P(N), \forall \Delta \in \mathcal{G}$

3.  $\forall \Delta \in \mathcal{G}$  there exists  $b \in L$  such that  
 $a_{m_i} \leq b, \forall i \in \Delta$  and  $a_{m_i} \leq b', \forall i \in \omega \setminus \Delta$
4. for every  $n \in \omega$  the function  
 $\lambda_n : \Delta \in \mathcal{G} \rightarrow \lim_{F \in P_f(\Delta)} \phi_n(\bigvee_{i \in F} a_{m_i})$   
 is k-triangular and exhaustive,
5. for every  $\Delta \in \mathcal{G}$ , there exists  $c_\Delta \in L$  such that  
 $\lambda_n(\Delta) = \phi_n(c_\Delta)$  for every  $n \in \omega$ .  $\square$

Finally it follows

**Theorem 3.2 (Cafiero Theorem)** *Let  $(\psi_n)_{n \in \omega}$  a sequence of k-triangular and exhaustive functions from  $L$  to  $[0, +\infty)$ .  $(\psi_n)_{n \in \omega}$  is uniformly exhaustive if and only if  $\forall \epsilon > 0$  and for each orthogonal sequence  $(a_i)_{i \in \omega} \subseteq L$  there exist  $n_0$  and  $i_0 \in \omega$  such that  $\psi_n(a_{i_0}) < \epsilon, \forall n \geq n_0$ .*

**Proof.** “ $\Rightarrow$ ” is trivial.

“ $\Leftarrow$ ”

Suppose that  $(\psi_n)_{n \in \omega}$  is not uniformly exhaustive.

Then there exist an  $\epsilon > 0$  and an orthogonal sequence  $(a_i)_{i \in \omega}$  such that  $\psi_n(a_n) \geq \epsilon$  for every  $n \in \omega$ .

By Theorem 3.1, we have that there exist a subsequence  $(a_{m_i})_{i \in \omega}$  of  $(a_i)_{i \in \omega}$ , an infinite subset  $N$  of  $\omega$  and a subring  $\mathcal{G}$  of  $P(\omega)$  with SCP such that

1.  $\{i\} \in \mathcal{G}$  for every  $i \in N$ ,
2.  $\Delta \in P(N), \forall \Delta \in \mathcal{G}$
3.  $\forall \Delta \in \mathcal{G}$  there exists  $b \in L$  such that  
 $a_{m_i} \leq b, \forall i \in \Delta$  and  $a_{m_i} \leq b', \forall i \in \omega \setminus \Delta$
4. for every  $n \in \omega$  the function  
 $\lambda_n : \Delta \in \mathcal{G} \rightarrow \lim_{F \in P_f(\Delta)} \psi_n(\bigvee_{i \in F} a_{m_i})$   
 is k-triangular and exhaustive,
5. for every  $\Delta \in \mathcal{G}$ , there exists  $c_\Delta \in L$  such that  
 $\lambda_n(\Delta) = \psi_n(c_\Delta)$  for every  $n \in \omega$ .

We want prove that  $(\lambda_n)_n$  verifies the Cafiero condition.

Let  $(\Delta_k)_{k \in \omega}$  an disjoint sequence of  $\mathcal{G}$ , then,  $\forall k \in \omega$ , there exists  $b_k \in L$  such that  $a_{m_i} \leq b_k, \forall i \in \Delta_k$  and  $a_{m_i} \leq b'_k, \forall i \in \omega \setminus \Delta_k$ .

We set

$$c_0 = b_0, \dots, c_k = b_k \wedge \left( \bigwedge_{i=0}^{k-1} b'_i \right), \dots,$$

we obtain an orthogonal sequence  $(c_k)_{k \in \omega}$  of  $L$ .

In the same way of [3, Theorem 3.1], if we put  $c_{\Delta_k} = d_0 \wedge a \wedge c_k$ , we can to prove that  $\lambda_n(\Delta_k) = \psi_n(c_{\Delta_k})$  for every  $n, k \in \omega$ .

In fact by construction we have:

$$a_{m_i} \leq a, \forall i \in N, a_{m_i} \leq a', \forall i \in \omega \setminus N \text{ and } d_i \wedge d_{i+1} \wedge a'_{m_i} \leq a', \forall i \in \omega.$$

Moreover, ever by construction,

$$a_{m_p} \leq d_i, \forall p \geq i \text{ and } a_{m_p} \leq d'_i, \forall p \leq i - 1.$$

As in [5, Theorem 11.13] we can see that

$$d_0 = A \vee B \text{ where } A = \bigvee_{i < q} (d_i \wedge d_{i+1} \wedge a'_{m_i}) \vee \bigvee_{i < q, i \notin \Delta_k} a_{m_i} \text{ and } B = (\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i}) \vee d_q.$$

It is easy to see that  $A \perp (a \wedge c_k)$  and  $B$  and  $(\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i})$  is compatible with  $d_q$  and  $a \wedge c_k$ , so applying two times the Foulis and Holland Theorem we have:

$$c_{\Delta_k} = (\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i}) \vee (a \wedge c_k \wedge d_q) \text{ (that are orthogonal).}$$

So using [5, Proposition 11.3] and the definition of  $\lambda_n, \forall \epsilon > 0$  there exist

$\bar{q} \in \omega$  such that  $\bar{q} > \frac{2k}{\epsilon}$  and  $\forall q > \bar{q}$  we have:

$$|\psi_n(\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i}) - \lambda_n(\Delta_k)| < \frac{\epsilon}{2} \text{ and } \psi_n(x \wedge d_q) < \frac{1}{q+1} < \frac{\epsilon}{2k}.$$

Then

$$|\psi_n(c_{\Delta_k}) - \lambda_n(\Delta_k)| < |\psi_n(a \wedge c_k \wedge d_0) - \psi_n(\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i})| + |\psi_n(\bigvee_{i < q, i \in \Delta_k} a_{m_i}) - \lambda_n(\Delta_k)|$$

$$< k\psi_n(a \wedge c_k \wedge d_q) + \frac{\epsilon}{2} < \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2}, \forall \epsilon > 0.$$

But  $(c_{\Delta_k})_{k \in \omega}$  is an orthogonal sequence of  $L$ , then, by ipotesis, fixed  $\epsilon > 0$ , there exist  $n_0$  and  $k_0 \in \omega$  such that  $\lambda_n(\Delta_{k_0}) = \psi_n(c_{\Delta_{k_0}}) < \epsilon, \forall n \geq n_0$ .

So we have proved that  $(\lambda_n)_n$  verifies the Cafiero condition and then, as  $\mathcal{G}$  has the SCP, is uniformly exhaustive by Theorem 2.3 of this paper.

If  $(i_k)_{k \in \omega}$  is an increasing sequence of  $N$ , then  $\{i_k\}_{k \in \omega}$  is a disjoint sequence of  $\mathcal{G}$ , so  $\lim_k \lambda_n(i_k) = 0$  uniformly in  $n \in \omega$ .

Therefore we have, for some  $k \in \omega$  and  $\forall n \in \omega, \psi_n(a_{m_{i_k}}) = \lambda_n(i_k) < \epsilon$

Contradiction!  $\square$

From the Theorem 3.2 it follows, immediately, the Brooks-Jewett Theorem (cfr. [5, Theorem 11.14] and [3, Theorem 3.3])

**Theorem 3.3** *Let  $L$  be a orthomodular lattice with SIP,  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  a sequence of exhaustive and  $k$ -triangular functions defined on  $L$  with valued  $[0, +\infty[$  such that*

$$(*) \quad \lim_n \psi_n(a) = \psi_0(a) \quad \forall a \in L.$$

*If  $\psi_0$  is exhaustive then  $(\psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  is uniformly exhaustive.*

**Proof.** Let  $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$  be an orthogonal sequence of  $L$  and  $\epsilon > 0$ . Since  $\psi_0$  is exhaustive there exists  $k_0 \in \mathbb{N}$  such that

$$\psi_0(a_{k_0}) < \frac{\epsilon}{2}.$$

From (\*) it follows that there exists  $n_0 \in \mathbb{N}$  such that

$$\psi_n(a_{k_0}) < \psi_0(a_{k_0}) + \frac{\epsilon}{2} \quad \forall n \geq n_0.$$

Then

$$\psi_n(a_{k_0}) < \epsilon \quad \forall n \geq n_0,$$

from Theorem 3.2 follows the thesis.  $\square$

**Remark:** In other way the Brooks-Jewett Theorem has been proved by S. Salvati in [6] for k-triangular defined in orthomodular poset with SCP.

## References

- [1] Cafiero, F. (1952) *Sulle famiglie di funzioni d'insieme, uniformemente continue*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Fis. Mat. Nat. 12, (8), 155-162.
- [2] D'Andrea, A.B., de Lucia, P. (1991) *The Brooks-Jewett Theorem on an orthomodular lattice*, J. Math. Anal. Appl. 154, no. 2, 507-522.
- [3] Guariglia, E. (1990) *k-triangular functions on an orthomodular lattice and the Brooks-Jewett Theorem*, Radovi Matematički vol.6, 241-251.
- [4] Klimkin, V.M., Sribnaya, T.A. (2003) *Uniform continuity of a family of weakly regular set functions on topological spaces*, Mathematical Notes, vol. 74 no.1, 56-63.
- [5] Pap, E. (1995) *Null-Additive Set functions*, Kluwer Academic Publ., Ister Science Press, Dordrecht-Boston-London, Bratislava.
- [6] Saeki, S. (1992) *the Vitali-Hahn-Saks theorem and measuroids*, Proc. Amer. Math. Soc., 114, no. 3.
- [7] Salvati, S. (2000) *The Brooks-Jewett Theorem for k-triangular functions*, Math. Slovaca 50, 247-257.

**Acknowledgements:** This article was supported by G.N.A.M.P.A. of Istituto Nazionale di Alta Matematica (Italy).

## A NOTE ON PLANAR HOMEOMORPHISMS

LUIGI GRECO, CARLO SBORDONE AND CRISTINA TROMBETTI

Presentata dal socio Carlo Sbordone  
 (Adunanza del 7 marzo 2008)

**ABSTRACT.** Given a bounded domain  $\Omega$  of  $\mathbb{R}^2$ , it is known ([3]) that if  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \Omega')$  is a homeomorphism of finite distortion  $K_f$ , then also  $f^{-1} \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega', \Omega)$  and has finite distortion. Here we identify the distortion of  $f^{-1}$ , showing the formula  $K_{f^{-1}} = K_f \circ f^{-1}$ . As an application, we prove a stability result.

**RIASSUNTO.** Dato un dominio limitato  $\Omega$  di  $\mathbb{R}^2$ , è noto ([3]) che se  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \Omega')$  è un omeomorfismo a distorsione finita  $K_f$ , anche  $f^{-1} \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega', \Omega)$  e ha distorsione finita. Noi identifichiamo la distorsione di  $f^{-1}$ , mostrando la formula  $K_{f^{-1}} = K_f \circ f^{-1}$ . Come applicazione, proviamo un risultato di stabilità.

### 1. INTRODUCTION

Very recently (see e.g. [3], [4], [5]), there is a growing interest in studying properties of a homeomorphism  $f$  on a space domain, which can be proved also for the inverse map  $f^{-1}$ . In particular, a result from [3] shows that in the plane if  $f$  is a homeomorphism of Sobolev class  $W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  having finite distortion, then also  $f^{-1} \in W_{\text{loc}}^{1,1}(f(\Omega), \mathbb{R}^2)$  and has finite distortion. This result has been generalized to arbitrary dimension in [4]. A map  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  is said to have finite distortion if satisfies the conditions (a) its Jacobian determinant  $J_f = \det Df$  is a locally integrable function of constant sign (for simplicity, we shall assume  $J_f$  nonnegative) and (b) there exists a measurable function  $K = K(x)$  satisfying  $1 \leq K(x) < \infty$  for which the inequality

$$(1.1) \quad |Df(x)|^2 \leq K(x) J_f(x)$$

holds a.e., see [6]. By  $|Df(x)|$  we denote the operator norm of the differential matrix at the point  $x$ , cfr. Section 4. If  $f: \Omega \rightarrow f(\Omega)$  is a homeomorphism, then it satisfies (a), hence it has finite distortion if and only if  $Df(x)$  vanishes on the zero set of  $J_f$ . The smallest function  $K_f \geq 1$  for which (1.1) holds is called the distortion of  $f$ . In this note,

we show that the distortion of the inverse map  $f^{-1}$  is precisely

$$(1.2) \quad K_{f^{-1}}(y) = K_f(f^{-1}(y))$$

for a.e.  $y \in f(\Omega)$ . Actually, we prove (1.2) at every point  $y \in f(\Omega)$  using a proper definition for the distortion function  $K_f$ .

Formula (1.2) is well-known e.g. in the case  $f \in W_{\text{loc}}^{1,2}(\Omega, \mathbb{R}^2)$ , see [1]. The main difficulty in establishing (1.2) for a general homeomorphism  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  is that  $f$  need not satisfy Lusin condition  $\mathcal{N}$ , that is, for a set  $E \subset \Omega$  of zero Lebesgue measure,  $f(E)$  may fail to have zero Lebesgue measure. This poses some problems for the definition and the measurability of the composition  $K_f \circ f^{-1}$  in (1.2). Indeed,  $K_f \circ f^{-1}$  is sensitive to changes of  $K_f = K_f(x)$  on subsets of  $\Omega$  with zero Lebesgue measure. To overcome these difficulties, here we propose a precise definition of the distortion function of a homeomorphism of class  $W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  and using it we are able to show (1.2).

## 2. HOMEOMORPHISMS OF FINITE DISTORTION

Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  be a planar domain and  $f: \Omega \rightarrow f(\Omega)$  be a homeomorphism. We decompose  $\Omega$  as follows:

$$\Omega = \mathcal{R}_f \cup \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f,$$

where

$$\mathcal{R}_f = \{ x \in \Omega : f \text{ is differentiable at } x \text{ and } J_f(x) \neq 0 \}$$

is the set (possibly empty) of regular points of  $f$ ,

$$\mathcal{Z}_f = \{ x \in \Omega : f \text{ is differentiable at } x \text{ and } J_f(x) = 0 \},$$

$$\mathcal{E}_f = \{ x \in \Omega : f \text{ is not differentiable at } x \}.$$

Differentiability is understood in the classical sense. Since  $f$  is continuous, these are Borel sets. We recall (see [2]) that a homeomorphism  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  is differentiable a.e., that is, for such a map the Lebesgue measure  $|\mathcal{E}_f|$  vanishes. Moreover,  $J_f$  has a constant sign on  $\mathcal{R}_f$ ; for simplicity, we shall assume  $J_f(x) > 0, \forall x \in \mathcal{R}_f$ .

Clearly, we have

$$(2.1) \quad f(\mathcal{R}_f) = \mathcal{R}_{f^{-1}}$$

and the differential matrices of  $f$  and  $f^{-1}$  are inverse to each other, namely, for all  $x \in \mathcal{R}_f$ , if  $y = f(x)$ , then  $Df^{-1}(y) = (Df(x))^{-1}$ . Therefore, we have also

$$(2.2) \quad f(\mathcal{Z}_f) \cup f(\mathcal{E}_f) = f(\mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f) = \mathcal{Z}_{f^{-1}} \cup \mathcal{E}_{f^{-1}}.$$

For a given homeomorphism  $f$ , we consider the Borel function

$$(2.3) \quad K_f(x) = \begin{cases} \frac{|Df(x)|^2}{J_f(x)}, & \forall x \in \mathcal{R}_f \\ 1, & \forall x \in \Omega - \mathcal{R}_f = \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f \end{cases}$$

and the Borel measurable matrix fields

$$G_f(x) = \begin{cases} \frac{Df(x)^t Df(x)}{J_f(x)}, & \forall x \in \mathcal{R}_f \\ I, & \forall x \in \Omega - \mathcal{R}_f = \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f \end{cases}$$

and

$$G_f^*(x) = \begin{cases} \frac{Df(x) Df(x)^t}{J_f(x)}, & \forall x \in \mathcal{R}_f \\ I, & \forall x \in \Omega - \mathcal{R}_f = \mathcal{Z}_f \cup \mathcal{E}_f \end{cases}$$

Clearly, if  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  has finite distortion,  $K_f$  is the distortion and  $G_f$  is the distortion tensor of  $f$ . Our main result is the following.

**Theorem 2.1.** *If  $f \in W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  is a homeomorphism of finite distortion, then also  $f^{-1} \in W_{\text{loc}}^{1,1}(f(\Omega), \mathbb{R}^2)$  has finite distortion, and the distortions  $K_f$  and  $K_{f^{-1}}$  are related by (1.2).*

*Proof.* We use the results of [3]. Accordingly, the inverse map  $f^{-1}$  belongs to  $W_{\text{loc}}^{1,1}(f(\Omega), \mathbb{R}^2)$  and has finite distortion.  $K_{f^{-1}}$  is defined in a similar way as in (2.3).

Notice that  $G_{f^{-1}}(y) = (G_f^*(x))^{-1}$ , for all  $x$  in  $\mathcal{R}_f$ . This implies

$$\langle G_{f^{-1}}(y)\xi, \xi \rangle = \langle (G_f^*(x))^{-1}\xi, \xi \rangle$$

and hence, taking the maximum for  $\xi \in \mathbb{R}^2$  with  $|\xi| = 1$ , we conclude using (4.4):

$$\max_{|\xi|=1} \langle G_{f^{-1}}(y)\xi, \xi \rangle = K_{f^{-1}}(y), \quad \max_{|\xi|=1} \langle (G_f^*(x))^{-1}\xi, \xi \rangle = K_f(x).$$

□

**Remark 2.2.** Under the assumption of Theorem 2.1,  $f$  and  $f^{-1}$  are differentiable a.e., that is,  $|\mathcal{E}_f| = |\mathcal{E}_{f^{-1}}| = 0$ . On the other hand, by Sard's lemma  $|f(\mathcal{Z}_f)| = |f^{-1}(\mathcal{Z}_{f^{-1}})| = 0$ . Hence, essentially,  $f$  maps  $\mathcal{E}_f$  to  $\mathcal{Z}_{f^{-1}}$  and  $f^{-1}$  maps  $\mathcal{E}_{f^{-1}}$  to  $\mathcal{Z}_f$ , in the sense that, as (2.2) yields

$$f(\mathcal{E}_f) \Delta \mathcal{Z}_{f^{-1}} = (f(\mathcal{E}_f) \setminus \mathcal{Z}_{f^{-1}}) \cup (\mathcal{Z}_{f^{-1}} \setminus f(\mathcal{E}_f)) \subseteq \mathcal{E}_{f^{-1}} \cup f(\mathcal{Z}_f),$$

we have

$$|f(\mathcal{E}_f)\Delta \mathcal{Z}_{f^{-1}}| = 0$$

and similarly

$$|f^{-1}(\mathcal{E}_{f^{-1}})\Delta \mathcal{Z}_f| = 0.$$

### 3. AN APPLICATION

As an illustration of our main result, we give the following.

**Theorem 3.1.** *Let  $\Omega$  and  $\Omega'$  be bounded domains of  $\mathbb{R}^2$  and let  $f_j: \Omega \rightarrow \Omega'$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , be homeomorphisms of class  $W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \Omega')$  with distortions  $K_j = K_{f_j}$ . Moreover, assume that there exists a function  $M \in L^1(\Omega)$  such that*

$$(3.1) \quad 1 \leq K_j(x) \leq M(x), \quad \text{for a.e. } x \in \Omega, \quad \forall j \in \mathbb{N},$$

*and that  $(f_j)$  converges to  $f$  uniformly on  $\Omega$  and weakly in  $W_{\text{loc}}^{1,1}(\Omega, \Omega')$ , with  $f: \Omega \rightarrow \Omega'$  a homeomorphism verifying Lusin condition  $\mathcal{N}$ . Then  $f$  has integrable distortion  $K = K_f \in L^1(\Omega)$ , with  $1 \leq K(x) \leq M(x)$  a.e. on  $\Omega$ .*

*Proof.* Since  $f_j$  has integrable distortion, by Theorem 1.3 of [3] the inverse map  $h_j = f_j^{-1}: \Omega' \rightarrow \Omega$  belongs to  $W_{\text{loc}}^{1,2}(\Omega', \Omega)$ . Theorem 2.1 implies

$$(3.2) \quad |Dh_j(y)|^2 \leq K_j(h_j(y)) J_{h_j}(y), \quad \text{for a.e. } y \in \Omega'.$$

Consider now an arbitrary bounded and continuous function  $\varphi: \Omega' \rightarrow [0, +\infty[$ . By (3.2) we deduce

$$(3.3) \quad \int_{\Omega'} |Dh_j(y)|^2 \varphi(y) dy \leq \int_{\Omega'} K_j(h_j(y)) J_{h_j}(y) \varphi(y) dy.$$

The change of variables formula holds true for  $h_j$  as it verifies the condition  $\mathcal{N}$  (see [8], see also [7]), thus

$$(3.4) \quad \int_{\Omega'} K_j(h_j(y)) J_{h_j}(y) \varphi(y) dy = \int_{\Omega} K_j(x) \varphi(f_j(x)) dx.$$

In particular,

$$(3.5) \quad \int_{\Omega'} |Dh_j(y)|^2 dy \leq \int_{\Omega} K_j(x) dx \leq \int_{\Omega} M(x) dx$$

and hence  $(h_j)$  converges to  $h = f^{-1}$  weakly in  $W_{\text{loc}}^{1,2}(\Omega', \Omega)$  and uniformly. By (3.1), (3.3) and (3.4) we deduce

$$(3.6) \quad \int_{\Omega'} |Dh_j(y)|^2 \varphi(y) dy \leq \int_{\Omega} M(x) \varphi(f_j(x)) dx.$$

Using lower semicontinuity of quadratic functionals under weak convergence and Lebesgue theorem, from (3.6) we get

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \int_{\Omega'} |Dh(y)|^2 \varphi(y) dy &\leq \liminf_j \int_{\Omega'} |Dh_j(y)|^2 \varphi(y) dy \\ &\leq \int_{\Omega} M(x) \varphi(f(x)) dx. \end{aligned}$$

Let us consider a disk  $B \subset \Omega'$ ; we can find a sequence of continuous functions  $0 \leq \varphi_j \leq 1$  such that

$$\varphi_j(y) \rightarrow \chi_{\Omega \setminus \mathcal{Z}_f}(h(y)) \cdot \chi_B(y), \quad \text{for a.e. } y \in \Omega'$$

and, since  $h$  satisfies condition  $\mathcal{N}$ ,

$$\varphi_j(f(x)) \rightarrow \chi_{\Omega \setminus \mathcal{Z}_f}(x) \cdot \chi_B(f(x)), \quad \text{for a.e. } x \in \Omega.$$

We also notice that

$$\chi_{\Omega \setminus \mathcal{Z}_f}(h(y)) = \chi_{\Omega' \setminus f(\mathcal{Z}_f)}(y) = 1$$

for a.e.  $y \in \Omega'$ , as by Sard's lemma  $|f'(\mathcal{Z}_f)| = 0$ . Therefore, using (3.7) with  $\varphi_j$  in place of  $\varphi$ , by Lebesgue theorem we deduce

$$\int_B |Dh(y)|^2 dy \leq \int_{\Omega \setminus \mathcal{Z}_f} M(x) \chi_B(f(x)) dx = \int_{\mathcal{Z}_f} M(x) \chi_B(f(x)) dx.$$

Moreover,

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{Z}_f} M(x) \chi_B(f(x)) dx &= \int_{\mathcal{Z}_f} \frac{M(x)}{J_f(x)} \chi_B(f(x)) J_f(x) dx \\ &\leq \int_{B \cap \mathcal{Q}_h} \frac{M(h(y))}{J_f(h(y))} dy \leq \int_B M(h(y)) J_h(y) dy, \end{aligned}$$

hence finally

$$\int_B |Dh(y)|^2 dy \leq \int_B M(h(y)) J_h(y) dy.$$

This clearly implies for a.e.  $y \in \Omega'$

$$|Dh(y)|^2 \leq M(h(y)) J_h(y).$$

From this we conclude for a.e.  $x \in \Omega$

$$|Df(x)|^2 \leq M(x) J_f(x).$$

□

## 4. SOME LINEAR ALGEBRA

**Proposition 4.1.** *Let  $D$  be a nonsingular  $2 \times 2$  matrix, with  $J = \det D > 0$ . Then,*

$$(4.1) \quad G = \frac{D^t D}{J}, \quad G^* = \frac{D D^t}{J},$$

*are positive matrices with the same eigenvalues and satisfying*

$$(4.2) \quad \det G = \det G^* = 1.$$

The above result is an immediate consequence of the

**Lemma 4.2.** *If  $D$  is a nonsingular  $2 \times 2$  matrix,  $D^t D$  and  $D D^t$  are positive matrices with the same eigenvalues.*

*Proof.* For  $\xi \in \mathbb{R}^2$ , we have

$$(4.3) \quad \langle D^t D \xi, \xi \rangle = \langle D \xi, D \xi \rangle = |D \xi|^2 \geq 0.$$

If  $\langle D^t D \xi, \xi \rangle = 0$  for a  $\xi \neq 0$ , then  $D \xi = 0$  and thus  $\det D = 0$ , which is false. Therefore we have the strict inequality in (4.3), for  $\xi \neq 0$ . Similarly we argue with  $D D^t$ .

Furthermore,  $\det(D D^t) = J^2 = \det(D^t D)$  and  $\text{Tr}(D D^t) = \|D\|^2 = \text{Tr}(D^t D)$ , hence the two matrices have the same eigenvalues.  $\square$

Above, we denoted by

$$\|D\| = \sqrt{\sum_{i,j} a_{i,j}^2}$$

the Hilbert-Schmidt norm of the matrix  $D$ . On the other hand,

$$|D| = \max\{ |D \xi| : |\xi| = 1 \}$$

denotes the operator norm;  $|D|$  is the square root of the greatest eigenvalue of  $D^t D$  and  $D D^t$ . Moreover, we find easily

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \frac{|D|^2}{J} &= \max\{ \langle G \xi, \xi \rangle : |\xi| = 1 \} \\ &= \max\{ \langle G^* \xi, \xi \rangle : |\xi| = 1 \} \\ &= \max\{ \langle G^{-1} \xi, \xi \rangle : |\xi| = 1 \} \\ &= \max\{ \langle (G^*)^{-1} \xi, \xi \rangle : |\xi| = 1 \} \end{aligned}$$

## REFERENCES

- [1] K.Astala, T.Iwaniec, G.Martin and J.Onninen, *Extremal mappings of finite distortion*, Proc. London Math. Soc. (3) **91** (2005), 655–702.
- [2] F.W.Gehring and O.Lehto, *On the total differentiability of functions of a complex variable*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I **272** (1959), 1–9.
- [3] S.Hencl and P.Koskela, *Regularity of the Inverse of a Planar Sobolev Homeomorphism*, Arch. Rational Mech. Anal. **180** (2006), 75–95.
- [4] S.Hencl, P.Koskela and J.Malý, *Regularity of the Inverse of a Sobolev Homeomorphism in Space*, (2006) preprint.
- [5] S.Hencl, P.Koskela and J.Onninen, *A note on extremal mappings of finite distortion*, Math. Research Letter **12** (2005), 231–238.
- [6] T.Iwaniec and G.Martin, *Geometric function theory and nonlinear analysis*, Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, Oxford, 2001.
- [7] J.Malý and O.Martio, *Lusin's condition (N) and mappings of the class  $W^{1,n}$* , J. reine angew. Math. **458** (1995), 19–36.
- [8] Yu.G.Reshetnyak, *Some geometric properties of functions and mappings with generalized derivatives*, Sibirsk. Math. Zh. **8** (1966), 886–919; English transl. in Siberian Math. J. **7** (1966).

Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli”  
Università degli Studi di Napoli “Federico II”  
Via Cintia – 80126 NAPOLI  
luigreco@unina.it  
cristina@unina.it  
sbordone@unina.it



## L'INQUINAMENTO DA POLVERI SOTTILI (PM<sub>10</sub>) ANALISI E MODELLAZIONE DEI DATI EUROPEI NEL CONTESTO DELLE DIRETTIVE COMUNITARIE

Nota di Paola Adamo<sup>1</sup>, Giancarlo Melisi<sup>1</sup> e Antonio Sforza<sup>2</sup>

presentata dal socio Riccardo Sersale  
(Adunanza del 16 maggio, 2008)

*Key words:* air quality, airborne particulate matter, PM<sub>10</sub>, urban areas

**Abstract** - The decision taken by the European Commission to revise the standard for airborne particulate matter (PM<sub>10</sub>) has led to a renewed interest in the PM study and characterization in different European regions. In this paper PM<sub>10</sub> load data from EU countries are analysed and discussed in order to highlight trends and problems raised by the application of the limit values addressed by the Air Quality Framework Directive 1999/30/EC (annual mean 40  $\mu\text{g m}^{-3}$  and no more than 35 exceedences annually of a 24-h mean of 50  $\mu\text{g m}^{-3}$ ). Special attention is given to the necessity to consider the exceedences of air quality limit values due to particulate matter from natural sources, which may represent a large proportion of airborne particles in many Mediterranean urban areas, affected by low rainfall rates, enhanced resuspension of dust and desert dust deposition.

**Riassunto** - La revisione da parte della Commissione Europea degli standard e dei valori limite relativi al PM<sub>10</sub> imposti della Direttiva 1999/30/CE, ha prodotto un rinnovato interesse nello studio della caratterizzazione e della distribuzione del particolato aerodisperso e delle polveri sottili nel continente Europeo. Nel presente lavoro sono stati raccolti ed analizzati i dati di concentrazione nell'aria del PM<sub>10</sub> in diversi stati europei, mettendo in evidenza quelle criticità non risolte all'interno della Direttiva 1999/30/CE, quali i fenomeni di risospensione naturale delle polveri, il trasporto di polveri provenienti dalle regioni Sahariane, e i bassi livelli di pioggia nelle stagioni estive, che tendono a favorire l'accumulo del particolato. Questi fenomeni, se non adeguatamente monitorati e localizzati, inducono a penalizzare in particolare i paesi dell'area mediterranea, per i quali risulta essere più difficoltoso il rispetto dei limiti fissati dalla Direttiva, a causa delle particolari condizioni climatiche e ambientali che li caratterizzano.

<sup>1</sup> Dipartimento di Scienze del Suolo, della Pianta, dell'Ambiente e delle Produzioni Animali, Università degli Studi di Napoli Federico II, Via Università 100, 80055 Portici (NA);

<sup>2</sup> Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università degli Studi di Napoli Federico II, Via Claudio 21, 80125 Napoli

## 1 - INTRODUZIONE

L'adozione da parte della Commissione Europea della Direttiva 1999/30/CE, che fissa gli standard e le soglie limite di emissione degli inquinanti gassosi, ha prodotto un rinnovato interesse nello studio della caratterizzazione e della distribuzione del particolato e delle polveri sottili nel continente Europeo (1, 2, 3).

L'attenzione rivolta allo studio del particolato sottile aerodisperso (*Airborne Particulate Matter*), in particolare del PM<sub>10</sub> e in misura minore del PM<sub>2.5</sub>, nasce dalla considerazione che la loro natura geochimica e la distribuzione dimensionale dipendono da vari meccanismi di generazione, quali le fonti antropogeniche che li producono, le reazioni chimiche che avvengono nell'atmosfera, gli effetti del trasporto su lunghe distanze (*long-range transport*), le condizioni meteorologiche e l'influenza della topografia (4, 5)

Il PM può avere infatti origine sia naturale (erosione di rocce e suoli, aerosol marini, fenomeni vulcanici, incendi boschivi) sia antropica (emissioni gassose e usura degli apparati meccanici degli autoveicoli, usura dell'asfalto, emissione di composti volatili in agricoltura). Inoltre, gli aspetti relativi alla tossicità e gli effetti sulla salute dell'uomo sono attualmente oggetto di numerosi studi da parte dell'Organizzazione mondiale della Sanità (WHO), in quanto le dimensioni del PM<sub>10</sub> e ancor più del PM<sub>2.5</sub> sono sostanzialmente quelle delle particelle che possono essere inalate dall'apparato respiratorio.

Risulta pertanto necessario definire la distribuzione del particolato sottile aerodisperso nelle regioni europee, in relazione anche agli studi che si stanno compiendo per coadiuvare la Commissione Europea nella revisione degli attuali standard fissati dalla Direttiva 1999/30/CE che, alla luce dello stato di fatto, risultano essere molto restrittivi nel primo stage (terminato il 1° gennaio 2005) e ancor più nel secondo (che verrà completato il 1° gennaio 2010) (6, 7, 8, 9).

Nel presente lavoro sono stati raccolti e modellati i dati delle concentrazioni nell'aria del PM<sub>10</sub> in Europa, con lo scopo di mettere in evidenza quelle criticità non risolte all'interno della Direttiva 1999/30/CE, quali l'assenza di un'adeguata normativa che si occupi della valutazione dei fenomeni naturali come la risospensione delle polveri, il trasporto di polveri provenienti dalle regioni Sahariane e i bassi livelli di pioggia nelle stagioni estive, che tendono a favorire l'accumulo del particolato. Questi fenomeni, se non adeguatamente monitorati e localizzati, inducono a penalizzare in particolare i paesi dell'area mediterranea, per i quali risulta essere più difficoltoso il rispetto dei limiti fissati dalla Direttiva, a causa delle particolari condizioni climatiche e ambientali che le caratterizzano.

## 2. DEFINIZIONE, ORIGINE E MONITORAGGIO DEL PM

Il particolato sottile aerodisperso (*Airborne Particulate Matter*) è un complesso insieme di sostanze organiche ed inorganiche, presenti allo stato solido e liquido, con differenti proprietà (grandezza, rapporto solido/liquido, tossicità) ed origini (10, 11, 12).

L'analisi della massa e la composizione in ambienti urbani tende a dividere la frazione grossolana (*Coarse-Mode Particles*) in due gruppi principali, secondo la definizione della Direttiva 1999/30/CE:

- PM<sub>10</sub>: Particolato che “penetra attraverso un ingresso dimensionale selettivo con un’efficienza di interruzione del 50% per un diametro aerodinamico di 10  $\mu\text{m}$ ”
- PM<sub>2.5</sub>: Particolato che “penetra attraverso un ingresso dimensionale selettivo con un’efficienza di interruzione del 50% per un diametro aerodinamico di 2.5  $\mu\text{m}$ ”.

Il particolato può essere rilevato attraverso una rete di stazioni di monitoraggio classificate in funzione della tipologia dell’area di ubicazione e della tipologia di inquinamento (traffico, background, industriale), come stabilito nella Decisione 2001/752/CE e nel documento Criteri for EUROAIRNET (Tabella 1) (13). La definizione complessiva di ogni stazione nasce dalla combinazione di queste tre caratteristiche (tenendo conto del fatto che alcune di esse sono poco realistiche). Nel lavoro svolto, che è stato focalizzato sull’influenza prodotta dall’inquinante su scala urbana e suburbana, sono state considerate le seguenti tipologie di stazioni: Stazioni di traffico urbano, Stazioni di background urbano, Stazioni di background urbano residenziale, Stazioni di background suburbano.

L’influenza della componente naturale sulle concentrazioni del PM<sub>10</sub> si rileva in maniera sostanziale specialmente nelle regioni dell’Europa del sud. Determinate condizioni geografiche e climatiche, che attivano i fenomeni di trasporto a lunga distanza (*long range transport*) delle particelle minerali provenienti dalle regioni sahariane, unite alla risospensione/rideposizione delle polveri nelle aree a clima secco, possono alterare significativamente le misurazioni delle stazioni di background.

Un altro contributo significativo è dato dagli aerosol marini, ed in particolare dall’interazione fra i sali marini (cloruri e solfati) e l’SO<sub>2</sub> con la calcite. L’effetto degli aerosol marini è stato verificato in diverse località europee (Isole Canarie e Olanda), in cui è stato stabilito un contributo alla frazione totale del PM<sub>10</sub> di 7  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  (1). Il fenomeno è attivato dal moto ondoso e dall’impatto delle onde sulle superfici costiere.

La componente di origine terrigena varia in funzione della geologia dell’area interessata, ma è possibile ricondurre la frazione di PM<sub>10</sub> dovuta a questo fenomeno alla presenza nei terreni di silicati e carbonati.

*Tabella 1: Classificazione delle stazioni di rilevamento degli inquinanti atmosferici contenuta nel documento Criteria for Euroairnet*

|                           |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| TIPO DI AREA              | <i>URBANA</i>       | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                           | <i>SUBURBANA</i>    | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                           | <i>RURALE</i>       | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| CARATTERISTICHE DELL'AREA | <i>RESIDENZIALE</i> | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                           | <i>COMMERCIALE</i>  | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                           | <i>NATURALE</i>     | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                           | <i>AGRICOLA</i>     | ---                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| TIPO DI STAZIONE          | <i>TRAFFICO</i>     | Stazione situata in posizione tale che il livello di inquinamento è prevalentemente influenzato da emissioni da traffico provenienti da strade limitrofe connesse a flussi di traffico medio-alti                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                           | <i>BACKGROUND</i>   | Stazione non influenzata da traffico o da attività industriali, in cui il livello di inquinamento non dipende da una singola fonte o da un'unica strada ma dal contributo di tutte le fonti agenti sulla stazione. Il punto di campionamento è perciò rappresentativo dei livelli di inquinamento caratteristici dell'area, risultanti dal trasporto degli inquinanti anche dall'esterno dell'area urbana e dalle emissioni dell'area urbana stessa |
|                           | <i>INDUSTRIALE</i>  | Stazione situata in una posizione tale che il livello di inquinamento è influenzato prevalentemente da singole fonti industriali o da zone industriali limitrofe                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

Le emissioni vulcaniche contribuiscono alla componente minerale del particolato, oltre a generare composti dello zolfo derivanti dalle emissioni di  $\text{SO}_2$ . Gli effetti prodotti sono comunque di entità limitata, in quanto questo tipo di particolato è localizzato ad elevate altitudini e tende a rimanere in sospensione nell'atmosfera per più di un anno allontanandosi considerevolmente dal punto in cui è stato generato.

Vi è poi una componente di origine naturale definita secondaria, cioè generata da reazioni chimiche nell'atmosfera, composta da solfati, nitrati e aerosol di natura organica.

Le maggiori fonti di particolato secondario di origine naturale risultano essere le aree forestali, che rilasciano composti organici come i terpeni, che ossidandosi cambiano fase diventando vapori a bassa pressione che supportano la formazione del particolato.

Un fenomeno caratteristico che colpisce le regioni del sud Europa, ed in particolare l'area del bacino del Mediterraneo, è il trasporto di polveri provenienti dal Nord Africa (deserti del Sahara e Sahel) (14, 15). Questo fenomeno è attuito significativamente nelle regioni del centro e nord Europa a causa della distanza e della differente configurazione meteorologica delle correnti d'aria di queste zone. Le polveri nord africane vengono immesse nell'atmosfera con processi di risospensione nelle aree d'origine e poi trasportate a differenti altitudini (dal livello del mare fino a 4.5 Km) sul Mediterraneo e sulle regioni del sud Europa. Il clima asciutto e la scarsità di precipitazioni nel bacino del Mediterraneo favoriscono la lunga permanenza del particolato nell'atmosfera con un conseguente impatto sulla qualità dell'aria.

Nel contesto urbano le particelle di origine primaria emesse nell'atmosfera sono il risultato dei processi di combustione interna dei motori, che portano alla formazione di un particolato fine composto da particelle di carbonio elementare e di vari composti organici ed inorganici.

Anche se la quantità di questo particolato è stata progressivamente abbattuta con l'introduzione delle marmitte catalitiche e dei filtri antiparticolato, gli elementi di dimensioni sub-micrometriche continuano ad essere presenti in ambito urbano, ed hanno origine in maggioranza dai motori diesel piuttosto che da quelli ad accensione controllata (circa 80-90% del totale). Questa differenza si fa progressivamente più ampia al diminuire delle velocità di percorrenza dei veicoli, ed è perciò considerevole nell'ambito urbano.

Le attività produttive ed industriali, come le opere di costruzione e demolizione, gli scavi per le opere di fondazione ed i movimenti di materia nelle aree di cantiere, la produzione di cementi, smalti, ceramiche e mattoni, sono fonti di produzione del particolato primario in tutto lo spettro dimensionale, da quello micrometrico fino a quello a più grossolano.

Alla generazione del  $\text{PM}_{10}$  e del  $\text{PM}_{2.5}$  di natura primaria contribuiscono principalmente l'erosione della pavimentazione stradale dovuta al traffico veicolare (*road dust*) e il degrado meccanico delle componenti meccaniche

degli autoveicoli, quali l'abrasione dei pneumatici per contatto con l'asfalto e il consumo degli impianti di frenatura (tamburi, pinze ecc.).

Un'altra aliquota di PM<sub>10</sub> di natura primaria (5-6%) è data dal degrado dei rivestimenti di copertura degli edifici, nonché dal movimento delle polveri nelle aree di cantiere ed in generale di tutte quelle aree sprovviste di coperture vegetali adeguate.

Con riferimento agli Stati dell'Unione Europea, nelle aree contaminate (PM<sub>10</sub>>50 µg/m<sup>3</sup>) solfati e sostanza organica (con percentuali del 20-30%) sono i principali componenti del PM<sub>10</sub> e del PM<sub>2.5</sub>, mentre nelle zone non contaminate un notevole contributo è dato dalle polveri minerali (*mineral dust*). L'accertamento nelle stazioni di background della presenza di solfati, nitrati e sostanza organica è indice in queste aree della presenza di particolato di origine secondaria causato dal trasporto su lunghe distanze (*long range transport*).

Il particolato carbonioso (*Black Carbon*) contribuisce al PM<sub>2.5</sub> nella misura del 5-10% e in maniera leggermente inferiore per il PM<sub>10</sub> in tutti i siti di rilevamento, tranne che nelle stazioni di misurazione da traffico dove cresce al 15-20%. L'analisi dei rapporti di massa PM<sub>2.5</sub>/PM<sub>10</sub>, della dimensione media del particolato e della composizione chimica indicano che il traffico è la fonte primaria delle alte concentrazioni di particelle fini e ultrafini, sia a causa del contributo dei nitrati e degli aerosol carbonici (nelle aree suburbane ed in quelle di background urbano) sia a causa della rideposizione delle polveri (nelle aree di traffico). L'effetto prodotto dal traffico nell'ambito urbano ha invece meno influenza sulle concentrazioni della frazione grossolana (PM<sub>10</sub> e PM<sub>2.5</sub>).

### 3. LA DIRETTIVA EUROPEA 1999/30/CE

La Direttiva Europea 1999/30/CE, del 22 Aprile 1999, regola i limiti per il biossido di zolfo, l'ossido di azoto, il biossido di azoto, il piombo ed il particolato, per prevenire gli effetti nocivi che essi producono sulla salute umana e più in generale sull'ambiente. La stessa stabilisce inoltre i criteri da adottare per la raccolta dei dati e la diffusione degli stessi alla popolazione.

I limiti fissati per il particolato, contenuti all'interno dell'Allegato III del documento, furono definiti dalla Commissione Europea col supporto del Gruppo di Studio sul PM nominato dalla Commissione stessa che, basandosi sulle conoscenze scientifiche dell'epoca, concentrò l'attenzione sul PM<sub>10</sub>. All'epoca, infatti, il gruppo di lavoro considerò il particolato di origine naturale come elemento prioritario d'analisi, con la raccomandazione (contenuta nell'articolo 10) che entro il 31 Dicembre 2003, sulla base di più recenti ricerche scientifiche, si introducessero valori limite per il PM<sub>2.5</sub> o per altre frazioni di particelle all'atto della revisione della Direttiva stessa.

Il risultato finale, frutto di una analisi di carattere tecnico, politico ed economico da parte della Commissione, è riassunto in Tabella 2. Furono identificati due gruppi di valori limite (valori medi orari), uno calcolato su base

giornaliera e uno su base annuale, oltre ai margini di tolleranza concessi (descrescenti negli anni) per il raggiungimento degli obiettivi. Furono inoltre fissate due fasi distinte entro le quali raggiungere gli obiettivi designati, una da completare entro il 1° gennaio 2005 e l'altra entro il 1° gennaio 2010; al compimento di questa data sarebbe poi stata elaborata una revisione completa della Direttiva, tenendo ovviamente conto dei risultati ottenuti, ridefinendo i valori delle concentrazioni limite e modificando la gamma degli inquinanti da analizzare (inserendo ad esempio anche il particolato ultrafine,  $PM_{0.1}$ ,  $PM_1$ ,  $PM_{2.5}$  ecc.).

*Tabella 2. Definizione dei valori limite per la protezione della salute umana e dei margini di tolleranza per il  $PM_{10}$*

|                           |             |                                                                       |                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------|-------------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| FASE 1                    |             |                                                                       |                                                                                                                                                                                          |
| Valore limite giornaliero | 24 ore      | 50 $\mu\text{g}/\text{m}^3$<br>da non superare più di 35 volte l'anno | 50% all'entrata in vigore della direttiva, con riduzione<br>il 1° gennaio 2001 ed ogni 12 mesi successivi, secondo una percentuale annua costante, per raggiungere 0% il 1° gennaio 2005 |
| Valore limite annuale     | Anno civile | 40 $\mu\text{g}/\text{m}^3$                                           | 20% all'entrata in vigore della direttiva, con riduzione<br>il 1° gennaio 2001 ed ogni 12 mesi successivi, secondo una percentuale annua costante, per raggiungere 0% il 1° gennaio 2005 |
| FASE 2                    |             |                                                                       |                                                                                                                                                                                          |
| Valore limite giornaliero | 24 ore      | 50 $\mu\text{g}/\text{m}^3$<br>da non superare più di 7 volte l'anno  | In base ai dati; deve essere equivalente al valore limite della fase 1 da raggiungere entro il 1° gennaio 2010                                                                           |
| Valore limite annuale     | Anno civile | 20 $\mu\text{g}/\text{m}^3$                                           | 50% al 1° gennaio 2005<br>con riduzione ogni 12 mesi successivi, secondo una percentuale annua costante, per raggiungere lo 0% il 1° gennaio 2010                                        |

Sulla base delle informazioni attuali è risultato evidente che gli obiettivi fissati dalla fase 1 della Direttiva sono stati raggiunti solo da una parte degli Stati membri. E' emerso in maniera evidente come questi limiti siano troppo penalizzanti per tutti i principali agglomerati urbani continentali, sia nelle stazioni di background che in quelle di traffico, specialmente per quanto riguarda il limite posto al numero di superamenti della soglia giornaliera (35 superamenti l'anno della soglia di 50 µg/m<sup>3</sup>).

Tuttavia le misure del PM<sub>10</sub> successive all'introduzione della Direttiva hanno fatto registrare, dalla metà degli anni novanta in poi, un decremento generale dei valori medi di concentrazione. E' stato tuttavia verificato che la diminuzione dei livelli di PM<sub>10</sub> su scala Europea è una prerogativa solo di alcune tipologie di stazioni di rilevamento, quali quelle di tipo rurale e alcune di background, e che questa tendenza è associata prevalentemente alla diminuzione delle emissioni di inquinanti gassosi quali SO<sub>x</sub> e NO<sub>x</sub>.

Su tale situazione ha pesato l'incapacità degli Stati membri di stimare l'aliquota di particolato dovuta ad eventi naturali che, come specificato nell'articolo 5, punti 4 e 5 della Direttiva, alterando significativamente le misurazioni, deve essere valutata separatamente e decurtata dalla misurazione quantitativa totale. A tale proposito fino ad oggi solo Spagna e Regno Unito hanno infatti fornito alla Commissione Europea delle documentazioni esaurienti circa i livelli di particolato di origine naturale. In questi studi, nel caso della Spagna, è stata stimata la quantità di particolato dovuta al trasporto di particelle provenienti dalle aree nord africane e l'aliquota fornita dai fenomeni di risospensione/rideposizione, da prendere in considerazione nelle regioni a clima caldo a causa dei moti convettivi dell'aria.

Inoltre si è evidenziato dall'analisi della fase 1 che i siti maggiormente inquinati, principalmente identificabili nelle stazioni di rilevamento di traffico urbano, hanno registrato concentrazioni annuali di 60 µg/m<sup>3</sup>, superando quindi anche la soglia del limite annuale. Un problema di grande rilevanza, evidenziato da *Querol et al.* (4, 16) e considerato nel presente lavoro, è la corrispondenza fra il limite annuale (40 µg/m<sup>3</sup>), il limite giornaliero (50 µg/m<sup>3</sup>) e il numero di superamenti annuali del limite giornaliero (35) fissati all'interno della Direttiva. Il limite giornaliero, infatti, è calcolato come il 36° valore più alto registrato durante l'anno (o analogamente come il 90.4 percentile di tutte le misurazioni giornaliere), ma è possibile stimare statisticamente che la media annuale necessaria per non superare il limite dei 35 superamenti annui sia molto più bassa di 40 µg/m<sup>3</sup>, e si attesti all'incirca fra 25 e 30 µg/m<sup>3</sup>.

L'analisi più recente effettuata sul territorio europeo (17) ha verificato che i limiti fissati per la seconda fase della Direttiva, sia giornalieri (50 µg/m<sup>3</sup> da non superare più di 7 volte l'anno) sia annuali (media annuale su base giornaliera di 20 µg/m<sup>3</sup>), sono attualmente ben lontani dal poter essere recepiti, e recenti proiezioni hanno decretato che non saranno raggiunti praticamente da nessuno Stato membro al termine della seconda fase, fissato per il 1° gennaio 2010.

Attualmente è quindi in corso un ampio dibattito su come rapportarsi ai limiti fissati dalla seconda fase della Direttiva. Benché siano state avanzate proposte su una revisione della stessa, al momento gli obiettivi dettati rimangono inalterati, soprattutto per incentivare tutti gli investimenti tecnologici volti all'abbattimento del  $PM_{10}$ , come la riduzione delle emissioni industriali e i piani elaborati per limitare e disincentivare il traffico urbano, misure che porteranno comunque in un periodo di tempo medio-lungo a benefici per la salute pubblica, che si rammenta essere la finalità primaria definita all'interno della Direttiva 1999/30/CE.

#### **4. PROPOSTE PER L'AGGIORNAMENTO E LA MODIFICA DELLA DIRETTIVA**

La ricerca scientifica negli ultimi anni ha focalizzato l'attenzione sullo studio del  $PM_{2.5}$ , che viene oggi ritenuto l'indicatore più attendibile dell'impatto del particolato sulla salute pubblica e sull'ambiente in genere. In particolare le ultime ricerche dell'Organizzazione Mondiale della Sanità raccomandano che venga intensificata nell'area europea la copertura del territorio per il rilevamento del  $PM_{2.5}$ .

A seguito di questo nuovo indirizzo formalizzato dalla comunità scientifica la Commissione Europea ha presentato il 21 Settembre 2005 una proposta per l'introduzione di una nuova Direttiva per la regolamentazione della qualità dell'aria e dell'ambiente che, partendo dal presupposto di mantenere inalterati i limiti annuali e giornalieri fissati per il  $PM_{10}$ , suggerisce una gamma di azioni da mettere in atto per limitare l'esposizione umana al  $PM_{2.5}$ . Le proposte avanzate possono riassumersi in:

- Introduzione di un obiettivo giuridicamente non vincolante di riduzione dell'esposizione al  $PM_{2.5}$  da mettere in atto entro il 2020, che imponga di ridurre le concentrazioni medie annue di background urbano del  $PM_{2.5}$  di una percentuale variabile per ogni paese, stabilita rispetto alla media rilevata nel periodo 2008-2020 di ciascuno Stato membro

- Sostituzione dei valori limite indicativi stabiliti per il  $PM_{10}$  per il 2010 con un "tetto massimo" giuridicamente vincolante per le concentrazioni medie annue di  $PM_{2.5}$  pari a  $25 \mu g/m^3$ . Tale valore dovrà essere raggiunto entro il 2010 e verrà fissato in maniera tale da evitare rischi eccessivamente elevati alla salute della popolazione.

La prima delle due proposte si basa sul fatto che le analisi d'impatto condotte in questi anni hanno messo in evidenza che l'applicazione di un limite rigido e uniforme non è una misura economicamente e socialmente efficace, specialmente nell'ottica della salute pubblica. E' stato infatti verificato che la presenza di valori limite vincolanti porta ad ottenere risultati significativi nelle

zone più inquinate, che però non sono sempre quelle dove è esposta la maggior parte delle persone.

A questo proposito nel 2005 sono stati avanzati suggerimenti da parte del gruppo di lavoro sul PM nominato dalla Commissione Europea su come selezionare le stazioni per la misurazione del PM<sub>2.5</sub>. E' indicata come prioritaria la necessità di posizionare stazioni di traffico urbano, background urbano e background rurale. Tra queste almeno il 20% del totale dovranno essere collocate negli stessi siti dove sono già presenti stazioni per il rilevamento del PM<sub>10</sub>.

## 5. I DATI DISPONIBILI

E' stata effettuata una ricerca dei dati delle concentrazioni medie giornaliere ed annuali del PM<sub>10</sub> misurati in alcuni Stati dell'UE, ed un'elaborazione delle distribuzioni e dei livelli di PM<sub>10</sub> per le singole nazioni, analizzando tutte le stazioni di rilevamento disponibili per ogni Stato (urbane, suburbane, rurali) e analizzando separatamente solo le stazioni in ambito urbano (traffico, background, industriale).

Tutti i dati di concentrazione del PM<sub>10</sub> dei siti di background urbano e di traffico urbano riportati nel presente lavoro sono stati reperiti da EuroAirnet, il network sulla qualità dell'aria e dell'ambiente europeo, gestito da EIONET (*European Topic Centre on Air Climate Change*) in collaborazione con l'Agenzia Europea dell'Ambiente (EEA) e gli Stati membri dell'UE. EuroAirnet è stato sviluppato nel 1996 con l'obiettivo di supportare le decisioni e le azioni della EEA fornendole informazioni attendibili e comparabili fra loro sulle misure di tutti gli inquinanti atmosferici, di origine primaria e secondaria, attraverso il database *Airbase*, intuitivo e facilmente consultabile tramite il software *Airview*. I dati contenuti in *Airbase*, il database creato da EuroAirnet, sono certificati e validati dall'EEA, in quanto tengono conto delle apparecchiature utilizzate e dei metodi con i quali vengono effettuate le misurazioni. I valori forniti dalle singole stazioni sono infatti standardizzati e quindi confrontabili fra loro, in quanto elaborati con i coefficienti correttivi associati ai macchinari e metodi utilizzati. Le stazioni di misurazione presenti sul territorio comunitario sono molte di più di quelle contenute nel database centrale, ma la necessità di raccogliere dati che si rifacciano ad uno standard di misurazione e valutazione unico, ci ha portato ad escluderne un cospicuo numero (circa il 75%).

Un caso da citare ad esempio di questa problematica è quello della città di Londra, dove il sistema di monitoraggio locale (*London Air Quality Network*) fornisce i dati delle concentrazioni di PM<sub>10</sub> misurati in 114 stazioni ubicate nell'area urbana, mentre in *Airbase* ne sono incluse appena 8. Questo risultato è dovuto al fatto che solo 8 delle 114 stazioni utilizzano una metodologia di campionamento ritenuta attendibile dall'ente che certifica i dati. Le 8 stazioni

selezionate, infatti, dispongono sia di apparecchiature che effettuano misurazioni in continuo sia apparecchiature che impiegano il metodo di misura gravimetrico, che confermano e validano i dati delle prime.

### 5.1 L'ELABORAZIONE STATISTICA DEI DATI

Ogni stazione fornisce una gamma di informazioni statistiche ottenute sulla base delle misure giornaliere, fra cui le più significative sono:

- Completezza del dato, espressa in percentuale (sempre maggiore dell'80%) [%Val, %]
- Numero dei campionamenti giornalieri validati nell'anno [#Val, n]
- Media annuale [*Annual mean*,  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ]
- Valore di picco giornaliero [*Maximum*,  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ]
- Ottavo e trentaseiesimo valore giornaliero più alto misurato nell'arco dell'anno [*8th and 36th highest*,  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ]
- 50°, 90°, 95° e 98° percentile [ $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ]
- Numero dei giorni con concentrazione superiore a 50  $\mu\text{g}/\text{m}^3$

La completezza del dato rilevato fa riferimento al numero di campionamenti validi effettuati in un anno su base giornaliera. Sono considerate attendibili, e quindi incluse nei dati forniti al pubblico, tutte le misurazioni con un grado di completezza maggiore dell'80%, che viene stimato come sufficiente a definire i parametri statistici da allegare alle misurazioni, quali il 90.4°, il 95° e il 98° percentile. Per altre misure, come la mediana (50° percentile) è ritenuta accettabile una completezza del dato su base annua del 50%.

La media annuale (*Annual mean*) viene calcolata come rapporto fra la somma delle medie giornaliere ( $X_i$ ) (che a loro volta sono la media delle misurazioni orarie fornite dal campionatore nell'arco di un giorno) e il numero di giorni dell'anno in cui è stata effettuata una misurazione valida (n):

$$\overline{X} = \sum_i \frac{X_i}{n}$$

Il valore di picco giornaliero (*Maximum*) è inteso come la più elevata delle medie giornaliere misurate nell'arco dell'anno.

Definire un valore  $Z = Y$  percentile significa dire che, identificato un insieme di valori, la percentuale  $Y$  di tali valori risulta essere minore o uguale a  $Z$ . Per cui calcolare il 90° percentile delle misurazioni giornaliere disponibili in un anno, significa trovare un numero tale che il 90% delle misurazioni sarà inferiore o uguale ad esso, mentre il 10% sarà superiore. Ciò significa che la mediana rappresenta il 50° percentile.

Una misura che è stata usata molto frequentemente nelle analisi di questo lavoro è il 36° valore giornaliero più alto misurato nell'arco dell'anno. Esso rappresenta il 90.4° percentile delle misurazioni giornaliere, calcolato su una popolazione di 365 misurazioni (una per ogni giorno dell'anno). Questo è il valore che, in sede di elaborazione della Direttiva Europea, è stato preso come limite della concentrazione giornaliera di PM<sub>10</sub>. Per rientrare negli obiettivi posti dalla Direttiva 1999/30/CE è pertanto necessario che il valore limite di concentrazione giornaliera di 50 µg/m<sup>3</sup> non venga superato più di 35 volte in un anno.

## 5.2 ACQUISIZIONE DEI DATI NAZIONALI E CITTADINI

La ricerca dei dati è stata effettuata su due livelli, uno a scala nazionale e uno più circoscritto a scala urbana. Si è deciso, infatti, sempre con il fine di pervenire a una caratterizzazione delle concentrazioni di PM<sub>10</sub> che tenesse come punto di riferimento le stazioni di background e quelle di traffico, di adottare due diverse prospettive.

Per la valutazione a scala nazionale, per ogni nazione presa in esame, sono stati selezionati i dati di tutte le stazioni disponibili (urbane, suburbane e rurali), con l'obiettivo di pervenire ad una visione più ampia possibile del fenomeno. La scelta delle nazioni si è basata su criteri di carattere geografico, climatico e ambientale, con lo scopo di evidenziare differenze di concentrazione nell'ambito del territorio comunitario.

Per la valutazione a scala urbana sono state considerate stazioni di background, traffico e industriali, ubicate all'interno delle conurbazioni, in quanto si è cercato di evidenziare l'aspetto legato alle emissioni da traffico veicolare ed in generale alle emissioni di origine antropogenica. Anche in questo caso la posizione geografica e il contesto climatico ed ambientale in cui si inseriscono le città scelte sono state il criterio base della selezione effettuata.

Tutti i dati sono relativi al 2005, anno in cui si è completata la selezione delle stazioni di rilevamento presenti sul territorio europeo da includere in Airbase e sono stati formalizzati i valori dei coefficienti correttivi da apportare alle misurazioni ottenute con apparecchiature diverse.

## 5.3 SELEZIONE DELLE STAZIONI

La selezione delle stazioni è stata condotta con due approcci differenti, influenzati dalla tipologia delle stazioni selezionate.

### 5.3.1 Analisi applicata a tutti gli ambiti territoriali

Questo approccio, di carattere più generale, ha interessato tutti i tipi di stazioni disponibili (urbano, suburbano, rurale) e ha permesso di includere un numero considerevole di nazioni, poiché sono stati selezionati tutti gli stati con una presenza sul territorio di almeno 10 stazioni di rilevamento. Una valutazione a livello nazionale effettuata su un numero di stazioni inferiore a dieci non ha infatti garantito una sufficiente significatività dei risultati.

Nella Tabella 3, per ogni nazione selezionata, è riportata la suddivisione delle stazioni in urbana, suburbana e rurale, oltre al totale. Risulta evidente che gli Stati con superfici territoriali estese (Francia, Germania, Italia, Spagna) dispongono di una rete molto più capillare delle altre nazioni. Questo ovviamente dipende dalla presenza sul territorio di ciascuna nazione di numerosi nuclei urbani di grandi dimensioni (numero di abitanti > 100.000) che sono sempre le località dove si concentrano il maggior numero di punti di campionamento.

*Tabella 3. Distribuzione per tipologia delle stazioni di campionamento selezionate*

| NAZIONE        | AMBITO TERRITORIALE |           |        |        |
|----------------|---------------------|-----------|--------|--------|
|                | URBANO              | SUBURBANO | RURALE | TOTALE |
| BELGIO         | 11                  | 27        | 9      | 47     |
| FINLANDIA      | 21                  | 10        | 1      | 32     |
| FRANCIA        | 175                 | 119       | 35     | 329    |
| GERMANIA       | 246                 | 108       | 76     | 430    |
| GRECIA         | 6                   | 4         | 0      | 10     |
| ITALIA         | 152                 | 58        | 15     | 225    |
| SPAGNA         | 143                 | 149       | 93     | 385    |
| SVEZIA         | 22                  | 2         | 3      | 27     |
| SVIZZERA       | 11                  | 5         | 6      | 22     |
| REGNO<br>UNITO | 62                  | 5         | 4      | 71     |

Della distribuzione per tipologia delle stazioni nelle diverse nazioni si deducono le strategie e gli orientamenti adottati dagli Stati membri. Ad esempio, Spagna e Germania hanno optato per una distribuzione omogenea della rete, che prevede un numero considerevole di stazioni rurali, e che si spiega con l'attenzione che questi due paesi danno ai contributi di background regionale e naturale nella definizione delle fonti del PM<sub>10</sub>. La Spagna, infatti,

assieme al Regno Unito, è l'unica nazione ad aver presentato alla Commissione Europea una documentazione esaustiva sugli effetti che gli eventi naturali, quali trasporto *long range* di particelle provenienti dal Nord Africa e la rideposizione delle polveri stradali, producono sulle concentrazioni di PM<sub>10</sub>. Abbiamo già ricordato che, in presenza di eventi naturali scientificamente dimostrabili che innalzano le concentrazioni oltre i limiti fissati dalla Direttiva 1999/30/CE, i Paesi membri possono detrarre le aliquote dovute a tali fenomeni e quindi abbassare il numero dei superamenti annuali.

Altre nazioni, come l'Italia, e in parte anche la Francia, si sono invece concentrate sull'osservazione delle dinamiche urbane, prediligendo in particolare le stazioni di traffico per quanto riguarda l'Italia e quelle di background urbano per la Francia.

Le scelte effettuate nella progettazione delle reti nazionali (favorire la presenza di una determinata tipologia di campionamento rispetto ad un'altra) rende difficile un confronto tra nazioni. Si è comunque privilegiata la necessità di includere tutte le stazioni presenti sul territorio per avere caratterizzazioni esaustive delle concentrazioni di PM<sub>10</sub> nei singoli Stati.

### 5.3.2 Analisi limitata all'ambito urbano

Nel secondo approccio si è focalizzata l'attenzione sulla distribuzione delle stazioni di rilevamento localizzate esclusivamente nelle aree urbane, effettuando quindi una ulteriore separazione tra stazioni urbane di traffico, di background e industriale. In questo caso la selezione ha interessato solo le nazioni con superfici territoriali ampie e con una presenza omogenea sul territorio di centri urbani con popolazione superiore ai 100.000 abitanti.

La scelta è caduta quindi su Francia, Germania, Italia e Spagna. La distribuzione delle stazioni selezionate per tipologia (traffico, background, industriale) è riportata nella Tabella 4. Anche in questo caso ognuno dei paesi selezionati ha progettato il proprio network in maniera differente dagli altri. In questo caso le differenze sono ancora più evidenti poiché la definizione di una rete urbana risente notevolmente delle istanze prodotte dalla sensibilità locale.

Si può immediatamente osservare che per Germania, Italia e Spagna il rapporto numerico fra stazioni di traffico e di background è rispettivamente di 1.30, 1.55 e 1.65, mentre si riduce notevolmente per la Francia, dove è ampiamente sotto l'unità (0.22). Questo è dovuto al fatto che i centri urbani di Germania, Italia e Spagna sono caratterizzati da un'incidenza del traffico veicolare superiore a quella francese, dove invece si predilige concentrarsi sull'analisi delle concentrazioni di background.

La Spagna ha invece un numero superiore di stazioni di rilevazione urbane industriali (15% del totale) rispetto agli altri Stati. Questo è legato al fatto che la Spagna è l'unica nazione fra quelle selezionate che possiede un network che misura e pubblica esclusivamente le emissioni industriali (gas primari e

secondari, aerosol, particolato fine e ultrafine) localizzate in ambito urbano, suburbano e rurale.

*Tabella 4. Distribuzione tipologica delle stazioni di campionamento in ambito urbano*

| NAZIONE  | STAZIONI URBANE |            |             |        |
|----------|-----------------|------------|-------------|--------|
|          | TRAFFICO        | BACKGROUND | INDUSTRIALE | TOTALE |
| FRANCIA  | 33              | 132        | 10          | 175    |
| GERMANIA | 134             | 98         | 12          | 246    |
| ITALIA   | 96              | 44         | 12          | 152    |
| SPAGNA   | 88              | 35         | 20          | 143    |

## 6. RISULTATI E DISCUSSIONE

La rappresentazione dei dati raccolti è stata effettuata con diverse tipologie di grafici, in modo da stabilire una correlazione fra:

- Medie annuali delle emissioni di  $PM_{10}$  misurate su base giornaliera [ $\mu g/m^3$ ]
- Numero di giorni nell'arco dell'anno di riferimento in cui viene superata la soglia limite di  $50 \mu g/m^3$  [N]
- Valore del 90.4 percentile annuale, cioè del 36° valore giornaliero più alto registrato nell'anno [ $\mu g/m^3$ ]

I dati sono stati graficizzati in riferimento all'intero territorio nazionale, includendo prima tutte le stazioni disponibili, e, successivamente, evidenziando gli andamenti per le singole tipologie di stazioni urbane, suddivise in traffico, background e industriale.

### 6.1 ANDAMENTI NAZIONALI SU TUTTE LE STAZIONI

#### 6.1.1 Aspetti quantitativi

La rappresentazione quantitativa delle concentrazioni medie annuali di  $PM_{10}$  mediante box plot e curve di distribuzione di frequenza permette di evidenziare le differenti configurazioni dei livelli di  $PM_{10}$  nei singoli Stati. Nelle Figure 1 e 2 si può osservare come i valori delle concentrazioni risultino essere mediamente più bassi per i paesi del Nord e Centro Europa (Finlandia, Svezia, Regno Unito, Francia, Germania), la cui mediana si attesta intorno a 15-22

$\mu\text{g}/\text{m}^3$ , rispetto a quelli mediterranei (Italia, Spagna, Grecia) che si aggirano intorno a 30-45  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ .

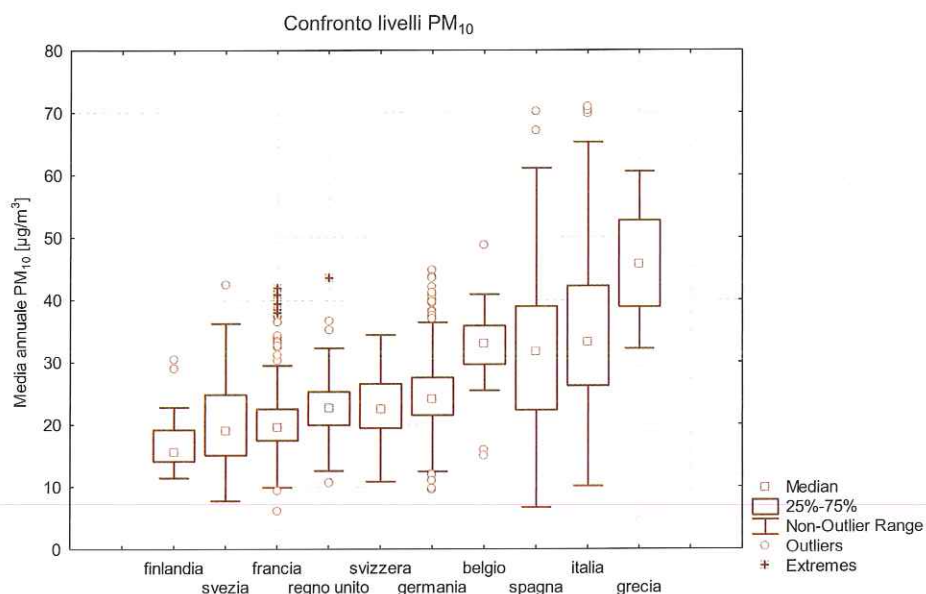


Figura 1. Confronto dei box plot delle concentrazioni annuali medie di PM<sub>10</sub> in Europa

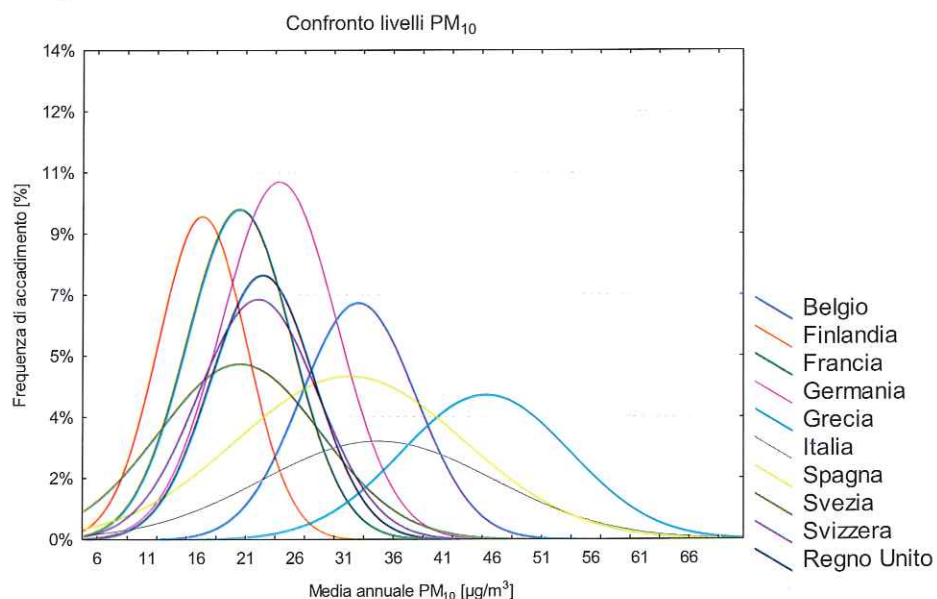


Figura 2. Confronto delle curve di frequenza delle concentrazioni annuali medie di PM<sub>10</sub> in Europa

Altro aspetto essenziale da considerare è la distribuzione dei valori delle concentrazioni all'interno di ogni Stato. Ciò risulta evidente, nella Figura 1, osservando l'ampiezza del box, corrispondente al range in cui sono contenuti i valori fra il 25° e il 75° percentile, oltre all'estensione delle rette di *non-outlier*. Queste due zone sono molto estese per Spagna e Italia, con valori degli estremi che raggiungono i 60-65  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ , mentre i box dei paesi di Nord e Centro Europa risultano essere meno ampi e con estensione delle rette di *non-outlier* più contenuta. Nella Figura 2 questo aspetto è messo in risalto dall'andamento delle curve di distribuzione di frequenza, che per paesi come Germania e Francia sono alte e strette, con deviazioni standard basse (4-4.5) e percentuali di frequenza di 11-12% intorno alla media. Paesi come Italia, Spagna e Grecia, hanno invece curve di distribuzione più basse e larghe, con deviazioni standard di 11-12 e percentuali intorno alla media più basse (2.5-4%).

Francia e Germania presentano invece un alto numero di valori *outlier* e *extremes*, che rappresentano le stazioni di traffico urbano. Questi sono dovuti alla notevole differenza fra le concentrazioni di  $\text{PM}_{10}$  registrate nelle stazioni di background (contenute all'interno dei box) e quelle di traffico. Questa differenza si assottiglia nei paesi mediterranei, dove infatti *outlier* e *extremes* sono praticamente assenti.

A titolo di esempio è stato riportato l'istogramma di una singola nazione (Germania, Figura 3).

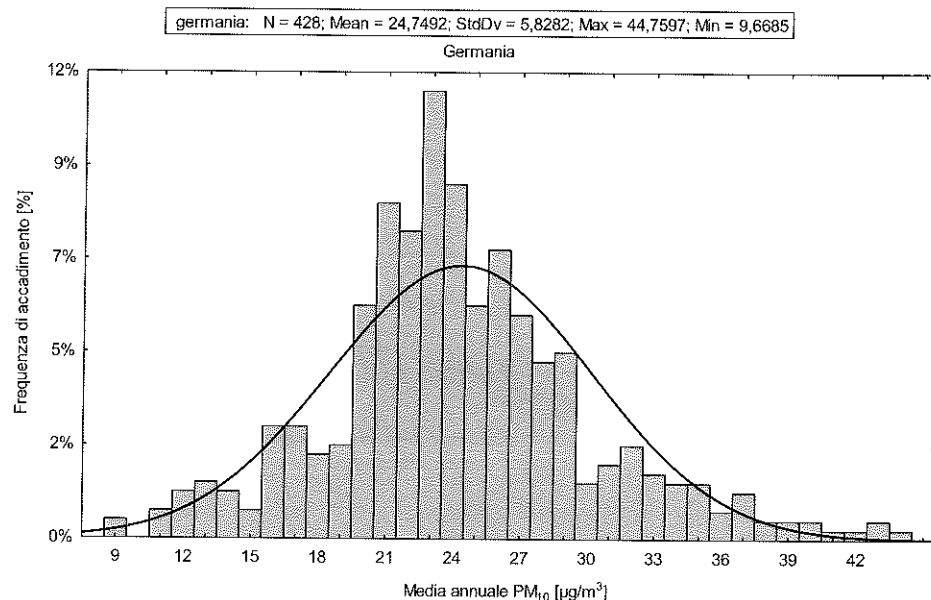


Figura 3. Diagramma a barre della distribuzione delle concentrazioni di  $\text{PM}_{10}$  in Germania

### 6.1.2 Aspetti qualitativi

I grafici riportati nelle Figure 4 e 5 sono utilizzati dalla Commissione Europea per correlare il valore limite medio annuale ( $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ) di concentrazione del PM<sub>10</sub>, con il valore limite medio giornaliero ( $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ) ed il numero di superamenti annui (35) del limite giornaliero fissati dalla Direttiva.

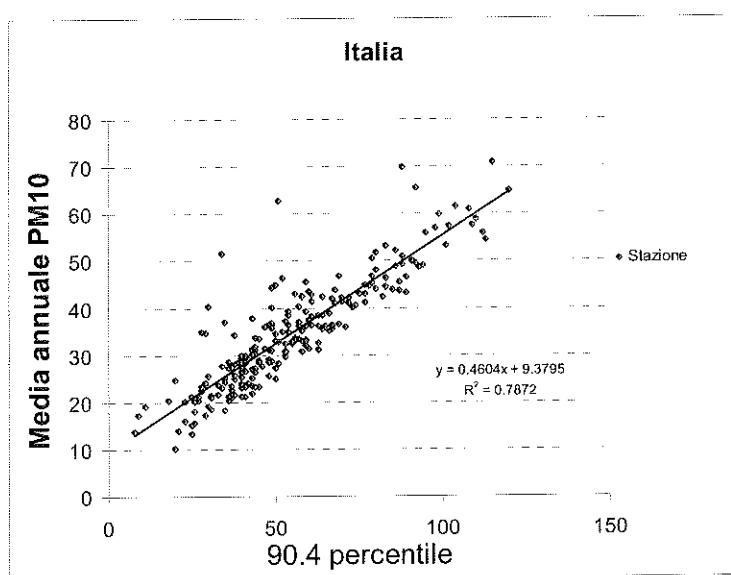


Figura 4. Correlazione tra il 90° percentile delle concentrazioni giornaliere e le concentrazioni medie annue

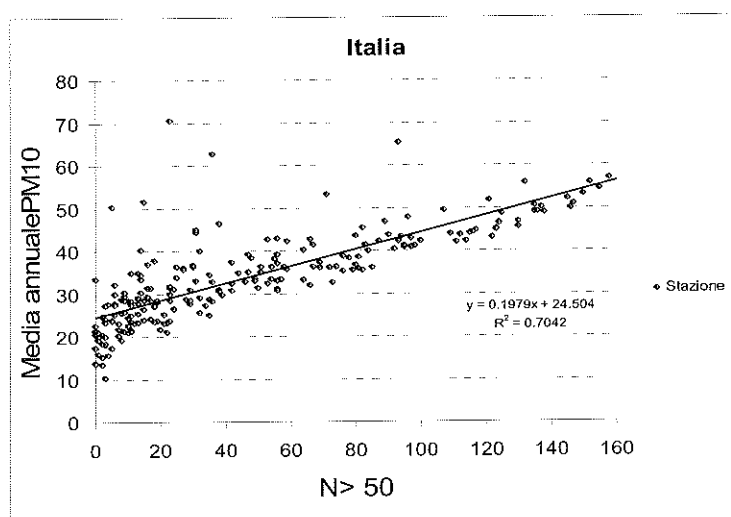


Figura 5. Correlazione fra numero di superamenti annuali e concentrazioni medie annuali in Italia

In Figura 4 il 90.4 percentile, cioè il 36° valore di concentrazione più alto misurato nell'anno, è messo in relazione con la media annuale calcolata su base giornaliera. Con riferimento alla retta di regressione relativa all'Italia, in corrispondenza del valore di concentrazione della media annuale di  $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , si riscontra un valore del 90.4 percentile di  $66.4 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . A tale valore letto sull'ordinata del grafico di Figura 5 corrisponde sull'asse delle ascisse il relativo numero di superamenti. Nel caso dell'Italia questo numero è pari a 212, valore nettamente al di sopra di quello fissato dalla Direttiva.

Il procedimento può essere applicato anche nell'ordine inverso, determinando così il valore di concentrazione media annuale corrispondente al limite del numero dei superamenti fissato. In questo caso, per l'Italia, ad un numero di superamenti pari a 35 corrisponde un limite annuale delle concentrazioni di  $\text{PM}_{10}$  pari all'incirca a  $29 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , quindi inferiore di quasi la metà rispetto a quello imposto per legge ( $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ).

Tale scostamento dei valori limite giornalieri e dei giorni di superamento annuale ammessi è comune a tutte le rette di interpolazione degli altri Stati europei presi in esame (Figure 6 e 7), evidenziando la necessità di analizzare criticamente i concetti ispiratori della normativa.

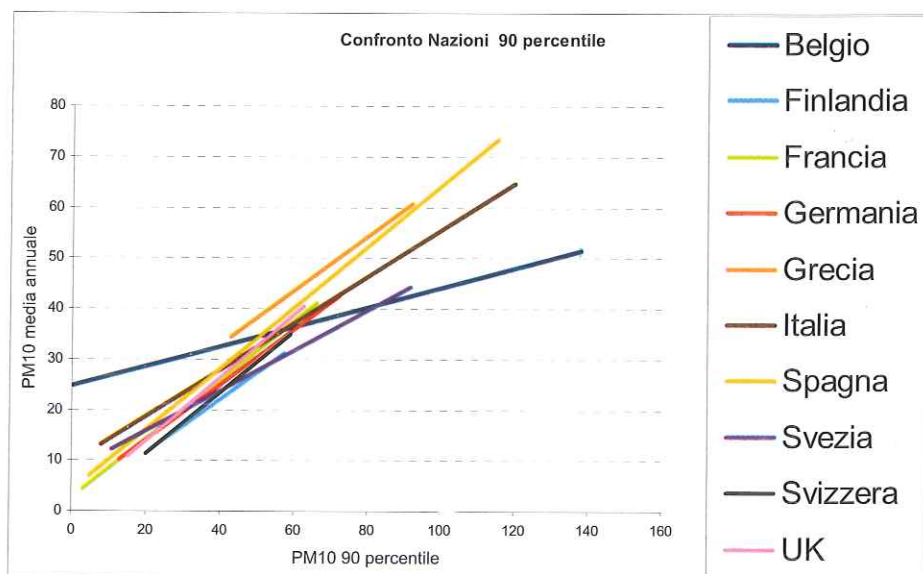
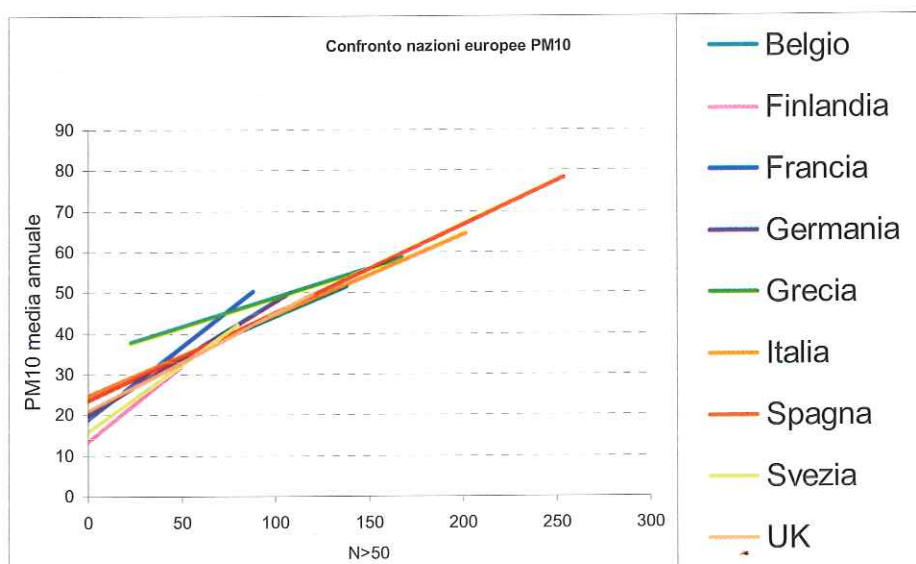


Figura 6. Correlazione fra numero di superamenti annuali e concentrazioni medie annuali in Europa



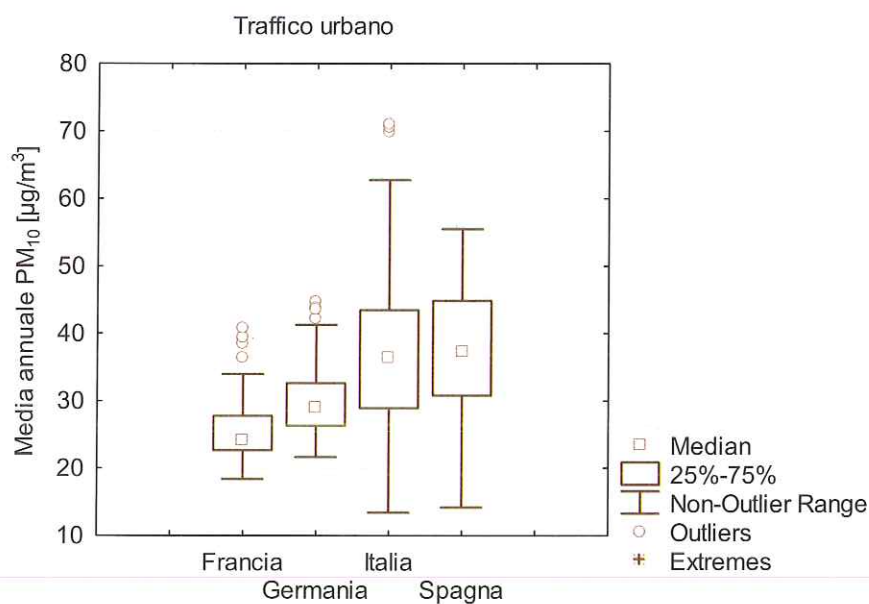


Figura 8. Confronto delle curve di frequenza delle concentrazioni annuali medie di  $PM_{10}$  nelle stazioni di traffico urbano

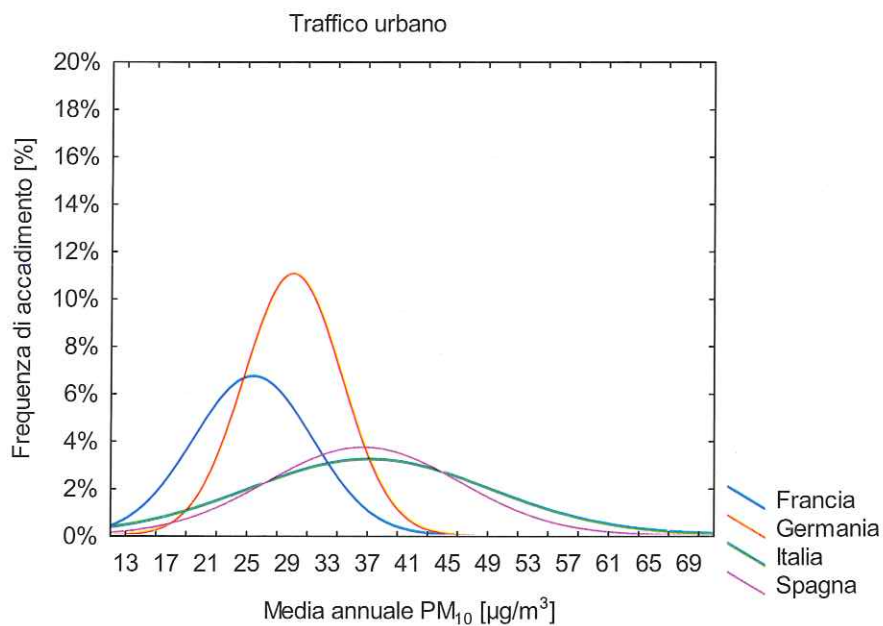


Figura 9. Confronto dei box plot delle concentrazioni annuali medie di  $PM_{10}$  in Europa nelle stazioni di traffico urbano

Le stazioni di misurazione localizzate in prossimità di siti industriali presentano una distribuzione delle medie (Figura 10) e delle frequenze (Figura 11) diverse dagli altri ambiti considerati. Ciò è dovuto al numero limitato di stazioni disponibili, nonché al tipo di stabilimento industriale considerato, che può incidere fortemente sulle concentrazioni di particolato misurate.

I risultati ottenuti nelle stazioni di background urbano (Figure 12 e 13) rispecchiano gli andamenti rilevati su tutte le stazioni, sia come variabilità del dato sia come distribuzione delle frequenze, a conferma del fatto che le differenze registrate fra i paesi di area continentale e quelli di area mediterranea sono dovute all'incidenza del contributo della componente di origine naturale sul totale.

Non si registrano invece differenze nell'andamento delle rette di regressione rispetto al caso precedente (intero territorio nazionale e tutte le stazioni disponibili), a conferma del fatto che la scelta dei criteri utilizzati nella determinazione dei limiti delle concentrazioni risulta essere poco appropriata e quindi rivedibile allo stato della situazione attuale.

## 7. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE DI LAVORO

Le elaborazioni utilizzate hanno messo in evidenza che i paesi di area Mediterranea (Spagna, Italia e Grecia) sono caratterizzati da concentrazioni di PM<sub>10</sub> mediamente più elevate sia dei paesi di area nordica sia di quelli di area continentale. Inoltre, i paesi dell'area Mediterranea presentano una distribuzione dei dati raccolti maggiormente dispersa ed una distribuzione delle rette di regressione comune fra loro ma differente da quelle degli altri Stati. Questo risultato è riscontrabile in tutte le rappresentazioni mostrate, ed in particolare in quella dove sono state incluse tutte le tipologie di stazioni di misurazione considerate. Tali risultati fanno supporre che i fenomeni di origine naturale legati alla localizzazione geografica dei paesi di area mediterranea abbiano una particolare influenza sui livelli del PM<sub>10</sub> misurati. Le condizioni climatiche di questi Stati (alte temperature, clima secco, scarsità di precipitazioni), e quelle meteorologiche (movimenti delle masse d'aria nel bacino del Mediterraneo che favoriscono i fenomeni di trasporto delle polveri nord africane, fenomeni di risospensione/rideposizione), sono infatti differenti da quelle dei paesi del Nord e Centro Europa, dove l'impatto degli eventi naturali è mitigato dal diverso clima, dalla distanza dal Nord Africa e dalla presenza di una differente configurazione delle correnti d'aria. Questa conclusione è supportata dalla distribuzione delle concentrazioni di PM<sub>10</sub> nelle stazioni di background, dove si osserva che i dati raccolti dalle centraline in Italia, e in misura minore in Spagna, risultano molto più variabili rispetto a quelli di Francia e Germania, che oltre ad essere più costanti e distribuiti in maniera omogenea sono mediamente più bassi.

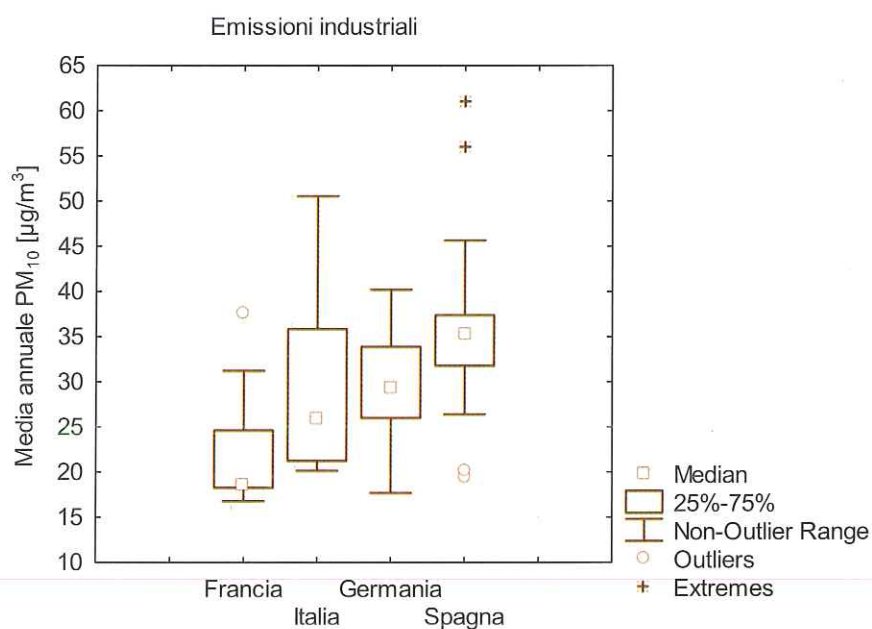


Figura 10. Confronto delle curve di frequenza delle concentrazioni annuali medie di  $PM_{10}$  nei siti industriali

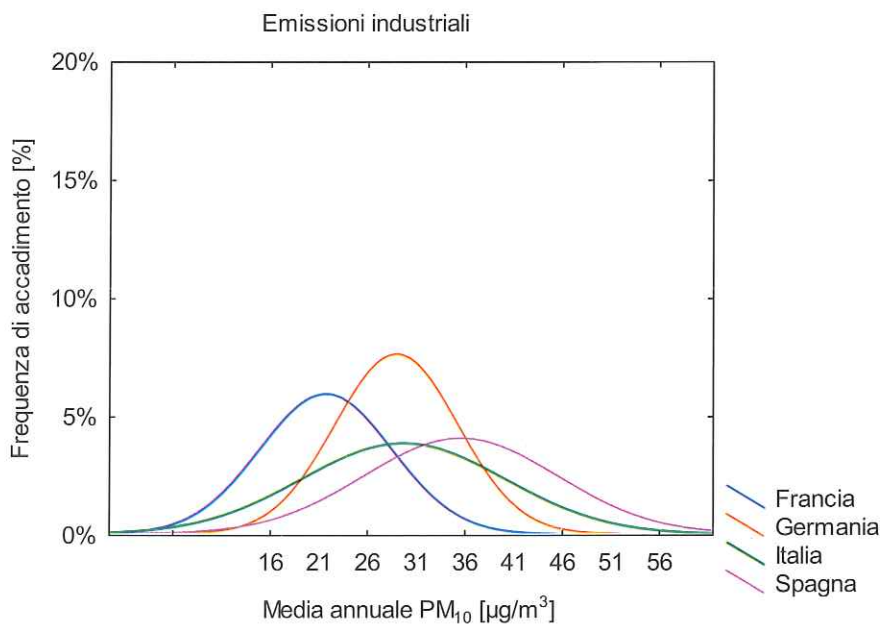


Figura 11. Confronto dei box plots delle concentrazioni annuali medie di  $PM_{10}$  nei siti industriali

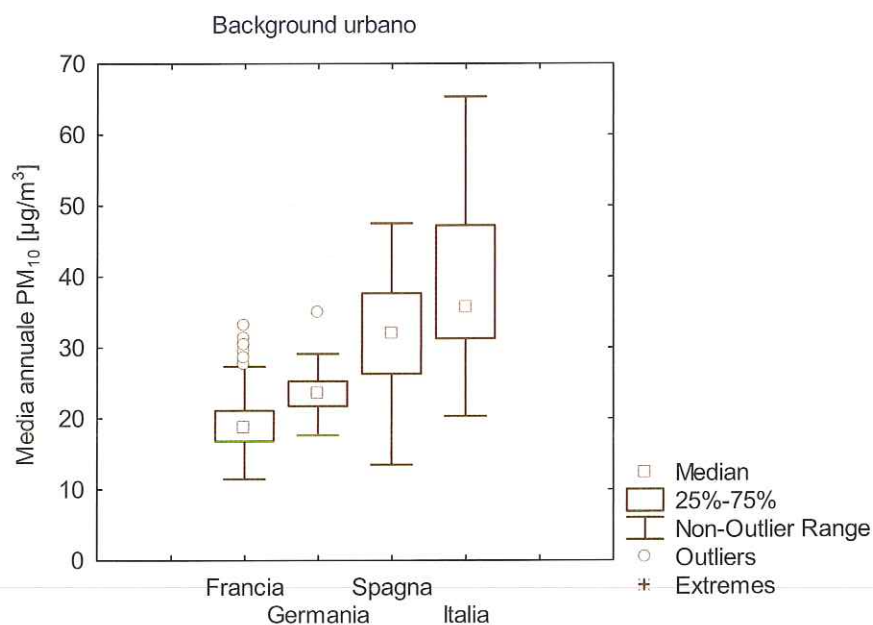


Figura 12. Confronto delle curve di frequenza delle concentrazioni annuali medie di PM<sub>10</sub> nelle stazioni di background urbano

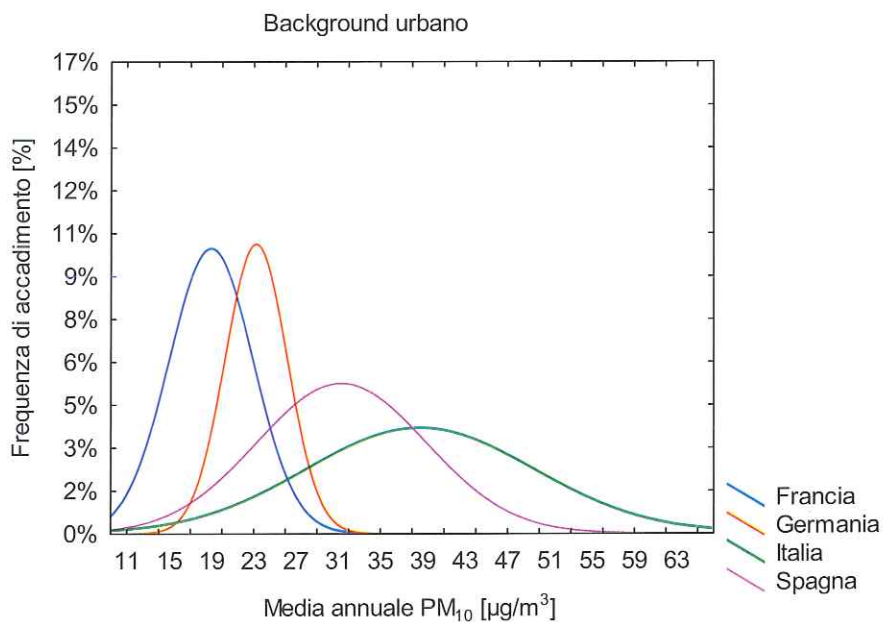


Figura 13. Confronto dei box plot delle concentrazioni annuali medie di PM<sub>10</sub> nelle stazioni di background urbano

L'analisi effettuata conferma l'opportunità di una revisione della Direttiva per la regolamentazione della qualità dell'aria e dell'ambiente che tenga conto delle caratteristiche climatiche e meteorologiche dei diversi paesi membri della comunità.

Appare comunque opportuno lavorare sui dati disponibili nelle diverse realtà locali al fine di migliorare la qualità del monitoraggio e la definizione degli interventi di gestione e controllo del sistema urbano. In questo contesto gli autori sono impegnati in un progetto di ricerca volto a correlare le concentrazioni del particolato nell'area urbana di Napoli con i dati climatici, con i livelli dei contaminanti gassosi e con i valori di traffico veicolare. Il confronto dei dati chimici e mineralogici rilevati con le informazioni relative ai suoli dell'area urbana oggetto di studio e la composizione delle emissioni da traffico veicolare fornirà indicazioni sulla natura terrigena e/o da traffico veicolare del particolato aerodisperso. I dati climatici ed i valori di flusso veicolare rilevati saranno altresì utilizzati in un modello matematico per la simulazione del fenomeno della dispersione degli agenti inquinanti su alcune strade della città di Napoli. I risultati del progetto potranno essere utilizzati da un lato per la individuazione dei siti più opportuni alla localizzazione di nuove centraline di rilevamento dei dati ambientali e di inquinamento sul territorio urbano, dall'altro per una adeguata definizione degli interventi di gestione e controllo del traffico urbano volti ad una efficace salvaguardia ambientale.

## BIBLIOGRAFIA

1. Visser H., Buring E., van Breugel P.B. (2001) *Composition and origin of airborne particulate matter in the Netherlands. National Institute for Public Health and the Environment. Report n. 650010029*, 104.
2. Areskoug H., Johansson C., Alesand T., Hedberg E., Ekengren T., Vesely V., Wideqvist U., Hansson H.C. (2004) *Concentrations and sources of  $PM_{10}$  and  $PM_{2.5}$  in Sweden*. Atmospheric Environment, 33, 232-241.
3. Hueglin C., Gehrig R., Baltensperger U., Gysel M., Monn C., Vonmont H. (2005) *Chemical characterisation on  $PM_{2.5}$  and  $PM_{10}$  and coarse particles at urban, near-city and rural sites in Switzerland*. Atmospheric Environment, 39, 637-651.
4. Querol X., Alastuey A., Rodríguez S., Plana F., Ruiz C.R., Cots N., Massagué G., Puig O. (2001)  *$PM_{10}$  and  $PM_{2.5}$  source apportionment in the Barcelona Metropolitan Area, Catalonia, Spain*. Atmospheric Environment, 35/36, 6047-6419.
5. Adamo P., Giordano S., Naimo D., Bargagli R. (2007) *Geochemical properties of airborne particulate matter ( $PM_{10}$ ) collected by automatic device and biomonitors in a Mediterranean urban environment*. Atmospheric environment, 42, 346-357.

6. Schneider J., Spindler G., ten Brink H., Tunved P., Van Dingenen R., Wehner B., Weingartner E., Wiedensohler A., Wählin P., Raes F. (2002) *A European Aerosol Phenomenology: Physical and chemical characteristics of particulate matter at kerbside, urban, rural and background sites in Europe*. JRC report n.EUR20411 EN, 55.
7. European Environment Agency. (1999) *Criteria for Euroairnet – The EEA Air Quality and Information Network*.
8. European Environment Agency. (2003) *Air Pollution in Europe 1990-2000*.
9. European Environment Agency. (2005) *Air Pollution in Europe 1990-2004*.
10. Millán M.M., Salvador R., Mantilla E., Kallos G. (1997) *Photo-oxidant dynamics in the Mediterranean basin in summer: results from European research projects*. Journal of Geophysical Research, 102 D7, 8811-8823.
11. Lenschow P., Abraham H.J., Kutzner K., Lutz M., Preuß J.D., Reichenbacher W. (2001) *Some ideas about the sources of PM<sub>10</sub>*. Atmospheric Environment, 35, 243-255.
12. Putaud J.P., Baltensperger U., Brüggemann E., Facchini M.C., Fuzzi S., Gehrig R., Hansson H.C., Harrison R.M., Quass U., Kuhlbusch T. (2002) *Proceedings of the workshop on PM<sub>x</sub>-source apportionment*. Duisburg, 12-13 September 2001. Landesumweltamt Nordrhein-Westfalen, 141.
13. Dè Munari E., Allegrini I. et al. (2004) *Linee guida per la predisposizione delle reti di monitoraggio della qualità dell'aria*. Agenzia italiana per la protezione dell'ambiente e per i servizi tecnici (APAT), 7-21.
14. Artíñano B., Salvador P., Alonso D.G., Querol X., Alastuey A. (2003) *Characterisation of PM<sub>10</sub> and PM<sub>2.5</sub> in Madrid (Spain): an analysis of main sources and high concentration episodes*. Environmental Pollution, 125, 453-465.
15. Rodríguez S., Querol X., Alastuey A., Plana F. (2002) *Sources and processes affecting levels and composition of atmospheric aerosol in the Western Mediterranean*. Journal of Geophysical Research, 107 D24.
16. Querol X., Alastuey A., Rodríguez S., Viana M.M., Artíñano, B., Salvador P., Mantilla E., Garcia do Santos S., Fernandez Patier R., de la Rosa J., Sanchez de la Campa A., Menendez M. (2003) *Levels and composition of PM<sub>10</sub> and PM<sub>2.5</sub> in Spain*. Ministry of the Environment of Spain. Environmental Quality and Evaluation, 13, 424-431.
17. CAFÉ (2004) Working Group on Particulate Matter: *Second Position Paper on Particulate Matter*.

## **Degrado del calcestruzzo in ambiente marino e metodi di prevenzione.**

### **Concrete damages in marine environment and prevention methodologies.**

Nota del Socio Ord. Res. Riccardo Sersale  
(Adunanza del dì 16 Maggio 2008).

**Riassunto.** Viene analizzato in dettaglio il processo di degrado che i calcestruzzi subiscono per azione dell'acqua marina ed individuate le zone della struttura maggiormente soggette all'attacco. Vengono consigliate le modalità operative più idonee a realizzare calcestruzzi durabili a mare e raccomandate: la minima permeabilità, per impedire l'ingresso di ioni aggressivi, l'impiego simultaneo del più basso rapporto possibile acqua/cemento e di additivi superfluidificanti, quello di cementi a basso contenuto di alluminato tricalcico, per ridurre la formazione di ettringite, o di cementi compositi, per impedire la formazione di gesso. Attenzione particolare meritano altresì il corretto dosaggio di cemento, la finezza di macinazione, la costipazione degli impasti.

**Parole chiave:** Calcestruzzi. Durabilità. Ambiente marino.

**Summary.** Damages of concrete structures in marine environment are in detail analysed and the parts of the work exposed to a greater extent to aggressions, identified. Plain of operations in order to realize durable concrete in sea water is suggested: the possible lowest permeability for preventing aggressive ions entrance, the simultaneous use of the lowest water/cement ratio and of the reducing water admixtures, the employment of low tricalcium alluminate cements, to cut down ettringite formation, or of composite cements, to prevent gypsum development. Attention should be paid to cement dosage, fineness and mixtures consolidation, too.

**Keywords:** Concretes. Durability. Marine environment.

La durabilità dei calcestruzzi esposti all'attacco da parte di agenti aggressivi costituisce uno dei settori più coltivati dell'ingegneria civile. Particolare importanza ha assunto lo studio del comportamento delle strutture in contatto con acqua marina, specie in un Paese come l'Italia che ha forte necessità di strutture portuali.

Incrementare la durabilità dei calcestruzzi a mare è divenuto pertanto un problema prioritario, come dimostra il programma MHP (Modular Hybrid Pier) della Marina Americana, che ha per obiettivo la messa a punto di una formulazione che permetta di raggiungere al calcestruzzo la durata di cento anni in un ambiente marino severo (1).

Il degrado del calcestruzzo per azione di agenti aggressivi procede per effetto di una reazione chimica che, iniziando dalla superficie, avanza strato per strato verso l'interno, con perdita continua di resistenza a compressione per espansione, fessurazione, scheggiatura.

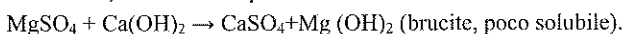
L'azione distruttiva della pasta cementizia da parte dell'acqua marina, particolarmente ricca di sali solfatici, è causata dall'interazione degli ioni con l'idrossido di calcio, proveniente dall'idratazione dei silicati di calcio e, soprattutto, con le fasi provenienti dall'idratazione dell'alluminato tricalcico. In generale, l'azione dei solfati comporta un'espansione del manufatto di calcestruzzo indurito, che può anche arrivare al distacco delle parti esterne più esposte all'attacco, od addirittura alla disintegrazione dell'intera struttura.

Tre sono le cause fondamentali che provocano il degrado del calcestruzzo esposto all'azione di acque marine: - una scarsa compattezza della struttura; - un basso contenuto di cemento; - una scarsa resistenza all'attacco dei solfati.

Ognuna di tali cause esercita una specifica influenza sulla resistenza della struttura. Il rapporto acqua/cemento, che influisce sulla permeabilità della pasta, il dosaggio di cemento e la scelta del tipo, la sua finezza di macinazione, vanno pertanto attentamente curate.

L'acqua di mare risulta composta da diversi sali disciolti, la cui concentrazione varia da un mare all'altro. Contiene: cloruro sodico, cloruro di magnesio, solfato di magnesio, solfato di calcio, cloruro di potassio, solfato di potassio, oltre ad ossigeno ed anidride carbonica. I sali solfatici sono gli agenti aggressivi più deleteri per la pasta di cemento e quindi per il calcestruzzo. Le acque di mare ne contengono quantità notevoli (circa 3 g/l di solfato di magnesio).

L'attacco chimico del calcestruzzo si determina principalmente nella zona della battigia, in quella sommersa e nella parte a contatto con il fondale. L'attacco decorre particolarmente ad opera del solfato e del cloruro di magnesio contenuti nell'acqua marina che, a seguito di reazioni di sostituzione del catione magnesio con il catione calcio, provocano la formazione di solfato di calcio secondario, lievemente espansivo:



Il solfato di calcio prodotto reagisce con l'alluminato tricalcico per formare ettringite espansiva:



Il solfato di magnesio reagisce anche con il silicato di calcio idrato, sostituendo ioni calcio con ioni magnesio e formando un silicato C,M-S-H che, non avendo alcuna proprietà legante, rende la pasta di cemento non più compatta e molle.

L'attacco solfatico genera pertanto: ettringite secondaria, la causa principale delle modificazioni del calcestruzzo in ambiente marino, gesso secondario lievemente espansivo ed un silicato non legante. Fortunatamente in acqua di mare l'espansione da ettringite viene mitigata dalla presenza di ioni cloruro che hanno attitudine a legare gli alluminati. Essi reagiscono con l'alluminato tricalcico e formano cloroalluminato di calcio:  $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{CaCl}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ , noto come sale di Friedel, non espansivo.

Ad una simile reazione va pure soggetto l'alluminoferrito tetracalcico che del pari genera un cloroferrito, anch'esso non espansivo. Viene così ridotta la quantità di alluminato tricalcico disponibile per la formazione di ettringite.

Proprio per abbassare il contenuto di  $\text{C}_3\text{A}$  disponibile, l'American Standards (2), per cementi di tipo V solfato resistenti, suggerisce il limite del 5% per l'alluminato tricalcico e del 25% per il contenuto di  $2\text{C}_3\text{A} + \text{C}_4\text{AF}$ .

La brucite ( $\text{Mg}(\text{OH})_2$ ), poco solubile, prodotta per reazione del solfato di magnesio con idrossido di calcio, può aiutare a proteggere la struttura di calcestruzzo per la parte immersa in acqua marina, mentre per la parte che supera il pelo dell'acqua, l'azione delle onde provoca la perdita di tale protezione. La stessa parte, invasa dal movimento delle onde, assorbe i sali disciolti negli spruzzi d'acqua. Con la successiva evaporazione dell'acqua, i sali assorbiti dalla struttura vanno soggetti a cristallizzazione e generano una pressione che può favorire disgregazione della struttura.

Problemi addizionali di degrado per attacco chimico e perdita di resistenza meccanica possono anche insorgere per la presenza in acqua di mare, di alghe e molluschi (3), particolarmente quando l'acqua è ricca di materia organica e quando cresce la temperatura. Acidi organici e solfati determinano l'attacco.

È stato già sottolineato che la causa principale del degrado dei calcestruzzi in acqua marina è da attribuire alla reazione degli ioni solfato con l'alluminato tricalcico. Si forma ettringite, anche colloidale, la cui espansione viene attribuita ad adsorbimento d'acqua ed è favorita dalla presenza di calce in soluzione (4). Pertanto la resistenza del calcestruzzo può esser migliorata passando dal cemento tipo I ASTM, che contiene 8-12% di alluminato tricalcico, al tipo II che ne contiene meno dell'8%, od al tipo V che ne reca meno del 5% (5). Tali cementi, però, possono esser disposti alla formazione di gesso o di thaumasite (6).

È però da tener presente che la resistenza del calcestruzzo non dipende solo dal tipo di cemento impiegato, ma altresì dal suo contenuto, dalla finezza di macinazione, dalla compattezza della struttura. Per questo le Norme sui calcestruzzi raccomandano l'impiego di un basso rapporto acqua/cemento, quello di additivi superfluidificanti e quello di aggiunte minerali, che incrementano la resistenza in ragione del loro contenuto. Con l'aumento di aggiunta minerale cresce infatti la resistenza chimica, anche se cresce il rapporto acqua/cemento.

Il calcestruzzo di cemento d'alto forno ha mostrato un'alta resistenza all'azione aggressiva delle acque marine (7). Campioni di cemento di miscela, preparati per macinazione separata del 36% di clinker, 4% di gesso, 30% di scoria d'alto forno e 30% di pozzolana naturale, con una finezza Blaine di 500 m<sup>2</sup>/kg, hanno mostrato un'alta resistenza ai solfati (8). Pertanto scoria d'alto forno e pozzolana naturale dovrebbero di preferenza esser impiegate per combattere l'attacco dell'acqua marina.

L'effetto delle aggiunte minerali, che influenzano chimicamente e fisicamente le proprietà del calcestruzzo, viene interpretato secondo due principali meccanismi. Un effetto di "diluizione", ossia di abbassamento del contenuto di alluminato tricalcico recato dal Portland ed un effetto "pozzolanico", ossia di produzione di silicato di calcio idrato secondario. Esso non solo favorisce la formazione di una matrice meno permeabile, attraverso una riduzione della struttura dei pori, ma comporta anche un forte consumo dell'eccesso di idrossido di calcio, non più disponibile pertanto e per la formazione di gesso secondario, e per quella di ettringite espansiva. In assenza di Portlandite (Ca(OH)<sub>2</sub>), il gesso secondario non può formarsi.

Anche le ceneri volanti da lignite hanno consentito la formazione di un cemento resistente ai solfati (9). Cementi contenenti il 50% di cenere volante, impiegati per calcestruzzo resistente ai solfati, hanno accusato resistenza a compressione quasi uguale a quella dei calcestruzzi realizzati con cemento Portland.

Per la resistenza a determinati attacchi espansivi sono stati anche proposti cementi belitici (10), (11). È stato infatti effettuato uno studio sulla durabilità a lungo termine (180 giorni) di un tipo di cemento belitico, preparato con cenere volante di classe C e mantenuto a 40°C in una soluzione 0.5 M di solfato di sodio (10).

È stato fatto presente (6) che la resistenza ai solfati di cementi, malte e calcestruzzi, viene generalmente valutata con prove di laboratorio, esponendo i provini alle soluzioni di attacco ed impiegando soluzioni di solfato altamente concentrate, per ridurre i tempi di durata della prova. Tali soluzioni sono pertanto ben più concentrate di quelle che normalmente si rinvencono nella pratica. Non è stata infatti rilevata formazione di gesso per esposizione di barre di malta a soluzioni di solfato di concentrazione fino a 3000 mg/l. Pertanto il danno che subiscono i provini nelle prove di laboratorio è causato dal decorso di processi differenti da quelli che si determinano nelle condizioni della pratica ordinaria (6).

Il processo di carbonatazione può anch'esso influenzare la durabilità dei calcestruzzi e dipende dalla permeabilità e/o dalla presenza di fessure e difetti (12). È dannoso, in particolare, per i calcestruzzi armati, perché la presenza all'interno della struttura di una condizione altamente alcalina, determinata dalle notevoli quantità di calce, assicura lo stato di passività che protegge l'armatura.

Le condizioni di passività possono però esser distrutte anche dalla presenza degli ioni cloruro presenti nell'acqua di mare. Essi favoriscono la corrosione dell'armatura, per l'avvio di un processo elettrochimico che provoca la precipitazione di idrossido ferroso che, occupando un volume maggiore dell'acciaio originario, causa il distacco del copriferro.

La presenza contemporanea di ioni cloruro ed ioni solfato, come nel caso dell'acqua di mare, determina una competizione fra essi, con formazione di sale di Friedel che talvolta può ridurre la formazione di ettringite.

Sulla durabilità dei calcestruzzi in ambiente marino, in aggiunta al contenuto di alluminato tricalcico del cemento, ha pure influenza quello di silicato tricalcico che esercita anch'esso un ruolo significativo.

Cementi a basso contenuto di alluminato tricalcico e di alluminoferrito tetracalcico, che mitigano la formazione di ettringite, tendono generalmente a recare un più alto rapporto  $C_3S/C_2S$ . L'incremento del contenuto di  $C_3S$  del cemento origina una quantità maggiore di idrossido di calcio, poiché l'idratazione del  $C_3S$  produce un ammontare di idrossido di calcio superiore di circa 2.2 volte a quello dell'idratazione del  $C_2S$ . Tale idrossido, come già sottolineato, è responsabile della formazione di gesso secondario, il primo passo verso la formazione di ettringite, causa principale del degrado del calcestruzzo. I prodotti secondari dell'attacco sono funzione del tipo di catione del solfato.

Alcuni studiosi (13) hanno rilevato che barre di malta di cemento a basso contenuto di alluminato tricalcico e di silicato tricalcico, vanno soggette ad un'espansione dieci volte minore di quelle preparate con un cemento a basso valore di alluminato, ma ad alto valore di silicato. L'alta quantità di calce prodotta dalla sua idratazione, promuove la formazione di gesso secondario e, con esso, quella di ettringite microcristallina, atta ad adsorbire acqua ed espandere (14).

Alluminati di calcio in forma amorfa sono meno suscettibili all'attacco da solfati di quelli in forma cristallina. Cementi con pari contenuto di alluminato tricalcico, sia per forma, che per ammontare, hanno mostrato che la durabilità, rilevata da espansione, dipende dalla quantità di silicato tricalcico. È stato infatti posto in luce (15) che cementi con più alto contenuto di calce denunciano più alta perdita di resistenza per effetto di espansione. Per calcestruzzi per opere marine dovrebbe pertanto esser posto un limite al contenuto di silicato tricalcico del cemento utilizzato. Sotto tale aspetto i cementi di miscela risultano particolarmente adatti per calcestruzzi esposti all'azione di acque di mare. La quantità di aggiunta dipenderà dalla severità dell'attacco e crescerà con esso.

Un recente lavoro (16) ha posto in luce che già con un dosaggio di pozzolana pari al 5% e con il 2% di additivo superfluidificante rispetto al peso di cemento, il relativo calcestruzzo può raggiungere a 28 giorni una resistenza a compressione di 70 MPa, dimostrando una migliore durabilità, dovuta alla più alta compattezza che costituisce un freno alla penetrazione dei solfati.

## Conclusioni

Per la preparazione di un calcestruzzo resistente all'azione di acque marine, prima precauzione è rendere il manufatto il più impermeabile possibile alla penetrazione degli ioni aggressivi. A questo scopo un ruolo determinante riveste anche la costipazione dell'impasto.

Per conseguire compattezza sono fortemente raccomandati l'impiego del più basso rapporto acqua/cemento, abbinato a quello di superfluidificanti, ed un discreto dosaggio di cemento ( $> 350 \text{ kg/m}^3$ ).

In secondo luogo, è preferibile l'uso di un cemento più resistente del cemento Portland ordinario all'azione dei solfati. Si consigliano: il cemento pozzolanico, quello d'alto forno (a contenuto di scoria granulata  $> 50\%$  in peso), il cemento con ceneri volanti, od anche un cemento Portland tipo V ASTM resistente ai solfati ( $C_3A < 5\%$ ;  $SO_3 < 2,3$ ).

Per tutti questi cementi si richiede inoltre una finezza maggiore di  $2200 \text{ cm}^2/\text{g}$  (Blaine).

La preferenza di un cemento rispetto all'altro dipende sostanzialmente dalla disponibilità. Per questo non è stato preso in considerazione il cemento alluminoso, perché adatto a climi freddi e perché importato in Italia in quantità limitate per usi speciali.

### Bibliografia

1. Maltais Y., Ouellet E., Marchand J., Samson E., Burke D. Prediction of the long term durability of lightweight aggregate concrete mixture under severe marine environment. *Materials Structures*, 39, 911-918 (2006).
2. ASTM C 150-02. Standard Specification for Portland cement. 04.01.2002.
3. Fernandez-Canovas M. Durabilidad del hormigón en ambiente marino. *Hormigón*, 894, 48-60 (2006).
4. Ghorab H. Y., Zayed A. M., Mohamed A. S., Osman Y.A., Ahmed H. E. H., Mabrouk M. R. Factors affecting the sulfate expansion in cement system. Website TH4 – 12.4. 12<sup>th</sup> ICC, Montreal (2007).
5. European Standard ENV 197-1. Cement Composition, Specification and Conformity Criteria (1995).
6. Bellmann F., Moser B., Stark J. Influence of the sulphate concentration of laboratory investigations of sulphate resistance. Website TH4- 12.5. 12<sup>th</sup> ICC. Montreal (2007).
7. Tasdemir M., Ozbek A., Altay E. Blaine specific surface area effect of GGBS on the properties and microstructure of concrete. *World Cem.*, 14, 19-36 (2000).
8. Binici H., Aksogan O. Sulphate resistance of plain and blended cement. *Cement Concrete Composites*, 28, 39-46 (2006).
9. Sideris K.K., Savva A.E., Papayianni J. Sulphate resistance and carbonation of plain and blended cement. *Cement Concrete Composites*, 28, 47-56 (2006).
10. Guerrero A., Goni S. Long term durability of coal fly ash class C belite cement mortars exposed to sulphate attack at 40°C. Website PS T4. 058. 12<sup>th</sup> ICC. Montreal (2007).
11. Sersale R. Produzione di clinkers a ridotto consumo di energia. Nota III. Cementi belitici e solfobelitici. *Rend. Acc. Sci. fis., mat., Napoli*, 71, 125-136 (2004).
12. Sersale R. Durabilità del calcestruzzo. *Rend. Acc. Sci. fis., mat., Napoli*, 73, 403-417 (2006).
13. Irassar E.F., Gonzales M., Rahhal V. Sulphate resistance of type V cements with limestone filler and natural pozzolana. *Cement Concrete Composites*, 22, 361-368 (2000).
14. Mehta P.K. Mechanism of sulphate attack on Portland cement concrete: another look. *Cement Concrete Res.*, 13, 401-406 (1983).
15. Shanahan N., Zayed A. Cement composition and sulphate attack. *Cement Concrete Res.*, 37, 618-623 (2007).
16. Ahcene M., Aissa T., Fettoum K., Rabah C. Contribution to the study of the corrosion of the pozzolana high performance concrete (HPC) in sulphates. Website TH4- 12.3. 12<sup>th</sup> ICC. Montreal (2007).



## BISOBOLEV MAPPINGS AND THE BELTRAMI EQUATION IN THE PLANE

NOTA DI

G. MOSCARIELLO, A. PASSARELLI DI NAPOLI, AND C. SBORDONE

presentata dal socio C. Sbordone

(Adunanza del 16/5/08)

**ABSTRACT.** Let  $f : \Omega \rightarrow \Omega'$  be a planar bisobolev map, i.e. a homeomorphism of class  $W_{loc}^{1,1}$  with its inverse. We define the associated Beltrami matrix  $A_f(x)$  which is symmetric and satisfies the conditions

$$\det A_f(x) = 1$$

$$\frac{|\xi|^2}{K(x)} \leq \langle A_f(x)\xi, \xi \rangle \leq K(x)|\xi|^2$$

for all  $\xi \in \mathbb{R}^2$  and a.e.  $x \in \Omega$ , for a Borel function  $K : \Omega \rightarrow [1, +\infty)$ . We show that in two dimensions bisobolev considerations interact with the theory of degenerate PDE's. In particular, connections between the regularity of  $f$  and the regularity of  $A_f(x)$  are studied.

**AMS Classifications.** 49N15; 49N60; 49N99.

### 1. INTRODUCTION

In this paper we consider a class of homeomorphisms between planar bounded domains which have close connections with degenerate elliptic equations of the form

$$(1.1) \quad \operatorname{div} A(x) \nabla w = 0$$

where  $A(x)$  is a  $2 \times 2$  matrix with Borel entries  $a_{ij} = a_{ij}(x)$  such that  $\det A(x) = 1$  and the degenerate ellipticity condition holds

$$(1.2) \quad \frac{|\xi|^2}{K(x)} \leq \langle A(x)\xi, \xi \rangle \leq K(x)|\xi|^2$$

for almost every  $x \in \Omega$  and for every  $\xi \in \mathbb{R}^2$ , where  $K : \Omega \rightarrow [1, +\infty)$  is a Borel function. When  $K(x) \equiv K$  we denote by  $\mathcal{E}_1(K)$  the set of all such measurable matrix valued functions.

A homeomorphism  $f : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\text{onto}} \Omega' \subset \mathbb{R}^2$  is said to be a bisobolev map if  $f$  and its inverse  $f^{-1}$  are in the Sobolev space  $W_{loc}^{1,1}$  (see Section 2).

To any bisobolev map  $f = (u, v)$  we associate its Beltrami operator

$$\operatorname{div} A_f(x) \nabla$$

where  $A_f(x) = {}^4A_f(x)$  is a  $2 \times 2$  measurable matrix function satisfying suitable ellipticity condition and  $\det A_f(x) = 1$  a.e..

It turns out that  $u, v$  are weak solution (with finite energy) of the degenerate Beltrami equation

$$\operatorname{div} A_f(x) \nabla w = 0$$

We study the regularity of  $f$  in terms of the regularity of  $A_f(x)$  and conversely.

## 2. BISOBOLEV MAPS

**Definition 1.** Let  $\Omega$  and  $\Omega'$  be bounded domains in  $\mathbb{R}^2$ . A homeomorphism  $f : \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$  is said to be bisobolev map if  $f$  belongs to the Sobolev space  $W_{loc}^{1,1}(\Omega; \Omega')$  and its inverse  $f^{-1}$  belongs to  $W_{loc}^{1,1}(\Omega'; \Omega)$ .

More generally, let us give the following

**Definition 2.** If  $f$  is as in definition 1 and moreover  $f \in W_{loc}^{r,p}(\Omega; \Omega')$  and  $f^{-1} \in W_{loc}^{r,p}(\Omega'; \Omega)$ , with  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $r \in \mathbb{N}$  we will say that  $f$  is  $W^{r,p}$ -bisobolev map.

**Remark 3.** In case  $n = 1$ ,  $\Omega$  and  $\Omega'$  are bounded intervals and  $f : \Omega \rightarrow \Omega'$  is a bisobolev map, then

$$f'(x) > 0 \quad \text{a.e. } x \in \Omega$$

and

$$(f^{-1})'(y) > 0 \quad \text{a.e. } y \in \Omega'$$

In fact both  $f$  and  $f^{-1}$  are locally absolutely continuous functions.

**Example 4.** A well known example of homeomorphism  $h$  which is Lipschitz but not bisobolev is defined starting with the Cantor function

$$c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

and defining

$$g : y \in [0, 1] \rightarrow y + c(y) \in [0, 2]$$

whose inverse

$$h = g^{-1}$$

verifies  $h \in W_{loc}^{1,\infty}([0, 2], [0, 1])$ , but since  $h'(x) = 0$  a.e., then the mapping  $g = h^{-1}$  is not  $W_{loc}^{1,1}$ . It belongs only to  $BV_{loc}$ .

A sufficient condition for the homeomorphism  $f \in W_{loc}^{1,1}(\Omega; \Omega')$  to be a bisobolev map is the following

**Theorem 5.** *If the homeomorphism  $f : \Omega \rightarrow \Omega'$  belongs to  $W_{loc}^{1,1}(\Omega; \Omega')$  and its Jacobian is strictly positive i.e.*

$$J_f(x) > 0 \quad \text{a.e. } x \in \Omega$$

then

$$f^{-1} \in W_{loc}^{1,1}(\Omega'; \Omega)$$

For the proof see [10]

In general, for a bisobolev map  $f : \Omega \rightarrow \Omega'$  it may happen that the zero set of the Jacobian  $J_f(x) = \det Df(x)$

$$Z_f = \{x \in \Omega : J_f(x) = 0\}$$

has positive measure. Actually bisobolev maps do not enjoy the N-property of Lusin

$$|E| = 0 \quad \Rightarrow \quad |f(E)| = 0$$

unless they are  $W^{1,2}$ -bisobolev (see [21]).

In [10] and [6] it is shown that each bisobolev map in dimension  $n = 2$  is a homeomorphism of finite distortion, according to the following

**Definition 6.** *Let  $\Omega$  and  $\Omega'$  be bounded domains in  $\mathbb{R}^2$ . A homeomorphism  $f : \Omega \xrightarrow{\text{onto}} \Omega'$  has finite distortion if there exists a measurable function  $K(x) \geq 1$ , finite almost everywhere such that*

$$|Df(x)|^2 \leq K(x) J_f(x) \quad \text{a.e. } x \in \Omega$$

The smallest such function is denoted by  $K_f(x)$  and it is called distortion function of  $f$ .

In [9] and in [7] it is proved that for planar bisobolev maps a chain rule holds true for the distortions  $K_f$  and  $K_{f^{-1}}$

### 3. BELTRAMI OPERATORS

Let  $f$  be a bisobolev map. We define its Beltrami matrix as follows

$$(3.1) \quad A_f(x) = \begin{cases} \left[ \frac{D^t f(x) Df(x)}{J_f(x)} \right]^{-1} & \text{if } J_f(x) > 0 \\ \mathbf{I} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Note that  $A_f(x)$  satisfies the conditions

$$(3.2) \quad \begin{cases} \frac{\mathbf{I}}{K_f(x)} \leq A_f(x) = {}^tA_f(x) \leq K_f(x)\mathbf{I} & \text{a.e.} \\ \det A_f(x) = 1 & \text{a.e.} \end{cases}$$

where the distortion  $K_f(x)$  is the Borel function defined by

$$(3.3) \quad K_f(x) = \begin{cases} \frac{|Df(x)|^2}{J_f(x)} & \text{if } J_f(x) > 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

While it is possible to deduce regularity properties of  $A_f(x)$  and  $K_f(x)$  under suitable regularity of  $f$  (for example if  $f$  is  $W^{1,2}$ -bisobolev then  $K_f(x) \in L^1$  ([12]); if  $f$  is  $K$ -quasiconformal then  $K_f \in L^\infty$ ), our aim here is to proceed in the opposite direction. Namely, we will assume regularity of  $A_f$  and we deduce regularity result for  $f$ .

We have the following theorem which improves the results in [15] in terms of the notion of  $W^{1,p}$ -bisobolev maps

**Theorem 7.** *Assume that  $A \in \mathcal{E}_1(K)$  and  $A \in VMO(\Omega, \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2)$ , for a bounded open set  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ . Let  $w \in W_{loc}^{1,2}$  be a weak solution to*

$$(3.4) \quad \operatorname{div} A_f(x) \nabla w = 0 \quad \text{in } \Omega$$

*Then there exists  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  a  $W^{1,p}$ -bisobolev map for any  $p > 1$  and there exists a harmonic function  $\varphi$  on  $\Omega$*

$$(3.5) \quad \Delta \varphi = 0 \quad \text{in } \Omega$$

*such that*

$$(3.6) \quad w = u \circ \varphi \quad \text{in } \Omega$$

*Proof.* Thanks to the measurable Riemann mapping Theorem, there exists a  $K$ -quasiconformal mapping  $f \in W_{loc}^{1,2}(\Omega, \mathbb{R}^2)$  such that

$$A(x) = A_f(x) \quad \text{for a.e. in } \Omega$$

In particular (see [16]) the real and imaginary part of  $f = (u, v)$  satisfy the same elliptic equation

$$(3.7) \quad \operatorname{div} A(x) \nabla u = 0 \quad \text{and} \quad \operatorname{div} A(x) \nabla v = 0$$

The regularity theory for elliptic equations in divergence form with  $VMO$ -coefficients implies (see [15])

$$u, v \in W_{loc}^{1,p}(\Omega) \quad \text{for any } p > 1$$

If we denote by  $s = s(y)$  and  $t = t(y)$  the real and imaginary part of  $f^{-1} = f^{-1}(y)$ , since ([9], [18])

$$A_{f^{-1}}(y) = [A(f^{-1}(y))]^{-1} = B(y)$$

for a.e.  $y \in f(\Omega)$ , by a well known result of Reimann ([22]) we deduce that  $B(y)$  has  $VMO$  entries. The condition  $\det A_f = 1$  and  $\det A_{f^{-1}} = 1$  simplify this point. Now, we use the fact that  $s = s(y)$  and  $t = t(y)$  satisfy the same elliptic equation

$$(3.8) \quad \operatorname{div} B(y) \nabla s = 0 \quad \text{and} \quad \operatorname{div} B(y) \nabla t = 0$$

in  $\Omega' = f(\Omega)$  to conclude again ([15])

$$s, t \in W_{loc}^{1,p}(\Omega) \quad \text{for any } p > 1$$

Now if  $w \in W_{loc}^{1,2}(\Omega)$  is a weak solution to the elliptic equation (3.4), a well known Stoilow factorization theorem ([2]) states that there exists a harmonic function  $\varphi$  such that (3.6) holds true and the theorem is proved.  $\square$

**Remark 8.** Similarly we can prove that if the coefficients of the elliptic operator

$$\operatorname{div} A(x) \nabla$$

belong to  $W^{1,2}(\Omega) \cap \mathcal{E}_1(K)$  then any weak solution  $w \in W_{loc}^{1,2}(\Omega)$  can be factorized as in (3.6) where  $f = (u, v)$  is a  $W^{2,q}$ -bisobolev map for any  $1 < q < 2$  (see [5])

#### REFERENCES

- [1] G. Alessandrini & V. Nesi, *Beltrami operators, non-symmetric elliptic equations and quantitative Jacobian bounds*, Annales Acad. Sci. Fenn. Math. (to appear)
- [2] K. Astala, T. Iwaniec & G. Martin, *Elliptic equations and quasiconformal mappings in the plane*, Princeton Mathematical Series **48** (2009)
- [3] K. Astala, J. Gill, S. Rohde and E. Saksman, *Optimal regularity for planar mappings of finite distortion*, to appear.
- [4] B. Bojarski & T. Iwaniec, *Analytic foundation of the theory of quasiconformal mappings in  $\mathbb{R}^n$* , Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A I Math. **8** (1983), pp. 257-324
- [5] A. Clop, D. Faraco, J. Mateu, J. Orobitg & X. Zhong, *Beltrami equations with coefficient in the Sobolev space  $W^{1,p}$* , to appear
- [6] M. Csornyei, S. Hencl & J. Maly, *Homeomorphisms in the Sobolev space  $W^{1,n-1}$* , to appear
- [7] N. Fusco, G. MoscarIELLO & C. Sbordone, *The limit of  $W^{1,1}$  homeomorphisms with finite distortion*, Calc. Var. **33** (2008), pp. 377-390
- [8] F.W. Gehring & O. Lehto, *On the total differentiability of functions of complex variable*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A, **272** (1959), pp. 1-9
- [9] L. Greco, C. Sbordone & C. Trombetti, *A note on  $W_{loc}^{1,1}$  planar homeomorphisms*, Rend. Acc. Sc. Fis. Mat. Napoli **LXXIII** (2006), pp.419-421
- [10] S. Hencl & P. Koskela, *Regularity of the inverse of a planar Sobolev homeomorphism*, ARMA, **180** (2006), pp. 75-95
- [11] S. Hencl, P. Koskela & J. Onninen, *Homeomorphisms of bounded variations*, ARMA, **186** (2007), pp. 351-360
- [12] S. Hencl, G. MoscarIELLO, A. Passarelli di Napoli & C. Sbordone *Bisobolev maps and elliptic equations in the plane*, to appear

- [13] T. Iwaniec & G. Martin, *Geometric Function Theory and Non-Linear Analysis*, Oxford Math. Monographs, Oxford Univ. Press (2001)
- [14] T. Iwaniec, L. Migliaccio, G. Moscariello & A. Passarelli di Napoli, *A priori estimates for nonlinear elliptic complexes*, Advances in Differential Equations **8(5)** (2003), 513-546.
- [15] T. Iwaniec & C. Sbordone, *Riesz transforms and elliptic PDE's with VMO-coefficients*, J. d'Analyse Math., **74** (1998), pp. 183-212
- [16] T. Iwaniec & C. Sbordone, *Quasiharmonic fields*, Ann. Institut H. Poincaré Anal. Nonlinéaire, **18(5)** (2001), pp. 519-572
- [17] O. Lehto & K. Virtanen, *Quasiconformal mappings in the plane*, Springer-Verlag, Berlin (1971)
- [18] G. Moscariello, F. Murat & C. Sbordone, *Approximating the G-limit through changes of variables in the plane*, Rend. Lincei Mat. Appl. **17** (2006), pp. 167-174
- [19] G. Moscariello & C. Sbordone, *A note on weak convergence in  $L^1_{loc}(\mathbb{R})$* , J. of Fixed Point Theory and its Appl. I **1** (2007), pp. 337-350
- [20] G. Moscariello & C. Sbordone, *On weak  $W^{1,1}$  convergence of planar homeomorphisms*, Mem. Acc. Sc. Fis. e Mat. Napoli (2008), pp. 359-363
- [21] S. P. Ponomarev, *Property N of homeomorphism in the class  $W^{1,p}$* , Transl. Sibirskii Math., **28(2)** (1987), pp. 140-148
- [22] M. Reinmann, *Functions of bounded mean oscillations and quasiconformal mappings*, Comm. Math. Helv., **49** (1974), pp. 260-276

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II - DIPARTIMENTO DI MATEMATICA ED APPLICAZIONI "R. CACCIOPOLI", VIA CINTIA, 80126 NAPOLI

*E-mail address:* gmoscari@unina.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II - DIPARTIMENTO DI MATEMATICA ED APPLICAZIONI "R. CACCIOPOLI", VIA CINTIA, 80126 NAPOLI

*E-mail address:* antpassa@unina.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II - DIPARTIMENTO DI MATEMATICA ED APPLICAZIONI "R. CACCIOPOLI", VIA CINTIA, 80126 NAPOLI

*E-mail address:* sbordone@unina.it

**LA RISPOSTA DEL CALCESTRUZZO ALL'AUMENTO DI TEMPERATURA,  
O CASUALMENTE AL FUOCO, E LE PROCEDURE PER MITIGARLA.**

**THE WAYS FOR A MODERATION OF THE CONCRETE RESPONSE TO  
INCREASING TEMPERATURES, OR ACCIDENTALLY TO FIRE.**

Nota del Socio Ord. Riccardo Sersale  
(Adunanza del dì 6 giugno)

**Riassunto.** Viene analizzato il comportamento del calcestruzzo, ordinario od armato, esposto a temperature, o casualmente al fuoco. Vengono seguite le modificazioni chimiche, fisiche e microstrutturali che determinano la perdita di resistenza meccanica e suggerite le vie più idonee a ridurre gli effetti negativi.

**Parole chiave:** Calcestruzzo. Comportamento a temperatura.

**Summary.** The behaviour of ordinary and reinforced concrete when exposed to temperatures, or causally to fire, has been analysed. Chemical, physical and microstructural changes, giving rise to mechanical strength loss, are examined and the ways suitable for a reduction of adverse effects suggested.

**Keywords:** Concretes.

Benché il calcestruzzo ordinario non sia un materiale refrattario, non è combustibile ed uno dei caratteri distintivi è la buona resistenza a temperatura, specie se paragonato ad altri materiali. Viene pertanto impiegato sia come materiale intrinsecamente resistente alla temperatura, sia come schermo di altri materiali meno resistenti al calore.

Ciò non di meno la sua esposizione a temperature elevate, per durate di tempo piuttosto prolungate, costituisce uno dei processi di degrado che ne condizionano la durabilità.

Lo studio della vulnerabilità del calcestruzzo esposto a crescenti temperature ha acquistato un rilevante interesse, in considerazione del suo impiego in realizzazioni specifiche che devono sopportare temperature elevate : camini, celle di prova per velivoli, gallerie per turbogetti, schermi di calcestruzzo pesante di navette per reattori nucleari (1), alloggiamenti per lancio di missili. Un caso particolare riguarda poi l'esposizione diretta del calcestruzzo al fuoco.

Vi sono almeno due scuole di pensiero che hanno approfondito il meccanismo che presiede alla vulnerabilità del calcestruzzo a temperatura. L'una, che considera il degrado del calcestruzzo, ossia la perdita irreversibile di resistenza e di compattezza, dominato da microfessure, determinate dal differente coefficiente di dilatazione della pasta di cemento e dell'aggregato, con conseguente crescita di tensioni alla loro interfaccia ed origine di fratture. L'altra, che attribuisce il degrado termico del calcestruzzo alla disidratazione dei principali idrati delle paste di cemento indurite, particolarmente del gelo di silicato di calcio idrato (C-S-H), che ne occupa fino al 70% del volume, seguita da quelle dell'idrossido di calcio e degli altri costituenti della pasta.

È verosimile che al degrado termico del calcestruzzo partecipino entrambi i meccanismi.

Più recentemente, sulla base dei nuovi progressi della nanotecnologia, è stata avanzata una nuova, più complessa, ipotesi (2), che chiama in causa la compattezza ed altre proprietà di resistenza del gelo di silicato di calcio idrato. Esisterebbero infatti due silicati di calcio idrati, strutturalmente distinti, ma simili per composizione, l'uno di bassa, l'altro di alta densità. La modificazione indotta dalla temperatura nella densità d'impacchettamento delle due fasi, costituirebbe il meccanismo dominante del degrado termico dei materiali cementizi.

Il ritiro delle nanoparticelle di C-S-H, per effetto del rilascio dell'acqua chimicamente legata, causerebbe una diminuzione della densità d'impacchettamento, con conseguente perdita di contatto con le nanoparticelle circostanti. Fino alla temperatura di 200°C le densità d'impacchettamento del C-S-H rimarrebbero quasi costanti.

Anche le modificazioni che la stagionatura a temperatura induce nei calcestruzzi sono recentemente state oggetto d'indagine (3). È stato infatti espletato uno studio sistematico quantitativo sulla relazione che lega le proprietà microstrutturali del calcestruzzo (grado d'idratazione, composizione del C-S-H, densità e porosità), alle proprietà meccaniche. È stato rilevato che la temperatura modifica l'intima struttura del C-S-H e che la sua densità aumenta per effetto del minor quantitativo di acqua legata e del più alto grado di polimerizzazione delle catene silicatiche. Conseguentemente, la matrice cementizia risulterebbe non uniformemente riempita di idrati e mostrerebbe una più aperta porosità, con abbassamento delle proprietà meccaniche, quanto più lunga la durata di tempo del soggiorno a temperatura.

Le alte temperature notevolmente influenzano le proprietà del calcestruzzo ed alcuni recenti episodi dolorosi (ad esempio il crollo delle Twin Towers a New York), hanno sottolineato l'attualità della tematica, specie in relazione all'azione del fuoco.

L'analisi del comportamento termico del calcestruzzo e le modificazioni di composizione e di microstruttura indotte dall'alta temperatura, insieme con le modalità operative per migliorarne l'efficienza, costituiscono l'obiettivo di questa Nota.

È noto che le alte temperature influenzano la resistenza a compressione e l'elasticità delle paste di cemento.

L'effetto delle alte temperature sulla resistenza meccanica del calcestruzzo risulta abbastanza complesso. I fattori che maggiormente la influenzano riguardano sostanzialmente le proprietà dei materiali che concorrono alla formazione degli impasti e le condizioni al contorno (4).

L'effetto delle alte temperature è dominato infatti dalla: composizione del calcestruzzo (mix design): (tipo di cemento, rapporto acqua/ legante, famiglia e caratteristiche dell'inerte), nonché dall'omogeneità e compattezza del manufatto, dalla sua forma e dimensioni, dal legame pasta/ aggregato, dalle condizioni di carico cui è sottoposto nel corso del riscaldamento. Dipende altresì dalla sua durata, dalla velocità di crescita della temperatura e dall'andamento dell'umidità.

Una delle ragioni principali della perdita di resistenza meccanica del calcestruzzo ordinario esposto a temperatura elevata è sicuramente la comparsa di microfessure che si aprono fra pasta di cemento ed aggregato, a causa della differenza dei rispettivi coefficienti di espansione.

Con riferimento al riscaldamento di una pasta di cemento Portland ordinario, si registra dapprima una normale espansione termica, che viene poi contrastata dal ritiro, provocato dall'evaporazione dell'acqua. Talvolta la contrazione per essiccazione supera la normale espansione termica e la pasta di cemento inizia a contrarsi (5). La temperatura alla quale si registra la massima espansione varia con la velocità di riscaldamento e con le dimensioni del prodotto. Può esser di 300°C se il riscaldamento è piuttosto rapido. A più alta temperatura il cemento ritira continuamente e si determina un'intensa microfessurazione.

La disidratazione del gesso di silicato di calcio idrato ( $\text{CaO-SiO}_2\text{-H}_2\text{O}$ ) causa il ritiro della pasta di cemento, con conseguente perdita delle proprietà cementanti.

Quando la temperatura raggiunge 300°C, per rilevanti velocità di riscaldamento, evapora l'acqua interstrato del silicato di calcio idrato ed un'aliquota di acqua combinata nell'ettringite, con origine di microfessure dapprima nelle aree occupate dall'idrossido di calcio e poi, a 400°C, anche in quelle occupate dai granelli non idratati (4). Nell'intervallo 400-600°C si registra la totale dipartita dell'acqua contenuta nei pori della pasta di cemento, seguita dalla decomposizione dei prodotti d'idratazione e dalla scomparsa del gesso di C-S-H.

L'idrossido di calcio a circa 500°C si trasforma in ossido, il quale può provocare la disgregazione del manufatto se si riconverte in idrossido, con aumento di volume, per azione dell'acqua nel corso degli interventi di raffreddamento od in quelli di restauro di una struttura ammalorata.

Gli effetti negativi dell'idrossido di calcio possono esser ridotti mediante taglio del clinker di Portland con aggiunte minerali (ceneri volanti, scoria d'alto forno granulata, ecc.).

I cementi di miscela mostrano infatti miglior comportamento a temperatura del cemento Portland ordinario, per la minor presenza d'idrossido ed anche per il miglioramento del legame: gelo di silicato di calcio idrato/aggregato, per effetto dell'abbassamento del rapporto  $\text{CaO/SiO}_2$  (6).

Con aggiunta del 60% di cenere volante ad un cemento Portland ordinario CEM I 42,5 utilizzato per preparare un calcestruzzo con aggregati leggeri (pomici), è stato riscontrato il miglior comportamento a temperatura (4). Esso può verosimilmente esser attribuito alla formazione di una microstruttura di tipo ceramico e ad un più forte legame pasta/aggregato nella zona interfacciale.

Massima omogeneità e compattezza costituiscono fattori determinanti della resistenza termica del calcestruzzo.

Un parametro reale che riflette compattezza ed impermeabilità agli agenti aggressivi è senza dubbio il rapporto acqua/legante, al quale è tuttora associata la durabilità dei calcestruzzi (5). Ciò non di meno, è innegabile che un'assai modesta porosità, quale quella che caratterizza i calcestruzzi ordinari, li rende indubbiamente più resistenti al calore.

Il problema è sorto in relazione alla produzione dei calcestruzzi ad alta resistenza, che, per il rispetto della funzione loro assegnata, dal punto di vista materialistico devono risultare assolutamente non porosi. Allo stato indurito accusano pertanto una resistenza all'azione della temperatura indiscutibilmente inferiore a quella dei calcestruzzi ordinari. La natura relativamente porosa di questi ultimi offre infatti delle vie preferenziali di fuoriuscita del quantitativo di acqua libera e di quella saldamente combinata ai prodotti d'idratazione del cemento.

Proprio per questo, per i calcestruzzi ad alta resistenza, si è fissato un rapporto acqua/legante, al di sotto del quale si può determinare scheggiatura se esposti a temperatura, per la difficoltà che incontra l'acqua a liberarsi dal manufatto. Alcuni ricercatori hanno fissato questo limite a circa 0.33 (5), (7). Ovviamente, tale scheggiatura risulta più favorita in caso di rapida salita della temperatura (esposizione accidentale al fuoco), mentre per normali velocità di aumento di temperatura i rischi diminuiscono.

Molti tentativi sono stati compiuti per migliorare la resistenza a temperatura anche dei calcestruzzi ad alta resistenza (8). Fra questi, è stato proposto di aggiungere agli impasti delle fibre di plastica che, all'aumentare della temperatura, fondono e creano dei canali attraverso i quali può liberarsi il vapor d'acqua proveniente dai prodotti d'idratazione del cemento, diminuendo notevolmente la tendenza alla scheggiatura (9). La fusione delle fibre di plastica induce nei calcestruzzi ad alta resistenza una porosità pari a quella dei calcestruzzi ordinari, conferendo loro una equivalente resistenza termica.

Non può esser trascurato che la pellicola superficiale che avvolge il calcestruzzo gioca un ruolo cruciale sulla sua durabilità. Pertanto, qualunque accorgimento inteso ad aumentarne l'efficienza si tradurrà in un allungamento del ciclo di vita del manufatto.

La mineralogia degli aggregati e le relative proprietà termiche influenzano notevolmente la resistenza a temperatura dei calcestruzzi (4).

Nel caso di esposizione a temperatura, bassa od alta, di un calcestruzzo indurito, le considerevoli differenze nei coefficienti di dilatazione fra pasta di cemento ed aggregati possono provocare frammentazione della struttura. L'incompatibilità termica può infatti sviluppare sollecitazioni di trazione all'interno del calcestruzzo.

Sotto riscaldamento, gli aggregati vanno soggetti ad una progressiva espansione, mentre la pasta di cemento indurita, superato lo stadio di massima espansione, ritira. Le due opposte azioni progressivamente si allentano e compaiono le microfessure.

I numerosi aggregati impiegati nella preparazione degli impasti differiscono notevolmente nel loro comportamento al riscaldamento.

Il quarzo, principale costituente delle rocce ignee acide e minerale dominante nelle sabbie e nella maggior parte delle ghiaie, al di sopra di 573°C va soggetto ad una rapida espansione (del 0,85%) (4), per effetto della trasformazione dell'alfa quarzo, in beta quarzo. Tale espansione si traduce in un'azione distruttiva di qualunque calcestruzzo del quale costituisce l'aggregato.

Infatti, i calcestruzzi meno resistenti a temperatura sono quelli che recano aggregati di ghiaia silicea, selce (una roccia a grana finissima composta quasi esclusivamente di quarzo microcristallino e calcedonio), granito (una roccia che associa quarzo, feldspati alcalini ed uno o più minerali femici). L'arenaria (una roccia sedimentaria clastica, costituita da granuli di sabbia a prevalente composizione non carbonatica), benché contenga quarzo, non provoca scheggiatura e risulta meno dannosa, perché la sostanza intergranulare naturale ritira per riscaldamento e compensa, entro certi limiti, l'espansione dei granuli di quarzo.

Fra le rocce ignee basiche finemente cristalline o non cristalline, i migliori aggregati resistenti a temperatura sono le doleriti (una varietà di roccia basaltica) ed i basalti (caratterizzati dall'associazione di un plagioclasio basico e di un pirosseno, contenenti, o no, olivina).

I calcari espongono fino a temperatura di circa 800°C e poi iniziano a contrarre, per effetto della decomposizione ed emissione di anidride carbonica. Poiché tale decomposizione si registra a temperatura relativamente alta, ben al di sopra di quella alla quale gli aggregati quarzosi producono scheggiatura, i calcari, se compatti, costituiscono buoni aggregati resistenti a temperatura, perché, fatta eccezione di un'esposizione prolungata ad alta temperatura, soltanto la parte superficiale del manufatto va soggetta a decomposizione.

I calcestruzzi più resistenti ad alta temperatura sono probabilmente quelli che recano come aggregato scoria d'alto forno. I mattoni macinati costituiscono anch'essi buoni aggregati, purché risultino esenti da quarzo.

Aggregati leggeri, quali: pomici vulcaniche, scorie soffiate e prodotti a base di argille espanse, hanno di per se stessi un'alta resistenza a temperature elevate. I calcestruzzi che ne contengono, denunciano bassa conducibilità termica e capacità termica inferiore a quella dei calcestruzzi ordinari.

Aggregati leggeri (naturali od artificiali) generalmente esibiscono la miglior resistenza a temperatura, seguiti nell'ordine da: rocce ignee a grana fine (basalto), rocce carbonatiche ed aggregati silicei.

Se esposti per considerevoli durate di tempo a temperature superiori a 900°C, anche i calcestruzzi ritenuti i più durevoli, vanno soggetti a perdita di resistenza meccanica. Una significativa riduzione si registra già a temperatura di 600°C, mentre fino a 300°C la perdita di resistenza è bassa, ed a 500°C può raggiungere e superare il 50% (5).

Alcuni minerali costituenti di rocce denunciano un'anisotropia termica che, in alcune direzioni, comporta un'espansione maggiore. Pertanto, la combinazione fra incompatibilità termica dell'aggregato e della pasta di cemento e l'espansione termica anisotropa dell'aggregato, potrebbe danneggiare ulteriormente il calcestruzzo.

Tre fattori principali influenzano la resistenza del calcestruzzo per esposizione accidentale al fuoco. Strettamente parlando, il termine "resistenza al fuoco" non dovrebbe esser attribuito ad un materiale nel suo complesso, ma, più propriamente, agli elementi strutturali di cui è composto. La loro resistenza viene misurata sulla base della durata di tempo nella quale continuano ad esercitare la loro normale funzione.

I tre fattori sono:

- l'intrinseca attitudine a resistere al calore ed alla susseguente azione dell'acqua di raffreddamento senza perdita di resistenza e senza andar soggetti a fessurazioni o scheggiature;
- la conducibilità termica del calcestruzzo;
- la sua capacità termica (5).

L'insieme di tali fattori determina se gli effetti della temperatura, insistente soltanto per un tempo limitato, saranno circoscritti alla sola superficie del manufatto, oppure ne invaderanno il cuore ed eventualmente l'armatura annegata.

Assicurare la massima omogeneità e compattezza, soprattutto nelle strutture armate, è della massima importanza, perché con lo sviluppo dell'edilizia industrializzata e con il diffondersi della precompressione, si tende a ridurre notevolmente lo spesso del calcestruzzo.

La resistenza al fuoco delle strutture armate dipende non soltanto dal tipo di calcestruzzo, ma altresì dallo spessore del copriferro e dall'eventuale presenza di rivestimenti superficiali.

Le discontinuità presenti nel calcestruzzo determinano un rapido innalzamento della temperatura. Al di sopra di 500°C il ferro perde gran parte della sua resistenza meccanica, mentre il calcestruzzo può anche raggiungere 650°C, senza un sostanziale degrado.

In un calcestruzzo compatto il copriferro protegge l'armatura dal fuoco. Se reca discontinuità, esse diventano vie preferenziali del flusso termico, che rapidamente viene trasferito all'armatura. Essa, in virtù dell'alta conducibilità termica, tende a dilatarsi, in ciò contrastata dal calcestruzzo, più freddo per la minor conducibilità termica. Quando la coesione calcestruzzo/ferro non riesce ad arginare la tensione generata dalla differente dilatazione termica, si registra distacco del copriferro e sfilamento (pull-out) del tondino d'acciaio.

Numerosi e dolorosi avvenimenti testimoniano degli effetti nefasti, addebitabili alla differenza di coefficiente di espansione del calcestruzzo e dell'acciaio, acuito dal rapido innalzamento della temperatura prodotto dal fuoco.

Minor caduta di resistenza meccanica viene denunciata dai calcestruzzi sollecitati a compressione nel corso dell'esposizione a temperatura, in virtù dello scorrimento viscoso. In funzione della temperatura, esso favorisce un infittimento della struttura che si oppone alla propagazione di microfessure (10).

## Conclusioni

Generalmente le proprietà meccaniche di un calcestruzzo (resistenza a compressione, trazione, flessione ed il legame pasta/aggregato), diminuiscono per riscaldamento ad una temperatura superiore a 500°C, o per prolungata esposizione al fuoco.

La temperatura determina la disidratazione dei costituenti della pasta di cemento (silicato di calcio idrato geliforme, alluminati di calcio idrati, ettringite, ecc.), influenzando resistenza meccanica, conducibilità termica (funzione del grado d'umidità del calcestruzzo) e comportando variazioni dimensionali.

La disidratazione dell'idrossido di calcio (a circa 500°C) genera ossido, che successivamente può carbonatarsi e decomporsi a circa 700°C.

L'ulteriore aumento di temperatura provoca espansione, originando tensioni che, quando superano la resistenza a trazione, generano microfessure nella pasta di cemento, accompagnate dal distacco pasta/aggregato e perdita di compattezza del manufatto.

Pertanto, al fine di mitigare gli effetti della temperatura, è buona norma assicurare omogeneità e compattezza all'impasto indurito, creando un forte legame interfacciale pasta di cemento / aggregato, impiegando un cemento di miscela, riducendo il rapporto acqua/legante, anche con l'ausilio di superfluidificanti, scegliendo un aggregato che abbia stabilità termica, sia chimica, che fisica, e che risulti il più compatibile con la pasta di cemento.

Un calcestruzzo a bassa conduttività termica, per esempio un calcestruzzo leggero, denuncia miglior resistenza a temperatura e meglio si difende dal fuoco del calcestruzzo ordinario. Aggregati leggeri (pomice vulcaniche, scoria soffiata, argilla espansa) hanno alta resistenza all'espansione ed i calcestruzzi con essi preparati sono generalmente più resistenti al fuoco e meno termicamente dilatabili di quelli con aggregati ordinari.

### Bibliografia

1. Sakr K., El-Hakim E. Effect of high temperature or fire on heavy weight concrete properties. *Cement Concrete Res.*, 35, 590-596 (2005).
2. DeJong M.J., Ulm F.-J. The nanogranular behaviour of C-S-H at elevated temperature (up to 700°C). *Cement Concrete Res.*, 37, 1-12 (2007)
3. Gallucci E., Zhang X., Scrivener K. Quantitative microstructural study of the effect of temperature on the properties of concrete. 12<sup>th</sup> ICCI, Paper W4- 08.5. General Durability Issues I, Montreal (2007).
4. Aydin S., Baradan B. Effect of pumice and fly ash incorporation on high temperature resistance of cement based mortars. *Cement Concrete Res.*, 37, 988-995 (2007).
5. Lea's Chemistry of Cement and Concrete. P.C. Hewlett Ed. Fourt Ed. 305-307. Elsevier (1998).
6. Potha Raju M., Shobha M., Rambabu K. Flexural strength of fly ash concrete under elevated temperature. *Magazine of Concrete Res.*, 56,2,83-88 (2004).
7. Oredsson J. Tendency to spalling of high strength concrete. Swedish Nat. Project on high performance concrete Institute. Stockholm (1997).
8. Sersale R. Recenti sviluppi della scienza e della tecnologia del calcestruzzo. Il calcestruzzo ad alte prestazioni. *Rend. Acc. Sc. fis., mat. Napoli*, 70, 53-64 (2003).
9. Janson B.C., Aarup B. Fire resistance of fibre reinforced silica fume based concrete. In: *Utilization of high strength/high performance concrete*. Paris. ISBN,2, 85978-2583, 551-60 (1996).
10. Collepardi M., Valenti M. Effetto delle alte temperature sulle proprietà dei calcestruzzi armati. *Industria Ital. Cemento*, 6, 481-502 (1978).

## **Il contributo dell'industria cementiera all'attenuazione del cambiamento climatico** **Some notes of cement industry for climate change attenuation**

Nota di Riccardo SERSALE

(Adunanza del dì 7 novembre 2008)

**Riassunto.** Tenendo conto delle ricadute del complesso delle attività antropiche sulla generazione di gas “ad effetto di serra”, l'industria cementiera, seconda solo a quella di trasformazione dell'energia nella produzione di anidride carbonica, ne ha studiato possibili vie di contenimento.

Vengono pertanto compiutamente analizzate le principali metodologie proposte, che vanno dall'impiego dei rifiuti solidi urbani od industriali come combustibile supplementare, o come sostituti di materie prime naturali, a quello di combustibili alternativi o di bio-combustibili, dalla produzione di cementi compositi, a quello di cementi Portland-free, dai cementi della terza generazione, a quelli belitici, dal miglioramento del rendimento termico dei forni, alla possibile cattura e stoccaggio dell'anidride carbonica emessa, selezionando quelle vie che, al giorno d'oggi, sembrano le più percorribili.

Parole chiave: Cemento. Contenimento di CO<sub>2</sub>.

**Summary.** Considering the reflected actions of the whole anthropic activities on the origin of the “greenhouse effect”, cement industry, second-in-production of carbon dioxide only to the power-house, paid particular attention to suitable control methodologies.

The most important procedures, starting from solid municipal and industrial wastes as supplementary fuels, or as raw materials substitutes, up to alternative or bio-fuels employment, from blended cements production, up to Portland-free cements, from third cement series, up to belite cements, from furnace thermal efficiency improvement, up CO<sub>2</sub> capture and storage, are analysed, selecting those ways nowadays appearing more accessible.

Key words: Cement. CO<sub>2</sub> emissions control.

### **Premessa**

Parecchie scuole di pensiero attribuiscono il cambiamento climatico alle emissioni di gas ad effetto di serra, prodotte dal complesso delle attività antropiche. Fra tali gas, un ruolo importante è giocato dall'anidride carbonica che costituisce l'82% delle emissioni totali (1). L'industria cementiera partecipa sensibilmente alle emissioni totali di anidride carbonica, contribuendovi per circa il 5% (2), senza quasi emettere altri gas. Essa proviene sia dalla decarbonatazione della miscela generatrice del clinker, sia dal combustibile bruciato nel forno di cottura. È stato asserito (1) che l'emissione di anidride carbonica di provenienza cementiera nell'anno 2000 è stata pari a 0.87 kg per chilo di cemento prodotto, con una produzione mondiale pari a 1.57 miliardi di tonnellate che, nel 2004, ha superato i 2 miliardi. L'incremento è preoccupante e si prevede che ancora aumenterà, in relazione alla domanda di cemento che viene avanzata dai Paesi emergenti.

L'industria cementiera è notoriamente fra i settori più produttivi. L'energia consumata nella cottura della farina cruda rappresenta circa l'80% dell'energia impiegata nell'intero processo.

La lavorazione delle materie prime richiede circa il 10% di tutta l'energia impiegata, mentre il piroprocesso ne richiede l'83% e la macinazione il 7%.

Si impongono pertanto interventi decisivi, tanto per contenere il volume di emissioni, quanto per economizzare energia, interventi che, se non verranno adottati, renderanno ben difficile conciliare la

produzione di cemento con gli sforzi che vengono compiuti per ridurre le emissioni di gas ad effetto di serra ed i consumi di combustibile.

Risulta che l'anidride carbonica è aumentata da 280 ppm del livello pre-industriale a 375 ppm nel 2003, con un andamento accelerato sin dal 1950. A partire dall'era pre-industriale, l'aumento totale del complesso dei gas ad effetto di serra ha raggiunto 170 ppm di anidride carbonica-equivalente, con un contributo da parte della stessa del 61%, del metano del 19%, dei clorofluoro cloruri del 13% e dell'ossido di azoto del 6% (1). Tale incremento, che presumibilmente crescerà ancora, avrà notevoli ricadute sull'aumento della temperatura del Pianeta.

Com'è noto, la superficie terrestre si riscalda a spese della radiazione solare e, a sua volta, irradia energia nello spazio. Una frazione di tale radiazione viene intrappolata nell'atmosfera dai gas ad effetto di serra, che hanno forti bande di assorbimento nella parte dello spettro elettromagnetico occupato dalle radiazioni infrarosse. La radiazione intrappolata riscalda la troposfera (la parte bassa dell'atmosfera) e tale calore investe la superficie della terra, elevandone la temperatura.

A questo meccanismo, che riproduce ciò che avviene in una serra, viene addebitato il riscaldamento del Pianeta, innegabilmente aumentato di pari passo con la crescita delle attività industriali.

Negli ultimi cento anni la temperatura media della superficie terrestre è aumentata di  $0.7 \pm 0.2^{\circ}\text{C}$  e l'Europa ha superato la media terrestre con un aumento di  $0.95^{\circ}\text{C}$  dal 1900. Se non si darà corso ad una politica di governo del clima, viene ipotizzato in Europa nel 2100 un incremento della temperatura che potrà variare da 2 a  $6^{\circ}\text{C}$ .

L'aumento di temperatura sta già sciogliendo i ghiacciai lungo i tropici ed alle latitudini temperate, in zone vastissime dell'Asia e del sud America. Tali ghiacciai forniscono l'acqua potabile a centinaia di milioni di persone. I pozzi per l'irrigazione si stanno sempre più svuotando nel Panjab (regione naturale dell'India), nelle pianure della Cina settentrionale e nelle pianure americane, le regioni mondiali chiave per la produzione di grano. In Cina va così male che si sta tentando di deviare il corso del grande fiume Chang Jiang mille miglia verso nord. Città americane come Atlanta devono razionare l'acqua nei momenti di maggiore siccità e tutti i dati convergono nell'indicare che questa scarsità di acqua è destinata a peggiorare notevolmente. In Italia, nella verde pianura del Po si soffre da qualche anno la sete, con laghi che calano paurosamente e fiumi che hanno toccato un nuovo record storico (3).

I rilievi degli avversi effetti climatici effettuati dall'IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change) avvalorano la convinzione che sia giunto il momento di ridurre le emissioni in tutti i settori della produzione industriale (2).

Il cemento è secondo soltanto all'acqua nel consumo pro-capite e si ritiene che la sua produzione crescerà di pari passo con la popolazione e con lo sviluppo economico (4). Una normale proiezione prefigura l'aumento della popolazione mondiale dai sei miliardi attuali ai nove miliardi nel 2050 e ad undici miliardi alla fine del terzo millennio (5)(6). La domanda di una popolazione pressoché doppia di quella attuale farà crescere notevolmente la pressione sulle richieste di acqua, cibo, energia, merci comuni e servizi. Nel recente Special Report on Carbon Capture and Storage (CCS) (7), l'industria del cemento compare come il secondo produttore di emissioni, dopo l'industria di trasformazione dell'energia elettrica.

### **Riduzioni delle emissioni e del consumo di energia**

In considerazione di quanto sopra, l'industria cementiera studia potenziali vie idonee a ridurre tali emissioni. Quelle che sembrano più percorribili sono:

1. Impiego di rifiuti come combustibile supplementare per l'alimentazione dei forni a cemento e/o come sostituti di materie prime naturali;
2. Messa a punto di metodologie di cattura dell'anidride carbonica prodotta nel processo di clinkerizzazione;
3. Miglioramento del rendimento termico del forno di cottura;

4. Rimpiazzo di un'aliquota di clinker di Portland mediante addizione di aggiunte minerali attive (produzione di cementi compositi);
5. Produzione di cementi Portland-free (polimeri inorganici), mediante attivazione alcalina di allumosilicati;
6. Produzione di cementi della terza generazione, a base di solfoalluminato di calcio;
7. Modifica della composizione del clinker di Portland, incrementando il tenore di belite e riducendo contemporaneamente il consumo d'energia;
8. Impiego di combustibili che non rilascino anidride carbonica (biomasse).

Conviene pertanto analizzare compiutamente le proposte che vengono avanzate dai cultori della Scienza e Tecnologia del cemento per un contenimento delle emissioni ed un risparmio di combustibile, al fine di selezionare quelle che appaiono più realizzabili dal punto di vista operativo, economico e di comportamento tecnico del legante prodotto, tenendo però presente che le possibilità più allettanti per conseguire il proposito rimangono: una riduzione del contenuto di calcare della miscela generatrice di clinker, oppure, laddove possibile, l'impiego di materiali alternativi che rechino il calcio in forma non carbonatica.

L'impiego di rifiuti come combustibile supplementare può aiutare dal punto di vista economico, ma difficilmente parteciperà alla riduzione delle emissioni, poiché si tratta in massima parte di materie organiche (pneumatici in pezzi, gomma naturale o sintetica, rifiuti di plastica od oleari) (8). Infatti è ben difficile disporre di combustibili a più basso tenore di carbonio, così come a fonti di calcio non carbonatiche.

Per una riduzione delle emissioni più praticabile sembra l'impiego di rifiuti solidi urbani ed industriali inceneriti, a contenuto corrente di metalli pesanti, come materie prime secondarie nella formulazione delle miscele generatrici di clinker (9). La loro collocazione è in crescita. Il rimpiazzo di rifiuti inceneriti in genere non supera però il 10%, perché a seguito dell'insufficiente formazione di silicato di calcio, lo sviluppo di resistenza risulta compromesso. In caso di alto rimpiazzo di ceneri è necessario aggiungere ossido di calcio (10).

Si possono altresì impiegare nella medesima direzione una gran varietà di materiali che comportano una riduzione delle emissioni di anidride carbonica, ma difficilmente recano quantità di calcio che consentano il rimpiazzo di significativi tenori di calcare.

Le ceneri volanti di classe C recano approssimativamente 20% di CaO, ma anche un alto tenore di allumina (circa 18%) e, provenendo da impianti termoelettrici che sono alimentati a lignite bituminosa o xiloide, non sono particolarmente abbondanti. Il loro impiego in sostituzione del calcare non supera il 10% e si traduce in una riduzione di emissioni che al massimo raggiunge il 10%.

In considerazione del fatto che le ceneri volanti sono principalmente composte di silice, allumina, ossidi di calcio e di ferro e pertanto la loro composizione risulta simile a quella del cemento Portland, benché tali costituenti siano presenti in differenti proporzioni, è stato proposto di impiegarle per la preparazione del clinker (11). È stata utilizzata una tecnologia a microonde, a temperatura di 1350°C ed è stato preparato un clinker a partire da cenere volante povera di calce (di classe F), impiegando come correttivi ossido o carbonato di calcio, fluoruro di calcio come fondente e gesso come mineralizzatore. Il clinker ottenuto ha mostrato composizione e fasi simili a quelle del cemento Portland.

Le scorie d'alto forno recano circa il 40% di CaO, un contenuto accettabile, ma anch'esso accompagnato da elevati tenori d'allumina e talvolta anche di ossido di magnesio, sicché anche questa volta la sostituzione di calcare non supera il 10%. La sostituzione comporta anche un minor impiego di combustibile, per il ridotto contenuto di calcare da decarbonatare. Va però tenuto conto della disponibilità di scoria d'alto forno, la cui produzione mondiale nel 2005 si è aggirata intorno a 150 milioni di tonnellate, a fronte di un consumo mondiale di calcare per la produzione di clinker di

cemento prossimo a 2500 milioni di tonnellate (1). È verosimile che l'aumento di produzione del cemento faccia crescere ancora questa distanza.

Si è pensato anche alle scorie di acciaieria come sostituti di calcare nella miscela generatrice di clinker. L'alto contenuto di ferro che esse recano, però, lo impedisce.

Il semplice rimpiazzo del 5% di clinker con scoria d'alto forno granulata, cenere volante o cenere vulcanica, può determinare una riduzione di circa  $75 \cdot 10^6$  tonnellate di anidride carbonica, considerando una produzione mondiale di circa  $1500 \cdot 10^6$  tonnellate/anno di biossido, con un'emissione media di 1 kg di biossido per kg di cemento (12).

Per una riduzione delle emissioni di anidride carbonica e per quella dei costi di produzione, sta crescendo l'impiego di bio-combustibili o di combustibili alternativi, che in Europa raggiunge il 14% del totale dei combustibili impiegati.

È stata anche studiata la possibile cattura dell'anidride carbonica emessa dai forni a cemento. Viene proposto uno stoccaggio geologico, che prevede di rimettere nel sottosuolo, sotto forma di anidride carbonica, una parte del carbonio estratto sotto forma di carbone o di idrocarburi. Cattura e stoccaggio in strati geologici profondi si rivelano pertanto una via complementare per conseguire nel 2050 l'obiettivo di riduzione del 50% delle emissioni mondiali di biossido (13).

Recentemente è stata prospettata una via del tutto diversa e particolarmente attraente, che propone la conversione dell'anidride carbonica emessa dai forni a cemento in biomasse che, a loro volta, possono esser utilizzate come combustibile negli stessi. Ciò può conseguirsi mediante accoppiamento di un forno a cemento con un bioreattore alimentato ad alghe, armonizzando la velocità della loro produzione con quella di emissione di biossido (14).

Per quanto attiene ad un aumento del rendimento termico del forno, è stato rilevato che operando con materie prime ragionevolmente secche, impiegando come combustibile carbone o coke, aria come ossidante e favorendo la fuoruscita dei fumi della combustione a temperatura superiore a  $120^\circ\text{C}$ , per evitare condensazione nei condotti, si riesce a ridurre il consumo di combustibile a 3 GJ per tonnellata di clinker, un valore non troppo lontano dai limiti posti dalla termodinamica (1). Una combustione con ossigeno non sembra praticabile, poiché la produzione di ossigeno dall'aria con le tecnologie tradizionali comporta un consumo di energia elettrica pari a 420 kWh per tonnellata di ossigeno (15).

Una via da tempo praticata per la riduzione delle emissioni di anidride carbonica e dei costi di produzione, tuttora assai valida, è la preparazione di cementi compositi, nei quali una consistente aliquota di clinker viene rimpiazzata da prodotti cementizi supplementari, principalmente sottoprodotti industriali: scorie d'alto forno granulata, ceneri volanti, oppure pozzolane naturali (16). Il ruolo di tali sostituti del clinker nella produzione di cementi cresce di giorno in giorno, in relazione alla crescente domanda di leganti con complessive migliori caratteristiche del Portland e per una migliore conservazione dell'ambiente. Dieci tonnellate di aggiunta consentono il risparmio di una tonnellata di combustibile, comportando un significativo aumento della produzione di cemento ed una ridotta emissione di anidride carbonica.

Le modalità d'impiego di tali materiali supplementari varia largamente da Paese a Paese. In Europa occidentale vengono in massima parte utilizzati per la produzione di cementi compositi (17), mentre negli Stati Uniti sono più frequentemente aggiunti direttamente al calcestruzzo. Ai fini della riduzione delle emissioni di anidride carbonica, ciò però non porta differenza. Attenzione particolare va invece posta al livello di sostituzione del clinker, che dipende da una pluralità di fattori: reattività dell'aggiunta, finezza di macinazione, richiesta d'acqua d'impasto, ecc.

In relazione alla riduzione del contenuto di clinker dei leganti è da prendere in considerazione anche l'impiego di calcare, l'aggiunta minerale più a portata di mano. In ragione del 5% viene addizionato a quasi tutti i cementi previsti dalla Norma EN 197-1, perché è atto a combinarsi con tutto il quantitativo d'allumina normalmente recato dal clinker di Portland ed a formare carboalluminato di

calcio idrato. Se l'aggiunzione di calcare supera il 5%, esso agisce sostanzialmente da "filler" perché non c'è più allumina disponibile, anche se può accelerare l'idratazione dell'alite, migliorare la consistenza del calcestruzzo, ridurre la richiesta d'acqua d'impasto. Con appropriate tecniche di macinazione, anche l'aggiunta del 20% di calcare non abbassa notevolmente la resistenza del relativo cemento. Il suo punto debole è la resistenza all'attacco da parte dei solfati, specie se il cemento Portland utilizzato è a basso tenore di alluminato tricalcico. Si forma dapprima ettringite, più tardi si deposita il gesso ed alla fine si forma thaumasite (18). Pertanto, in previsione di potenziale attacco solfatico, l'impiego di tale cemento è sconsigliato.

Le ricerche sui cementi compositi si indirizzano pure alla produzione di leganti a più componenti, che recano, cioè, aliquote di scoria d'alto forno, cenere volante, fumo di silice, denunciando più elevata resistenza ad attacco solfatico (19).

Il rimpiazzo di clinker con aggiunte minerali che hanno superficie specifica superiore a  $100 \text{ m}^2/\text{kg}$ , pone in luce che, oltre ad un effetto di diluizione, altri fenomeni conducono ad un aumento del grado d'idratazione e della resistenza a compressione. Se l'aggiunta è chimicamente inerte, questi fenomeni possono essere attribuiti a nucleazione eterogenea (effetto fisico). Tale effetto favorisce l'idratazione, che, a sua volta, provoca un incremento della resistenza a compressione.

Se l'aggiunta è "pozzolanica", essa abbina i due effetti fisico e chimico, contribuendo all'aumento della resistenza a compressione (20).

L'attivazione di materiali a comportamento "pozzolanico", operata dalla calce proveniente dall'idratazione dei silicati di calcio di costituzione del clinker, ciò che avviene nei cementi compositi tradizionali, può anche esser prodotta per azione di silicati alcalini o idrossidi. Sono nati così i cementi Portland-free, dei veri e propri polimeri inorganici (21).

La reazione di un allumosilicato sodico con una soluzione acquosa molto concentrata di idrossido alcalino o di silicato sodico, produce un allumosilicato alcalino, denominato polimero inorganico, (od anche geopolimero). Possono esser impiegati prodotti contenenti silice ed allumina in quantità sufficiente ed in forma reattiva. I prodotti ottenuti possono esibire comportamento paragonabile ai leganti cementizi tradizionali in un vasto campo di applicazioni e con il grande vantaggio di un notevole abbassamento di emissioni di anidride carbonica.

L'appropriata scelta del prodotto di partenza e della composizione della miscela, consente di prevedere le proprietà del legante.

Benché più di una caratteristica macroscopica dei prodotti derivanti da differenti forme di allumosilicato può apparire simile, la loro microstruttura e le proprietà fisiche, meccaniche, chimiche e termiche variano in larga misura, particolarmente in dipendenza del materiale di partenza (22). Notevoli differenze di microstruttura sono infatti state rilevate nei prodotti sintetizzati da metacaolino e da ceneri volanti povere di calce. I leganti ottenuti da ceneri volanti sono generalmente più durevoli e più resistenti, ciò che farebbe pensare che la fase legante ed il meccanismo di reazione siano differenti da quelli dei sistemi preparati da metacaolino (22). È stato però rilevato che tanto nella struttura molecolare, quanto nella microstruttura, il legame silicio-alluminio e la fase legante sono gli stessi. L'allumosilicato gelatinoso che si forma dipende non soltanto dal tenore di silice solubile, ma altresì dal grado di polimerizzazione, funzione anche dell'alcalinità della soluzione.

L'attivazione di ceneri volanti a basso contenuto di calce con soluzioni fortemente alcaline ha prodotto un cemento con valori di resistenza meccanica vicini a 60 MPa, dopo stagionatura ad  $85^\circ\text{C}$  per cinque ore (23).

Una ricerca rivolta a valutare l'effetto di alte temperature su leganti sintetizzati con soluzione di silicato o di idrossido di potassio, tanto a partire da metacaolino, quanto da cenere volante (24), ha posto in luce un miglior comportamento a temperatura di questi ultimi. Essi presentano un gran numero di piccoli pori che facilitano la fuoriuscita di umidità allorché riscaldati, ciò che provoca minor danno (25). I leganti a base di metacaolino non presentano una simile distribuzione dei pori.

In quelli a base di cenere volante, la resistenza meccanica cresce perché in parte attribuibile anche a reazioni di sinterizzazione delle particelle non reagite.

È stato anche posto in luce (26) che la scoria d'alto forno granulata, finemente macinata, e la cenere volante povera di calce, costituiscono la più promettente combinazione legante per miscele idonee alla produzione di elementi strutturali. Una miscela nel rapporto 80 di scoria e 20 di cenere si è rivelata la migliore, sia per resistenza a compressione, che per durabilità (resistenza al gelo-disgelo ed all'attacco dei sali disgelanti). L'aumento di temperatura di stagionatura, o una maggiore durata del trattamento termico, hanno innalzato, fino a 28 giorni, la resistenza iniziale del corrispondente calcestruzzo, ma non quella a 90 giorni. Una riduzione dell'acqua d'impasto ha prodotto un notevole aumento di resistenza meccanica, al gelo-disgelo ed all'attacco di sali disgelanti. Un aumento del contenuto di soluzione di silicato sodico non ha prodotto l'atteso incremento di resistenza a compressione (26).

Con particolare favore si guarda all'impiego di calcestruzzi prodotti con cementi a base di scorie d'altoforno attivate (27). Essi esibiscono buone proprietà meccaniche e buona resistenza all'attacco di una pluralità di agenti chimici. Per una loro massiva introduzione sul mercato devono, però, esser risolti differenti problemi, quali: natura e contenuto ottimale di attivatore alcalino; composizione dell'attivatore ai fini del raggiungimento di un ottimale tempo di presa e d'indurimento, di buona lavorabilità, di modeste modificazioni di volume, di massima resistenza e durabilità. È stato anche rilevato che la combinazione silicato sodico/idrossido di potassio elimina le efflorescenze e migliora la lavorabilità. Un'appropriata stagionatura può ridurre la formazione di microfessure (27). Caratteristiche di questi polimeri inorganici sono: rapido indurimento, stabilità dimensionale, resistenza agli acidi, eccellente aderenza agli aggregati ed all'armatura.

Il rapido indurimento discende dall'alta reattività del solido di partenza; l'alta resistenza finale da tale reattività, dalla concentrazione di alcali della soluzione attivante, dalla porosità. La resistenza a temperatura è generalmente più alta di quella del cemento Portland (25), poiché l'acqua non è strutturalmente legata come nel C-S-H (28).

I cementi alcali-attivati prodotti da cenere volante hanno un costo inferiore del 10-30% rispetto a quello del cemento Portland ordinario (22).

Comporta una riduzione delle emissioni di anidride carbonica anche la produzione di clinkers a base di solfoalluminato di calcio, che richiedono, però, fonti di allumina non largamente diffuse.

Più praticabile sembra la produzione di cementi della terza serie (TCS) (8), del tipo sviluppato in Cina, che recano il 75% di solfoalluminato di calcio, comportando un'emissione di anidride carbonica prossima al 22%, a fronte di quella del 53% che compete alla produzione del clinker di Portland (1) e richiedendo anch'essi bauxite come materia prima, con conseguente riflesso sui costi. È stato perciò sviluppato un cemento più povero di solfoalluminato, che si avvale dell'azione combinata che può stabilirsi fra quest'ultimo, la belite e la fase ferrica, realizzando in tal modo una conciliazione fra emissioni di anidride e costi di produzione. L'emissione di biossido viene così ridotta del 25% e portata al medesimo livello di quella che si realizza con cementi compositi (1).

Negli anni correnti, al fine di ottenere una presa più rapida, nei cementi si è aumentato il contenuto di alite, con ricadute sulla più alta temperatura richiesta, sul maggior consumo di energia, sull'aumento di emissioni.

Una via da esplorare è rappresentata da un aumento della percentuale di fasi alluminato ed un ridotto contenuto di alite, con il vantaggio di un abbassamento della temperatura ed un più basso consumo di energia (29).

Nelle ultime tre decadi è progressivamente aumentato l'interesse di un cemento Portland ad alto contenuto di belite, per il più basso consumo d'energia e la migliore durabilità del corrispondente calcestruzzo. Non ancora però sono state messe a punto metodologie idonee a migliorare la reattività della fase belite, producendo cementi ad alta area superficiale con ragionevole consumo d'energia, al fine di conseguire una più alta velocità d'idratazione (30).

Al fine di abbassare notevolmente la temperatura di formazione del clinker, è possibile originare, in luogo di alite, una fase alinite (31, 32), mediante addizione di cloruro di calcio ad un'appropriata miscela di residui industriali o di rifiuti solidi inceneriti.

L'impiego di bio-combustibili e di altri combustibili alternativi è in costante crescita, poiché concorre ad una diminuzione sia delle emissioni, che dei costi di produzione del cemento. Molti combustibili alternativi non sono però esenti da carbonio. Solo le biomasse sono considerate, dal U.S. Climate Change Technology Program e dalla Commissione Europea, combustibili esenti da emissioni carboniose.

Tali biomasse costituiscono un vastissimo insieme di prodotti organici che possono venir direttamente utilizzati come combustibili, oppure convertiti in altre specie solide, liquide o gassose (33). Principali costituenti sono: residui forestali, scarti dell'industria della lavorazione del legno, scarti delle aziende zootecniche, scarti radunati in luoghi di mercato, rifiuti solidi urbani limitatamente alla sola frazione organica, residui di coltivazioni destinate all'alimentazione umana od animale, piante espressamente coltivate per scopi energetici (3).

## Conclusioni

Poiché l'industria cementiera vuole concorrere a soddisfare un evidente bisogno sociale, si è fortemente impegnata a reperire materiali alternativi ed a cercare nuove metodologie di riduzione delle emissioni di anidride carbonica e di consumo di energia. Gli studi vertono sull'impiego di cementi alternativi al Portland classico ed hanno generato diversi tipi di legante. Fra questi, i cementi Portland-free (polimeri inorganici), che costituiscono una grande conquista ed insieme una grande speranza, poiché proprio per la loro "gioventù", non ancora si è avuto il tempo di metterne attentamente a punto la composizione e collaudarli compiutamente in tutti i settori applicativi.

I cementi alternativi al Portland, più promettenti per la formulazione di calcestruzzi idonei alla realizzazione di strutture che vivano a temperatura ambiente, sembrano quelli basati, almeno in parte, sui solfati di calcio (34), la cui disponibilità è in crescita, grazie alla vasta diffusione del controllo delle emissioni di anidride solforosa, cementi che includono anche quelli sviluppati in Cina oltre tre decenni or sono (cementi della terza serie).

Attenzione deve esser pure prestata ai cementi belitici (più ricchi di silicato bicalcico) (30), ottenibili attraverso abbassamento del fattore di saturazione di calce nella miscela generatrice di clinker, con corrispondente riduzione del tenore di alite (silicato tricalcico), utilizzabili per strutture la cui resistenza a compressione alle brevi stagionature non sia requisito essenziale. Si studia la possibile attivazione della belite mediante la messa a punto di procedimenti che consentano la produzione di una belite ad alta area superficiale, con ragionevole riduzione della spesa di macinazione.

Considerate le difficoltà che il ricorso a materie prime od a combustibili alternativi comporta, così come quelle attinenti al miglioramento del rendimento termico dei forni, la via più percorribile per conseguire significative riduzioni delle emissioni, aumentando nel contempo la produzione, rimane ancor oggi la preparazione di cementi compositi, nei quali una consistente aliquota di clinker di Portland viene sostituita da aggiunte attive minerali (8) (35), la classe di cementi più studiata e più compiutamente sperimentata per la realizzazione di calcestruzzi per impieghi generali.

Ciò non esclude però che gli studi sui cementi alternativi debbano intensamente proseguire.

Una riflessione merita anche il conteggio delle emissioni di anidride carbonica prodotte dall'industria cementiera. Non sembra sia stato fatto conto della considerazione che il calcestruzzo rappresenta il candidato ideale per il sequestro delle ingenti emissioni e vi è una mancanza d'informazioni circa la carbonatazione del calcestruzzo demolito e frantumato. Oltre il 50% dell'anidride carbonica emessa nel corso del processo di clinkerizzazione proviene dalla calcinazione del calcare. Tale anidride viene però riassorbita nel corso di vita delle opere in malta o

calcestruzzo attraverso il processo di carbonatazione. I suoi riflessi sulle emissioni non ancora sono state compiutamente documentati, ma sembra si tratti di valori elevati (36).

### Bibliografia

1. Damtoft J.S., Lukasik J., Herfort D., Sorrentino D., Gartner E.M. Sustainable development and climate change initiatives. *Cement Concrete Res.*, 38, 115 (2008).
2. Marland G., Boden T., Andres R. Global, regional and national CO<sub>2</sub> emissions. A compendium of data on global change 2005. Carbon dioxide information analysis Center, Oak Ridge Nat. Lab., U.S. Dept. Energy. Oak Ridge, Tenn., USA.
3. Sersale R. L'acqua: oro blu del terzo millennio. *Atti Accad. Pontaniana*, Napoli, 56, 137 (2007).
4. WBCSD, our Agenda for Action, in the cement sustainability initiative. 2002 World Business Council for Sustainability Development. Geneva, Switzerland.
5. Roskovic R., Bjegovic D. Role of mineral additions in reducing CO<sub>2</sub> emission. *Cement Concrete Res.*, 35, 974 (2005).
6. Sersale R. Aspects of the chemistry of additions. *Advances Cement Technology*. Second ed. S.N. Ghosh Ed. Tech. Books Intern. 507-588. New Delhi (2002).
7. IPCC, Special Report on Carbon Dioxide. Capture and Storage. B. Metz et al. Editors. 2005 Intergovernmental Panel on Climate Change. Geneva, Switzer.
8. Sersale R. Sulla riduzione delle emissioni di anidride carbonica nella produzione di cemento. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 72, 19 (2005).
9. Sersale R. Rifiuti urbani ed industriali inceneriti come materie prime secondarie, o scarti industriali come combustibili alternativi per la produzione di clinker. Effetti sulla composizione e sul processo d'idratazione del cemento. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 73, 11 (2006).
10. Shih P.H. Chang J.E. Chiang L.C. Replacement of raw mix in cement production by municipal solid waste incineration ash. *Cement Concrete Res.*, 11, 1831 (2003).
11. Fang Y., Roy D.M., Chen Y., Silsbee M.R. Cement clinker formation from fly ash microwave processing. *Proc. 10<sup>th</sup> ICCI*, I, paper li 010. Gothenburg (1997).
12. Escalante-Garcia J.I., Sharp J.H. The chemical composition and microstructure of hydration products in blended cements. *Cement Concr. Composites*, 26, 967 (2004).
13. Sersale R. Cattura e stoccaggio geologico delle emissioni di anidride carbonica. *Atti Accad. Pontaniana*, Napoli, 56, 247 (2007).
14. Sersale R. Biomasse prodotte mediante cattura dell'anidride carbonica generata nel processo di clinkerizzazione. *Atti Accad. Pontaniana*, Napoli, 57 (2008).
15. Bolland O., Saether S. New concepts for natural gas fired power plants with simplify the recovery of carbon dioxide. *Energy Convers. Manag.* 33, 467 (1992).
16. Sersale R. Le aggiunte minerali al cemento Portland ordinario e le modificazioni del suo comportamento tecnico. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 70, 97 (2003).
17. Harden J. Development of clinker substitutes in the cement industry. *Zement-Kalk-Gips Intern.* 59, 2, 58 (2006).
18. Irassar E.F., Bonavetti V.L., Gonzales M. Microstructural study of sulfate attack on ordinary and limestone Portland cements at ambient temperature. *Cement Concr. Res.*, 1, 31 (2003).
19. Darweesh H.H.M. Resistenza di un composito di cemento Portland all'attacco da soluzioni solfatiche contenenti cationi di differente natura. *Ind. Ital. Cemento*, 78, 4, 274 (2008).
20. Cyr M., Lawrence P., Ringot E. Efficiency of mineral admixtures in mortars. Quantification of the physical and chemical effects of fine admixtures in relation with compressive strength. *Cement Concr. Res.*, 2, 264 (2006).

21. Sersale R. Il cemento di cencri volanti alcali-attivate e la sua idoneità all'impiego per calcestruzzi. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 74, 171 (2007).
22. Duxson P., Fernandez-Jimenez A., Provis J.L., Lukey G.C., Palomo A. Geopolymer technology: the current state of the art. *Jour. Mat. Sci.*, 42, 2917 (2007).
23. Palomo A., Grutzeck M.W., Blanco M.T. Alkali-activated fly ash. A cement for the future. *Cement Concr. Res.*, 29, 1323 (1999).
24. Kong D.L.Y., Sanjayan J.G., Sagoe- Crentsil K. Comparative performance of geopolymers made with metakaolin and fly ash after exposure to elevated temperatures. *Cement Concr. Res.*, 12, 1583 (2007).
25. Sersale R. La risposta del calcestruzzo all'aumento di temperatura, o causalmente al fuoco e le procedure per mitigarla. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 4, 75 (2008).
26. Dombrowski K., Veil M., Buchwald A. Geopolymer binders. Part 2. Development and optimization of geopolymer concrete mixtures for strong and durable external wall units. *Zement-Kalk-Gips, Intern.*, 61, 3, 70 (2008).
27. Bilek V., Urbanova M., Brus J., Kalousek D. Alkali-activated slag concrete development and their practical use. 12th ICCC, Paper T3- 06,6. Montreal (2007).
28. Buchwald A. Geopolymer binders. Part 1. What are geopolymers?. *Zement-Kalk-Gips Intern.*, 60, 12, 78 (2007).
29. Harrison J. Sustainability for cement and concrete industry. Part 2: *Zement-Kalk-Gips Intern.*, 60, 2, 74 (2007).
30. Chatterjee A.K. High-belite Portland cement. An update on development, characterization and applications. *Proc. 11<sup>th</sup> ICCC*, 1, 31. Durban (2003).
31. Tewelde M., Pollmann H. Synthesis of alinite-cement out of copper slag and municipal-solid-waste-incineration residues. *Proc. 11<sup>th</sup> ICCC.*, 1211. Durban (2003).
32. Sersale R. Produzione di cementi a ridotto consumo di energia. Nota I. Il clinker ricco di alinite. *Rend. Accad. Sc. fis. mat. Napoli*, 71, 31 (2004).
33. Sersale R. Biomassa: una risorsa scarsamente utilizzata a fini energetici. *Atti Accad. Pontaniana, Napoli*, 55, 173 (2006).
34. Gartner E. Industrial interesting approaches to "low-CO<sub>2</sub>" cements. *Cement Concr. Res.*, 34, 9, 1489 (2004).
35. Sersale R. Il ruolo dei prodotti cementizi supplementari nell'abbattimento dell'"effetto serra". *Atti Accad. Pontaniana, Napoli*, 53, 69 (2004).
36. Pade C., Guimaraes M. The CO<sub>2</sub> uptake of concrete in a 100 year perspective. *Cement Concr. Res.*, 9, 1348 (2007).



# On the nonlinear stability of the critical points of an epidemic SEIR model via a novel Liapunov function

Nota di S. Rionero <sup>1</sup>

Presentata dal Socio Prof. S. Rionero  
(Adunanza del 7 novembre 2008)

Abstract - The usefulness and effectiveness of a novel Liapunov function for ternary systems of O.D.Es. in the case of an epidemic SEIR model, are tested.

Riassunto - Si testano l'utilità e l'efficacia di una nuova funzione di Liapunov per i sistemi ternari di O.D.Es., nel caso di un modello epidemico SEIR.

## 1 Introduction

We consider the SEIR model

$$\begin{cases} \dot{S} = \mu(1 - S) - K(1 + \alpha I)SI \\ \dot{E} = -(\theta + \mu)E + K(1 + \alpha I)SI \\ \dot{I} = -(\sigma + \mu)I + \theta E \\ \dot{R} = -\mu R + \sigma I \end{cases} \quad (1)$$

with

- $S$  = susceptibles,
- $E$  = the exposed (i.e. infected but not infective),
- $I$  = infectives,
- $R$  = recovered,
- $\mu = \text{const.} > 0$ : birth/death rate,

---

<sup>1</sup>Università di Napoli Federico II. Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli". Complesso Universitario Monte S. Angelo. Via Cinzia, 80126 Napoli - ITALIA.  
E-mail: rionero@unina.it

- $\theta = \text{const.} > 0$ : rate at which the exposed individuals become infective  
 $\left(\frac{1}{\theta} = \text{mean latent period}\right),$
- $\sigma = \text{the recover rate.}$

In this model the function describing the mechanism of transmission of the diseases (the so called *force of infection* or *incident rate*) is given by

$$f(S, I) = K(1 + \alpha I)IS, \quad K, \alpha = \text{positive constants} \quad (2)$$

and assumes that

- i) the rate of infection due to two exposures over a short time period is increased,
- ii) the single contacts lead to infection at the rate:  $KIS$ ,
- iii) The new infective individuals arise from double exposures at a rate:  $\alpha KI^2S$ .

The importance of nonlinear incidence rates has been put in evidence since the seventies. For instance V. Capasso and coworkers considered nonlinear incidence rates in the case of a cholera epidemic spread [1-3]. Other references can be found in [4,5]. We recall that the nonlinear incidence rate (2) has been considered in [6-8] for a SIR model. Recently the dynamic of (1) has been deeply studied by B. Buonomo and D. Lacitignola [9]. Our aim here is only devoted in testing the usefulness and effectiveness of novel Liapunov functions (that we are going to introduce for ternary systems of O.D.Es. and P.D.Es.) in the case of system (1).

Denoting by  $(S^*, E^*, I^*, R^*)$  an equilibrium position and setting

$$\begin{cases} \xi_1 = S - S^* \\ \xi_2 = E - E^* \\ \xi_3 = I - I^*, \end{cases} \quad (3)$$

our aim is precisely to look for conditions guaranteeing that the stability-instability of the steady states of (1) can be reduced, via novel Liapunov functions, to the stability-instability of the zero solution of one of the following

systems

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\xi_1}{dt} = b_{11}\xi_1 \\ \frac{d\xi_2}{dt} = b_{22}\xi_2 + b_{23}\xi_3 \\ \frac{d\xi_3}{dt} = b_{32}\xi_2 + b_{33}\xi_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\xi_1}{dt} = b_{11}\xi_1 + b_{12}\xi_2 \\ \frac{d\xi_2}{dt} = b_{21}\xi_1 + b_{22}\xi_2 \\ \frac{d\xi_3}{dt} = b_{33}\xi_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\xi_1}{dt} = b_{11}\xi_1 + b_{13}\xi_3 \\ \frac{d\xi_2}{dt} = b_{22}\xi_2 \\ \frac{d\xi_3}{dt} = b_{31}\xi_2 + b_{33}\xi_3 \end{array} \right. \quad (4)$$

The plan of the paper is as follows. Section 2 is devoted to the preliminaries. In particular the existence of a finite region of the phase space which is an absorbing set is recalled. Next (Section 3) a novel Liapunov function is introduced. Section 4 is concerned with the stability-instability of the disease-free equilibrium. Section 5 is devoted to the endemic critical points. The paper ends with an Appendix in which a *peculiar* Liapunov function for binary system of O.D.Es. is recalled.

## 2 Absorbing sets

In view of (1) one obtains

$$\frac{d}{dt}(S + E + I + R) = \mu - \mu(S + E + I + R) \quad (5)$$

and hence

$$\frac{d}{dt}e^{\mu t}(S + E + I + R) = \frac{d}{dt}e^{\mu t}. \quad (6)$$

Integrating it turns out

$$S + E + I + R = (S + E + I + R)_{t=0}e^{-\mu t} + (1 - e^{-\mu t}) \quad (7)$$

and hence

$$(S + E + I + R)_{t=0} = 1 \quad (8)$$

implies

$$(S + E + I + R) = 1, \forall t > 0 \quad (9)$$

i.e. in the phase space  $\mathcal{R}_+^4$ , the manifold

$$\Sigma \in \mathcal{R}_+^4 : S + E + I + R = 1 \quad (10)$$

is positively invariant. On  $\Sigma$

$$R = 1 - (S + E + I) \quad (11)$$

and (1) reduces to

$$\begin{cases} \dot{S} = \mu(1 - S) - K(1 + \alpha I)SI \\ \dot{E} = -(\theta + \mu)E + K(1 + \alpha I)SI \\ \dot{I} = -(\sigma + \mu)I + \theta E \end{cases} \quad (12)$$

with

$$|S| \leq 1, |E| \leq 1, |I| \leq 1 \quad (13)$$

In view of (12) one obtains

$$\frac{d}{dt}(S + E + I) = \mu - \mu(S + E + I) - \sigma I \leq \mu - \mu(S + E + I) \quad (14)$$

and hence

$$S + E + I \leq (S + E + I)_{t=0}e^{-\mu t} + (1 - e^{-\mu t}). \quad (15)$$

Therefore denoting by  $\Sigma^*$  the manifold

$$\Sigma^* : 0 \leq S + E + I \leq 1 \quad (16)$$

it turns out that

$$0 < (S + E + I)_{t=0} \in \Sigma^* \quad (17)$$

implies

$$(S + E + I) \in \Sigma^*, \quad \forall t > 0 \quad (18)$$

i.e.  $\Sigma^*$  is invariant. Further, since (15) implies

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (S + E + I) \leq 1 \quad (19)$$

any region  $\bar{\Sigma} \in \mathcal{R}_+^3$  such that  $\Sigma^* \subset \bar{\Sigma}$  is an absorbing set.

Therefore system (12) can be analyzed in the region  $\Sigma^*$ , as already remarked in [9].

**Remark 1** - By virtue of (13) and (1)<sub>3</sub> it follows that

$$\dot{I} \leq -(\sigma + \mu)I + \theta$$

and hence

$$I \leq I_0 e^{-(\sigma+\mu)t} + \frac{\theta}{\sigma+\mu} (1 - e^{-(\sigma+\mu)t}).$$

In particular, for  $\left(\frac{\theta}{\sigma+\mu} < 1, I_0 \in \left(\frac{\theta}{\sigma+\mu}, 1\right)\right)$ ,  $I$  is a decreasing function going asymptotically to  $\frac{\theta}{\sigma+\mu}$ . Hence at least in this case, one immediately deduces the absence of (proper) cycles for (1).

### 3 A novel Liapunov function

Let  $(S^*, E^*, I^*)$  be a critical point.

Setting

$$\begin{cases} S = S^* + x_1 \\ E = E^* + x_2 \\ I = I^* + x_3 \end{cases} \quad (20)$$

it turns out that

$$\begin{cases} SI = (S^* + x_1)(I^* + x_3) = S^*I^* + I^*x_1 + S^*x_3 + x_1x_3 \\ SI^2 = (S^*I^* + I^*x_1 + S^*x_3 + x_1x_3)(I^* + x_3) = \\ = S^*I^{*2} + S^*I^*x_3 + I^{*2}x_1 + S^*I^*x_3 + \\ + x_3(2I^*x_1 + S^*x_3 + x_1x_3) \\ (1 + \alpha I)SI = (1 + \alpha I^*)S^*I^* + I^*(1 + \alpha I^*)x_1 + \\ S^*(1 + 2\alpha I^*)x_3 + x_3[(1 + \alpha I^*)x_1 + \alpha(S^*x_3 + x_1x_3)] \end{cases} \quad (21)$$

and hence

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -[\mu + KI^*(1 + \alpha I^*)]x_1 + \\ -KS^*(1 + 2\alpha I^*)x_3 - F \\ \frac{dx_2}{dt} = KI^*(1 + \alpha I^*)x_1 - (\theta + \mu)x_2 + \\ + KS^*(1 + 2\alpha I^*)x_3 + F \\ \frac{dx_3}{dt} = \theta x_2 - (\sigma + \mu)x_3 \end{cases} \quad (22)$$

with

$$\frac{F}{K} = x_3[(1 + 2\alpha I^*)x_1 + \alpha x_3(S^* + x_1)]. \quad (23)$$

Setting

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = -[\mu + KI^*(1 + \alpha I^*)], \\ a_{13} = -KS^*(1 + 2\alpha I^*), \\ a_{21} = KI^*(1 + \alpha I^*), \quad a_{22} = -(\theta + \mu), \\ a_{23} = KS^*(1 + 2\alpha I^*), \\ a_{32} = \theta, \quad a_{33} = -(\sigma + \mu), \end{array} \right. \quad (24)$$

it follows that

$$a_{12} = a_{31} = 0 \quad (25)$$

and one obtains

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{13}x_3 - F \\ \frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + F \\ \frac{dx_3}{dt} = a_{32}x_2 + a_{33}x_3. \end{array} \right. \quad (26)$$

Our aim is to look for conditions guaranteeing that the stability-instability of the zero solution of (26) can be reduced rigorously to the stability-instability of the zero solution of

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = a_{32}x_2 + a_{33}x_3. \end{array} \right. \quad (27)$$

with  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{32}$ ,  $a_{33}$  given by (24). The matrix of the coefficient of (27) is

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (28)$$

and, denoting by  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) its eigenvalues, it follows that the eigenvalues equation is easily found to be

$$\beta_0 \lambda^3 + \beta_1 \lambda^2 + \beta_2 \lambda + \beta_3 = 0 \quad (29)$$

with

$$\begin{cases} \beta_0 = 1, & \beta_1 = -(a_{11} + P), & \beta_2 = a_{11}P + Q, \\ \beta_3 = -a_{11}Q, & P = a_{22} + a_{33}, & Q = a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}. \end{cases} \quad (30)$$

The Hurwitz's conditions necessary and sufficient in order for all the roots of (29) to have negative real parts are found to be {[11], pag. 114}

$$\beta_1 > 0, \quad \beta_2 > 0, \quad \beta_3 > 0, \quad \beta_1 \beta_2 - \beta_0 \beta_3 > 0$$

i.e.

$$\begin{cases} a_{11} + P < 0, & a_{11}P + Q > 0, \\ a_{11}Q < 0, & P(a_{11}^2 + a_{11}P + Q) < 0. \end{cases} \quad (31)$$

It is easily seen that (31) implies  $a_{11} \leq 0$ . In fact assume by contradiction that (31) hold with  $a_{11} > 0$ . Then  $a_{11}Q < 0 \Rightarrow Q < 0$  and hence  $a_{11}P + Q > 0 \Rightarrow P > 0$ . But  $\{a_{11} < 0, P > 0\}$  is not allowed by (31)<sub>1</sub>. On the other hand

$$\{a_{11} < 0, \quad a_{11}Q < 0\} \Rightarrow Q > 0. \quad (32)$$

Finally

$$\begin{cases} a_{11}P + Q > 0 \\ P(a_{11}^2 + a_{11}P + Q) < 0 \end{cases} \Rightarrow P < 0. \quad (33)$$

Therefore, as expected, (31) are equivalent to

$$a_{11} < 0, \quad P < 0, \quad Q > 0. \quad (34)$$

Therefore, concerning the asymptotic stability, in order to reach the aforesaid aim we have to prove that (33) are necessary and sufficient for the stability of the zero solution of (26).

With this scope we introduce the function

$$V = \frac{1}{2}(x_1^2 + pW) \quad (35)$$

with  $p$  positive parameter to be chosen suitably later and

$$W = Q(x_2^2 + x_3^2) + (a_{22}x_3 - a_{32}x_2)^2 + (a_{23}x_3 - a_{32}x_2)^2 \quad (36)$$

with  $Q$  – in view of (32) and (23) – given by

$$Q = (\theta + \mu)(\sigma + \mu) - \theta K S^*(1 + 2\alpha I^*). \quad (37)$$

Along the solutions of (26), it is easily found that [12] {See Appendix}

$$\dot{V} = a_{11}x_1^2 + pPQ(x_2^2 + x_3^2) + \Phi_1 + \Phi_2, \quad (38)$$

with

$$\left\{ \begin{array}{l} P = -(\theta + \sigma + 2\mu) < 0, \\ \Phi_1 = (-pA_3a_{21} + a_{13})x_1x_3 + pA_1a_{21}x_1x_2, \\ \Phi_2 = -x_1F + p(A_1x_2 - A_3x_3)F, \\ A_1 = Q + a_{32}^2 + a_{33}^2, \quad A_2 = Q + a_{22}^2 + a_{23}^2, \\ A_3 = a_{22}a_{32} + a_{23}a_{33}. \end{array} \right. \quad (39)$$

#### 4 Nonlinear stability - instability of the disease-free equilibrium state

It is easily seen that exists the disease-free equilibrium

$$\bar{E}_0 = (1, 0, 0) \Leftrightarrow (S^* = 1, E^* = I^* = 0). \quad (40)$$

Then in view of (24), it follows that (40) imply

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\mu, \quad a_{12} = 0, \quad a_{13} = -K, \quad a_{21} = a_{31} = 0 \\ a_{22} &= -(\theta + \mu), \quad a_{33} = -(\sigma + \mu), \quad a_{23} = K, \quad a_{32} = \theta. \end{aligned} \quad (41)$$

The coefficient matrix becomes

$$\begin{pmatrix} -\mu & 0 & -K \\ 0 & -(\theta + \mu) & K \\ 0 & \theta & -(\sigma + \mu) \end{pmatrix} \quad (42)$$

and hence  $P$  and  $Q$  respectively reduce to

$$\left\{ \begin{array}{l} P_* = -(\theta + \sigma + 2\mu) < 0 \\ Q_* = (\theta + \mu)(\sigma + \mu) - K\theta. \end{array} \right. \quad (43)$$

and

$$\begin{cases} \Phi_1 = -Kx_1x_3, \Phi_2 = -x_1F + (A_1x_2 - A_2x_3)pF \\ A_1 = Q_* + K^2 + (\sigma + \mu)^2, \quad A_2 = Q_* + (\theta + \mu)^2 + K^2 \\ A_3 = -\theta(\theta + \mu) - K(\sigma + \mu) \end{cases} \quad (44)$$

It easily follows that

$$\begin{cases} \Phi_1 \leq \frac{K^2}{2|P_*Q_*|p}x_1^2 + \frac{p}{2}|P_*Q_*|x_3^2 \\ \Phi_2 \leq m(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1+1/2} \leq k_1V_*^{1+1/2} \end{cases} \quad (45)$$

with  $m$  and  $k_1$  positive constants.

Denoting by

$$R_0 = \frac{\theta K}{(\theta + \mu)(\sigma + \mu)} \quad (46)$$

the *basic reproductive number*, the following theorem holds.

**Theorem 1** - *Let*

$$R_0 < 1. \quad (47)$$

*Then  $(1, 0, 0)$  is locally asymptotically exponentially nonlinearly stable.*

**Proof.** In fact if (47) holds then  $Q_* > 0$  and  $V_*$  given by

$$\begin{cases} V_* = \frac{1}{2}(x_1^2 + pW_*) \\ W_* = Q_*(x_2^2 + x_3^2) + (a_{22}x_3 - a_{32}x_2)^2 + (a_{23}x_3 - a_{33}x_2)^2 \end{cases}$$

is positive definite. Further, since

$$\begin{cases} a_{11} = -\mu < 0 \\ P_* = -(\theta + \sigma + 2\mu) < 0 \end{cases} \quad (48)$$

(38) in view of (44)-(48) for

$$\frac{K^2}{2|P_*Q_*|p} = \frac{1}{2}\mu \Leftrightarrow p = \frac{K^2}{\mu|P_*Q_*|} \quad (49)$$

gives

$$\dot{V}_* \leq -\frac{1}{2} [\mu x_1^2 + p|P_* Q_*|(x_2^2 + x_3^2)] + \Phi_2 \quad (50)$$

and hence it easily follows that

$$\dot{V}_* \leq -\left(K_2 - K_1 V_*^{1/2}\right) V_* \quad (51)$$

with  $K_i$  ( $i = 1, 2$ ) positive constants. Therefore

$$V_*(0)^{1/2} < \frac{K_2}{K_1} \Rightarrow V_* \leq V_*(0)e^{-\delta t}, \quad \delta = K_2 - K_1 V_*(0)^{1/2}. \quad (52)$$

**Remark 2** - By virtue of  $|x_i| \leq 2$  ( $i = 1, 2, 3$ ), it is easy to determine a constant  $K_3 > 0$  such that

$$V_*^{1/2} \leq K_3 \quad \forall t \geq 0.$$

Then - in view of (51) -

$$K_1 K_3 < K_2$$

implies global stability.

**Theorem 2** - Let

$$R_0 > 1. \quad (53)$$

Then the disease-free equilibrium state is unstable.

**Proof.** Setting

$$V_1 = \frac{1}{2}(-x_1^2 + pW_*) \quad (54)$$

with  $p$  positive constant to be chosen later, it easily follows that although, in view of (53),  $Q_* < 0$ ,  $V_1$  in any ball  $B$  centered at the origin of the phase space takes positive values on the intersection of  $B$  with the plane  $x_1 = 0$ .

On the other hand, instead of (38), it easily follows that

$$\dot{V}_1 = \mu x_1^2 + p|P_* Q_*|(x_2^2 + x_3^2) + \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 \quad (55)$$

with

$$\bar{\Phi}_1 = Kx_1x_3, \quad \bar{\Phi}_2 = x_1F + (A_1x_2 - A_3x_3)pF. \quad (56)$$

For  $p$  given by (49), it follows that

$$\bar{\Phi}_1 \leq |\bar{\Phi}_1| < \frac{1}{2}\mu x_1^2 + \frac{p}{2}|P_* Q_*|x_3^2 \quad (57)$$

and hence

$$\bar{\Phi}_1 \geq -\frac{1}{2}\mu x_1^2 - \frac{p}{2}|P_*Q_*|x_3^2 \quad (58)$$

which implies

$$\dot{V}_1 \geq \frac{1}{2} [\mu x_1^2 + p|P_*Q_*|(x_2^2 + x_3^2)] + \bar{\Phi}_2. \quad (59)$$

But it easily follows that exists a positive constant  $m_2$  such that

$$\bar{\Phi}_2 \leq |\bar{\Phi}_2| < m_2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2} \quad (60)$$

hence setting

$$m_1 = \frac{1}{2} \inf(\mu, p|P_*Q_*|) \quad (61)$$

one obtains

$$\dot{V}_1 \geq (m_1 - m_2 r)r^2 \quad (62)$$

with  $r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$ . Then in any ball  $B$  of radius  $r < \frac{m_1}{m_2}$  it follows that  $\dot{V}_1 > 0$ . By virtue of the well known first instability theorem {[10], pag. 38}, (53) implies instability.

## 5 Stability of the endemic equilibrium

An equilibrium state  $E = (S^*, E^*, I^*)$  is called endemic if  $I^* > 0$ . Setting

$$A = -\frac{K^2\theta\alpha}{R_0}, \quad B = K\mu\theta\alpha \left(1 - \frac{K}{\mu\alpha R_0}\right), \quad C = K\mu\theta \left(1 - \frac{1}{R_0}\right) \quad (63)$$

it turns out that the equilibrium states are given by [9]

$$S^* = \frac{1}{R_0(1 + \alpha I^*)}, \quad E^* = \frac{\sigma + \mu}{\theta} I^* \quad (64)$$

with  $I^*$  solution of

$$AI^{*2} + BI^* + C = 0. \quad (65)$$

The matrix of (22) is given by

$$\begin{pmatrix} -[\mu + KI^*(1 + \alpha I^*)] & 0 & -KS^*(1 + 2\alpha I^*) \\ KI^*(1 + \alpha I^*) & -(\theta + \mu) & KS^*(1 + 2\alpha I^*) \\ 0 & \theta & -(\sigma + \mu) \end{pmatrix} \quad (66)$$

and by virtue of (30) and (37), it follows that

$$\begin{aligned} \frac{Q}{(\theta + \mu)(\sigma + \mu)} &= 1 - R_0[S^*(1 + \alpha I^*) + \alpha S^* I^*] = \\ &= 1 - R_0 \left[ \frac{1}{R_0} + \alpha \frac{I^*}{R_0(1 + \alpha I^*)} \right] = -\frac{\alpha I^*}{1 + \alpha I^*} < 0. \end{aligned} \quad (67)$$

In view of (39),

$$a_{11} = -[\mu + KI^*(1 + \alpha I^*)] \quad (68)$$

and (67), one is led to look for conditions guaranteeing instability. First of all, for the sake of simplicity we refer to the Hurwitz's first approximation stability conditions in the case of endemic critical points ( $I^* > 0$ ). The eigenvalues equation of matrix (66) is easily found to be

$$\bar{\beta}_0 \lambda^3 + \bar{\beta}_1 \lambda^2 + \bar{\beta}_2 \lambda + \bar{\beta}_3 = 0 \quad (69)$$

with  $\bar{\beta}_i = \beta_i$  of (30) for  $i \in \{0, 1, 2\}$  and

$$\bar{\beta}_3 = -(a_{11}Q + a_{13}a_{21}a_{32}). \quad (70)$$

By virtue of (67),  $I^* > 0 \Rightarrow Q < 0$ , hence the Hurwitz's conditions

$$\begin{cases} \bar{\beta}_i > 0, & i = 1, 2, 3 \\ \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 - \bar{\beta}_0 \bar{\beta}_3 > 0, \end{cases} \quad (71)$$

reduce to

$$\begin{cases} a_{11}P + Q > 0 \\ a_{11}Q + a_{13}a_{21}a_{32} < 0 \\ -(a_{11} + P)(a_{11}P + Q) + (a_{11}Q + a_{13}a_{21}a_{32}) > 0. \end{cases} \quad (72)$$

Since  $a_{11} + P < 0$ , (72) reduce to

$$a_{11}P + Q > \frac{a_{11}Q + a_{13}a_{21}a_{32}}{a_{11} + P} > 0. \quad (73)$$

Therefore

$$a_{11}P < -Q \quad (74)$$

implies instability. By virtue of (66)-(67) the instability condition

$$[\mu + k]^*(1 + \alpha I^*)](\theta + \sigma + 2\mu) < \frac{\alpha I^*}{1 + \alpha I^*}(\theta + \mu)(\sigma + \mu) \quad (75)$$

easily follows. We leave to the readers

- 1) the complete discussion of (72)
- 2) the instability conditions that one has to add to  $\{P < 0, Q < 0\}$  in order that the temporal derivative along (26) of the function (35) (with  $W$  given by (36) and  $a_{ij}$  given by (24)) is positive definite. We end by observing that in the plane  $x_1 = 0$  of the phase space,  $W$  and hence  $V$  takes positive values in any circle centered at the origin and therefore the conditions guaranteeing  $\dot{V}$  positive definite guarantees nonlinear instability.

### Appendix: The basic peculiar Liapunov function for a binary system of O.D.Es.

We define “*peculiar*” the Liapunov functions able to give for the nonlinear stability-instability, exactly the same coinditions of the linear stability. We here recall the construction of a such Liapunov function for a binary system of O.D.Es..

Let us consider the stability of the zero solution of the system

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax + by + f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = cx + dy + g(x, y) \end{cases} \quad (76)$$

( $f, g$  being nonlinear and such that  $f(0, 0) = g(0, 0) = 0$ ) and introduce the function

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon I[A(x^2 + y^2) + (ay - cx)^2 + (by - dx)^2] \quad (77)$$

with

$$I = a + d = \lambda_1 + \lambda_2, \quad A = ad - bc = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \quad (78)$$

$\varepsilon = 1$  for  $I > 0$ ,  $\varepsilon = -1$  for  $I < 0$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$  eigenvalues of  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . Since

$$\begin{cases} x\dot{x} = ax^2 + bxy + xf, & y\dot{y} = cxy + dy^2 + yg \\ y\dot{x} = axy + by^2 + yf, & x\dot{y} = cx^2 + dxy + xg \end{cases} \quad (79)$$

by straightforward calculations it follows that

$$\frac{dW}{dt} = \varepsilon I^2 A(x^2 + y^2) + \Psi \quad (80)$$

with

$$\begin{cases} \Psi = \varepsilon I[(\alpha_1 x - \alpha_3 y)f + (\alpha_2 y - \alpha_3 x)g] \\ \alpha_1 = A + c^2 + d^2, \quad \alpha_2 = A + a^2 + b^2, \quad \alpha_3 = ac + bd. \end{cases} \quad (81)$$

We remark that assuming

$$|\Psi| \leq m(x^2 + y^2)^{1+\eta} \quad (82)$$

with  $m$  and  $\eta$  positive constants and denoting by  $B(O, r)$  a circle of the phase space, centered at the origin, with radius  $r$  such that

$$r < \left( \frac{I^2 |A|}{m} \right)^{1/2\eta} \quad (83)$$

it follows that

i) for

$$I < 0, \quad A > 0, \quad \varepsilon = -1 \quad (84)$$

$W$  is positive definite in any circle  $B$  while  $\dot{W}$  is negative definite there. Therefore the zero solution of (76) is nonlinearly locally asymptotically stable under the same condition of linear stability

ii) for

$$I > 0, \quad A > 0, \quad \varepsilon = 1 \quad (85)$$

$W$  and  $\dot{W}$  are positive definite in any circle  $B$  and hence  $(x = y = 0)$  is (nonlinearly) unstable

iii) for

$$I < 0, \quad A < 0, \quad \varepsilon = -1 \quad (86)$$

$W$  takes positive values in any circle  $B$  and  $\dot{W}$  is positive definite there. Then  $(x = y = 0)$  is (nonlinearly) unstable

iv) for

$$I > 0, \quad A < 0, \quad \varepsilon = -1 \quad (87)$$

$W$  takes positive values in any circle  $B$  and  $\dot{W}$  is positive definite there and hence  $(x = y = 0)$  is (nonlinearly) unstable.

## Acknowledgments

This work has been performed under the auspices of the G.N.F.M. of I.N.D.A. M.. Some results contained in the present paper have been presented in the talk given on October 16, 2008 at the Institute of Mathematics, Center of Dynamical Systems, of the Shanghai Normal University. The author thanks the warm hospitality extended to him by the Director professor Maoan Han and the teaching staff.

## References

1. Capasso V.: *Global solution for a diffusive nonlinear deterministic epidemic model*, SIAM J. Appl. Anal., **35** 274-284 (1978).
2. Capasso V., Grosso E., Serio G.: *I modelli matematici nella indagine epidemiologica. Applicazione all'epidemia di colera verificatasi in Bari nel 1973*, Annali sclavo, **19** (1977) 193-208 (1977) .
3. Capasso V., Serio G: *A generalization of the Kermack-Mc Kendrick deterministic epidemic model*, Math Biosci, **42** 41-61 (1978) .
4. d'Onofrio A. *Vaccination policies and nonlinear force of infection: generalization of an observation by Alexander and Moghadas* , Appl. math. Comput., **168**, 613-622 (2004).
5. Xiao D., Ruan S.: *Global analysis of an epidemic model with non-monotone incident rate*, Math. Biosci. **208**, 419-429 (2007).
6. Jin Y., Wang W., Xiao S.: *A SIRS model with a nonlinear incidence*, Chaos Solitons Fractals, **34**, 1482-1497 (2007).
7. Van den Driessche P., Watmough J.: *A simple SIS epidemic model with a backward bifurcation*, J. Math. Biol., **40**, 525-540 (2000).
8. van den Driessche P., Watmough J.: *Epidemic solutions and endemic catastrophies*, Dynamical system and their applications in biology (Cape Breton Island, NS, 2001), Fields Inst. Commun., **36**, Amer. Math. Soc., Providence, RI 247-257 (2003).
9. Buonomo B., Lacitignola D.: *On the dynamics of an SEIR epidemic model with a convex incident rate*, Ricerche di Matematica (2008).
10. La Salle J., Lefschetz S.: *Stability by Liapunov Direct Methods*, Academic Press (1961).
11. Merkin D.R.: *Introduction to the theory of stability*, Springer texts in Applied Mathematics **24** (1977).
12. Rionero S.: *A rigorous reduction of the  $L^2$ -stability of the solutions to a nonlinear binary reaction-diffusion system of PDE's to the stability of the solutions to a linear binary system of ODE's*, J. Math. Anal. Appl. **319** no. 2, 377-397 (2006).



## CEMENTI COMPOSITI ED ATTACCO SOLFATICO. COMPOSITE CEMENTS AND SULPHATE ATTACK

Nota del Socio Riccardo SERSALE

(Adunanza del dì 5 Dicembre 2008)

**Riassunto.** Viene studiata la risposta del calcestruzzo esposto all'azione di acque del suolo, freatiche o di mare, che recano solfati in soluzione.

Si esamina il comportamento del cemento Portland tipico, del cemento solfato-resistente e di cementi compositi ad alto contenuto di aggiunta minerale, se attaccati da soluzioni solfatiche.

Al lume delle risultanze della più recente bibliografia, si conferma il buon comportamento dei cementi compositi, la cui resistenza all'attacco solfatico risulta almeno pari, se non superiore, a quella dei cementi solfato-resistenti, a ridotto contenuto di  $C_3A$  e  $C_4AF$ , riportati dall'American Standards.

**Parole chiave.** Cementi compositi. Attacco solfatico.

**Summary.** Concrete response to the action of soil, ground and marine waters containing sulphates, has been studied.

The behaviour of Portland cement, sulphate-resistant cement and blended cements with high admixtures content, when exposed to sulphate solutions, has been investigated.

In the light of the latest bibliographical informations, the good behaviour of blended cements is confirmed, whose resistance to sulphate attack appears similar, if not higher, to that of the sulphate-resistant cement with reduced  $C_3A$  and  $C_4AF$  content, specified by the American Standards.

**Key words:** Composite cements. Sulphate attack.

Un ambiente carico di solfati costituisce una delle cause determinanti del degrado dei calcestruzzi.

Solfati solubili in acque si rinvencono abbondantemente nei suoli, nelle acque freatiche ed in quelle di mare. I solfati recati dalle acque freatiche sono spesso una combinazione di solfati di calcio, sodio e magnesio. Per effetto della bassa solubilità del calcio (2 g/l a 20°C), i solfati più solubili: di sodio, di magnesio e di ferro presenti nel suolo, predominano nelle acque freatiche. Queste ultime recano meno cloruri rispetto all'acqua di mare, ciò che rende differente il meccanismo di attacco.

Alcune acque freatiche contengono significative quantità di ioni  $SO_4^{2-}$  ed  $Mg^{2+}$  e risultano assai più aggressive di soluzioni di pari concentrazione, nelle quali sono presenti solo cationi  $Na^+$  e  $K^+$ . L'azione degli ioni  $SO_4^{2-}$  viene infatti rafforzata da quella degli ioni  $Mg^{+2}$ , caso generale di cationi che formano idrossidi o sali basici di minor solubilità.

La penetrazione nel calcestruzzo di tali acque determina un calo di durabilità e può produrre effetti differenti.

Causa di tale degrado è la presenza di alluminato tricalcico e di alluminoferrito tetracalcico nel cemento impiegato per la preparazione del calcestruzzo.

Nell'idratazione del cemento Portland a temperatura ambiente, l'alluminato tricalcico reagisce inizialmente con il solfato di calcio, che è stato addizionato quale regolatore della presa, per produrre ettringite, la forma del solfoalluminato di calcio di alta solfatazione (la fase AFT).

Tale reazione decorre fino ad esaurimento del solfato di calcio. L'ettringite così formata si combina con l'alluminato tricalcico non ancora reagito e si converte in monosolfato, la forma di solfoalluminato di calcio di bassa solfatazione (la fase AFm), che è un costituente ordinario delle paste di cemento stagionate. Esso esiste indefinitamente in un sistema cementizio alla temperatura ambiente, senza produrre espansione.

Se, al contrario, il calcestruzzo preparato con cemento Portland viene posto in contatto con ioni  $\text{SO}_4^{-2}$  forniti da una fonte esterna, il monosolfato si converte di nuovo in trisolfato (l'ettringite) e tale conversione si traduce in espansione, scagliatura e disintegrazione della struttura.

Anche la fase ferrica reagisce con il solfato di calcio regolatore della presa del cemento, ma tale reazione decorre con una più lenta velocità.

Completato il consumo di solfato di calcio regolatore della presa, la fase Aft ferro-drogata non tende a convertirsi in fase AFm, a differenza di quella prodotta dall'alluminato tricalcico.

Resta pertanto per la maggior parte immutata nella pasta di cemento e molto bassa è l'aliquota di quella che si converte in fase Aft, probabilmente per effetto di una morfologia cristallina alterata.

Da lungo tempo è stato posto in luce che il controllo della composizione chimica del cemento migliora la resistenza all'attacco solfatico del calcestruzzo. Un più basso contenuto di alluminato tricalcico e di alluminoferrito tetracalcico nel cemento impiegato, riduce infatti il danno dell'attacco solfatico, grazie alla minor quantità di ettringite che si può formare. In tale direzione va il controllo della chimica del cemento suggerito dall'American Standards (1), che ha stabilito il limite del 5% al contenuto di  $\text{C}_3\text{A}$  e del 25% a quello di  $(2\text{C}_3\text{A} + \text{C}_4\text{AF})$  per il cemento di tipo V (resistente ai solfati). Maggiore infatti la quantità di  $\text{C}_3\text{A}$ , maggiore l'aliquota di monosolfato presente nel calcestruzzo fresco, responsabile, a seguito di attacco solfatico, della formazione di ettringite nel calcestruzzo indurito, con conseguente espansione.

In tema di controllo della chimica del cemento, attenzione deve pure esser rivolta al suo contenuto di silicato tricalcico, poiché la presenza di calce libera aumenta la formazione di solfato di calcio (2). Cementi poveri di  $\text{C}_3\text{A}$  e di  $\text{C}_4\text{AF}$  tendono generalmente a recare un rapporto più alto di  $\text{C}_3\text{S}/\text{C}_2\text{S}$ . Un aumento del contenuto di  $\text{C}_3\text{S}$  genera un quantitativo notevolmente più alto di calce d'idrolisi, responsabile, per reazione con i solfati, della formazione di gesso, il primo passo verso la formazione di ettringite, principale causa del degrado. Poiché in presenza di una fonte esterna di solfato i principali prodotti dell'attacco del calcestruzzo sono l'ettringite ed il gesso, se c'è idrossido di calcio disponibile, esso reagisce con il solfato, forma gesso secondario che, a sua volta forma ettringite secondaria ed alimenta ulteriormente il degrado della struttura.

Il ruolo della calce nell'attacco solfatico è stato puntualizzato da Mehta (3), sottolineando che un suo più alto contenuto aumenta la formazione di ettringite, la quale, in soluzioni solfatiche alcaline, notevolmente espande.

In soluzione di calce prevale ettringite allo stato geliforme in forma colloidale (4) od anche microcristallina, entrambi disponibili ad assorbire acqua ed espandere. Tale espansione viene anche interpretata sulla base di pressione osmotica o di cristallizzazione (5).

È stato inoltre dimostrato che la calce limita la solubilità degli alluminati, determinando una reazione topochimica espansiva.

L'attacco prodotto da soluzioni contenenti solfato può determinare effetti differenti sul calcestruzzo. Notevole il ruolo della natura della soluzione solfatica.

Alcune acque freatiche contengono significative quantità di ioni  $\text{SO}_4^{-2}$  ed  $\text{Mg}^{+2}$  e risultano molto più aggressive di soluzioni di pari concentrazione contenenti soltanto ioni  $\text{Na}^+$  e  $\text{K}^+$ . Come già sottolineato, l'azione degli ioni  $\text{SO}_4^{-2}$  viene rafforzata dalla presenza di ioni magnesio.

In contatto con acque contenenti solfato di magnesio, l'ettringite formata è essa stessa in definitiva decomposta da  $\text{Mg}^{+2}$ , lasciando un residuo di gesso e di allumina idrata, ciò che comporta una diminuzione di pH della soluzione dei pori della pasta di cemento. Tale riduzione può solo verificarsi se la soluzione dei pori perde cationi alcalini per lisciviazione o per incremento di concentrazione di ioni  $\text{SO}_4^{-2}$ .

Per combinazione di attacco solfatico e carbonatazione si può formare thaumasite. La morfologia e la struttura cristallina rassomigliano a quelle dell'ettringite e la sua formazione è causa di rammollimento o fessurazione del calcestruzzo o della malta. Può pertanto esser facilmente confusa

con l'ettringite. La sua formazione è favorita da alta umidità relativa, temperatura molto bassa, adeguato rifornimento di ioni  $\text{SO}_4^{2-}$  e  $\text{CO}_3^{2-}$  e dalla presenza di allumina reattiva. La quantità di ettringite che si può formare è limitata dalla quantità di allumina disponibile nel cemento, ma, in presenza di una fonte continua di ioni  $\text{SO}_4^{2-}$ , la formazione di thaumasite è limitata solo da  $\text{CaO}$  e  $\text{SiO}_2$  disponibili. Si può pertanto abbondantemente formare e ridurre la malta in una poltiglia.

L'influenza sul meccanismo di azione di soluzioni solfatiche per effetto della presenza di specie chimiche, trova conferma nel caso dell'acqua marina, nella quale l'alta concentrazione di cloruri condiziona l'attacco. I cloruri hanno infatti una tendenza a legare il  $\text{C}_3\text{A}$ , con formazione di cloroalluminati (sali di Friedel) che non provocano espansione (6). In ambiente ad alto contenuto di cloruri, la formazione di ettringite non va pertanto soggetta ad espansione o fessurazione (7).

L'intensità con cui il calcestruzzo risponde all'attacco solfatico è regolata da una pluralità di fattori, quali: tipo e finezza di cemento, rapporto acqua/cemento, permeabilità, natura dell'ambiente di vita della struttura.

Nelle medesime condizioni ambientali, due parametri controllano fondamentalmente la risposta del calcestruzzo all'attacco: composizione del cemento e permeabilità del calcestruzzo. Più bassa la permeabilità, minore il numero di ioni solfato che può penetrare nella struttura e più alta risulta la sua resistenza all'attacco.

Ai fini del controllo della permeabilità del calcestruzzo, è buona norma impiegare il rapporto acqua/cemento più basso possibile e/o aggiungere al clinker aggiunte minerali, le quali non soltanto abbassano la permeabilità, per effetto di una differente struttura dei pori della pasta di cemento, ma riducono anche il tenore di  $\text{C}_3\text{A}$ , a seguito di un parziale rimpiazzo di clinker di cemento Portland. Tale rimpiazzo concorre pure a ridurre la quantità di calce d'idrolisi, per effetto della neoformazione di silicato di calcio idrato aggiuntivo, prodotto per combinazione della silice dell'aggiunta con tale calce, non più pertanto disponibile a reagire con i solfati e formare gesso secondario.

Dai risultati delle più recenti ricerche reperibili in letteratura, risalta nettamente l'attitudine dei cementi composti ad esser impiegati per la realizzazione di strutture in ambienti a moderato od alto contenuto di solfati.

Risultati sperimentali ottenuti valutando la resistenza all'attacco solfatico mediante misure di espansione secondo la Norma ASTM (1), hanno sottolineato l'influenza del rapporto acqua/cemento, influenza che risulta più avvertita nei cementi a bassa resistenza ai solfati, con più alto contenuto di  $\text{C}_3\text{A}$  (SRPC), e meno sentita nei cementi composti (8), con evidenti ricadute sulla permeabilità.

In funzione del tenore e della reattività delle aggiunte minerali i cementi composti si rivelano idonei a contrastare un attacco solfatico moderato od alto.

È stato affermato (8) che i cementi composti preparati con ceneri volanti di classe F (a basso tenore di calce), in fatto di espansione, si comportano meglio del cemento Portland solfato-resistente, a contenuto di  $\text{C}_3\text{A}$  3,6%.

Con riferimento alla reattività dell'aggiunta minerale, nelle condizioni sperimentali adottate (8), è stato rilevato che cementi composti recanti 31,8% di cenere volante di classe F ( $\text{SiO}_2$ : 57,10%;  $\text{Al}_2\text{O}_3$ : 18,67%;  $\text{CaO}$ : 4,31%) si sono comportati meglio di quelli preparati con il 30,2% di pozzolana naturale ( $\text{SiO}_2$ : 66,44%;  $\text{Al}_2\text{O}_3$ : 12,11%;  $\text{CaO}$ : 5,13%).

È stato anche affermato (9) che cementi composti ad alto contenuto di scoria d'alto forno granulata, mostrano un comportamento all'attacco solfatico addirittura migliore di quello dei cementi solfato-resistenti.

È stata infatti condotta una sperimentazione impiegando tre campioni di cemento, tutti con resistenza a compressione a 28 giorni di 50 MPa, il primo di tipo alto forno: CEM IIIA 42,5 N (10),

il secondo, un cemento solfato-resistente a contenuto di  $C_3A$ : 4,20% e di  $(C_3A+2C_4AF)$ : 21,72%; il terzo, un cemento Portland tipico, a contenuto di  $C_3A$ : 8,67% e di  $(C_3A+2C_4AF)$ : 25,04%.

Con tali tipi di cemento sono stati preparati prismi di malta 40x40x160 mm e 25x25x285 mm, secondo la Norma TS En 196.1. Tutti i provini sono stati stagionati in acqua a  $20 \pm 1^\circ C$ , fino a raggiungere una resistenza a compressione pari a 20 MPa.

Sono quindi stati trasferiti in una soluzione di solfato sodico al 5% e, in un arco di tempo di 32 settimane, sono state misurate le modificazioni di lunghezza (allungamento) di ciascun provino, seguendo la Norma ASTM (11).

Al termine delle 32 settimane tali misure hanno rivelato che gli allungamenti dei provini preparati con il cemento d'alto forno a contenuto di scoria del 60% e quelli dei provini preparati con il cemento-solfato resistente, sono risultati assai prossimi ed inferiori del 35% agli allungamenti subiti dai provini di cemento Portland tipico.

Di tutti e tre i tipi di cemento, quello d'alto forno al 60% di scoria si è rivelato il più resistente di tutti, con un allungamento, al termine delle 32 settimane di stagionatura in soluzione al 5% di solfato sodico, pari a 0,087%, contro un allungamento di 0,095 % del cemento solfato-resistente e del 0,251% del cemento Portland tipico, nelle medesime condizioni sperimentali.

Anche il rilevamento della resistenza a compressione ha confermato il miglior comportamento all'attacco solfatico del cemento d'alto forno al 60% di scoria. Esso si è rivelato il più duraturo, manifestando una perdita di resistenza pari al 18% (47,3 MPa), a fronte di una perdita di resistenza del 20% (44,4 MPa) del cemento solfato-resistente e del 30% (40,7 MPa) del cemento Portland ordinario.

Il miglior comportamento del cemento d'alto forno, sottolinea il vantaggio dell'impiego di cementi compositi, comportamento principalmente dovuto a tre fattori: riduzione del contenuto di  $C_3A$  del clinker, parzialmente rimpiazzato dalla scoria, miglior compattezza del conglomerato, con conseguente riduzione di permeabilità ed ingresso di ioni  $SO_4^{-2}$ , per effetto di una differente struttura dei pori della pasta di cemento, riduzione di calce libera disponibile a formare gesso secondario ed incrementare in tal modo la neoformazione di ettringite.

A questo punto è opportuno sottolineare che la resistenza di un calcestruzzo o di una malta di cemento all'attacco, è generalmente valutata per stagionatura dei provini in soluzioni solfatiche assai più concentrate di quelle che si rinvencono sul campo (12).

Le condizioni di laboratorio risultano pertanto diverse da quelle della realtà, poiché, al fine di accelerare il risultato, vengono impiegate soluzioni più concentrate di quelle che si rinvencono in natura.

Alle concentrazioni di solfati impiegate nel prove di laboratorio, i provini degradano per formazione di ettringite, gesso ed anche thaumasite, mediante attacco combinato di solfato e carbonatazione, conseguenza di espansioni e fessurazioni.

In contrasto con le condizioni di laboratorio, alle basse concentrazioni di solfati che si rinvencono generalmente sul campo, il gesso secondario non si può formare e non può generare ettringite. Non si è infatti rilevata formazione di gesso in malte esposte all'attacco solfatico in soluzioni di concentrazione fino a 3000 mg/l (12). È ragionevole ritenere che il minor contenuto di alcali e di ioni idrossido nella soluzione dei pori della pasta di cemento impedisce una soprassaturazione di gesso.

È pertanto doveroso tener presente che la valutazione in laboratorio della resistenza all'attacco solfatico dei calcestruzzi, avviene assai spesso in condizioni differenti da quelle della realtà, ciò che torna a vantaggio della durabilità dei calcestruzzi.

## Conclusioni

Le risultanze della più recente letteratura convergono nell'attribuire ai calcestruzzi preparati con cementi compositi ad alto contenuto di aggiunte minerali, una soddisfacente durabilità, allorché impiegati per realizzare strutture in ambienti invasi da acque a moderato od alto contenuto di solfati.

Le ragioni che consigliano il ricorso a cementi compositi, in alternativa al Portland solfato-resistente (SRPC), risiedono sostanzialmente nella riduzione del tenore di  $C_3A$ , operato, questa volta, dal rimpiazzo di un'aliquota di clinker con l'aggiunta minerale, nella ridotta permeabilità del calcestruzzo, per effetto della differente struttura dei pori della pasta di cemento e nella presenza di una quantità aggiuntiva di silicato di calcio idrato che, impegnando, nella sua formazione, la calce d'idrolisi, le impedisce la reazione con i solfati e la conseguente formazione di gesso secondario, favorevole alla produzione di ettringite.

## Bibliografia

1. ASTM C 150-02. Standard Specification for Portland Cement. West Conshohocken (PA). American Society for Testing and Materials. Vol. 04.01 (2002).
2. Shanahan N., Zayed A. Cement composition and sulphate attack. Part I. Cement Concrete Res., 37, 618-623 (2007).
3. Mehta K.P. Mechanism of sulphate attack on Portland cement concrete – another look. Cement Concrete Res., 13, 401-406 (1983).
4. Mehta K.P. Mechanism of expansion associated with ettringite formation. Cement Concrete Res., 1, 3 (1973).
5. Scherer G.W. Factors affecting crystallization pressure. RILEM Proceeding PRO-35, RILEM TC 186-ISA, 139-154 (2002).
6. Verbeck G.J. Mechanism of corrosion of steel in concrete. Corrosion of Metals in Concrete, ACI Publ. SP-49, 21-38 (1975).
7. Mehta P.K. Concrete in Marine Environment. Elsevier Appl. Sci. London (1991).
8. Sahmaran M., Kasap O., Duru K., Yaman I.O. Effects of mix composition and water-cement ratio on the sulfate resistance of blended cements. Cement Concrete Composites, 29, 159-167 (2007).
9. Kutlu O., Erdogan B. Sulphate resistance of CEM III/ A cement. Zement-Kalk-Gips Intern., 61, 6, 30-35 (2008).
10. ENV 197- 1. Common cement types and composition by mass.
11. ASTM C 1012-04 Standard Test Method for length change of hydraulic-cement mortars exposed to a sulphate solution.
12. Bellmann F., Moser B., Stark J. Influence of the sulphate concentration on the results of laboratory investigations of sulphate resistance. 12<sup>th</sup> ICCI. Paper TH4-12.5. Montreal (2007).



## A New and Simple Preparation of $\text{Cd}(\text{SePh})_2$ , a Useful Precursor of Quantum Dots Containing Nanoclusters of CdSe

Nota di Barbara Panunzi<sup>1</sup> and Marco Tingoli<sup>1\*</sup>

(presentata dal Socio Lelio Mazzarella)

(Adunanza del 5 Dicembre, 2008)

Key words: cadmium, selenium, quantum dots

**Abstract** – Here we describe a simple synthetic method for the preparation of bis(phenylselenido)cadmium, a precursor of nanoclusters CdSe suited for use in fluorescent materials. The organocadmium has been previously prepared from very toxic reagents with cumbersome procedure. The new synthesis involves only commercially available reagents, using a DMF solution containing the  $\text{PhSe}^-$  anion and anhydrous  $\text{CdBr}_2$  or  $\text{CdI}_2$ . The wanted product,  $\text{Cd}(\text{SePh})_2$ , is isolated after a simple work-up, in very satisfactory yield.

**Riassunto** – Viene descritto un agevole metodo di sintesi del bis-fenilseleniuro di cadmio, precursore di nanocluster CdSe adatti all'impiego in materiali fluorescenti. L'organoderivato del cadmio è stato ottenuto in precedenza con l'uso di reattivi particolarmente tossici e non agevoli procedure. La nuova sintesi impiega solo reagenti disponibili da ordinarie fonti commerciali, coinvolgendo l'uso di una soluzione di DMF contenente l'anione  $\text{PhSe}^-$ , e di  $\text{CdBr}_2$  o  $\text{CdI}_2$  anidri. Il prodotto desiderato,  $\text{Cd}(\text{SePh})_2$ , viene isolato con semplice procedura dalla miscela di reazione, in resa molto soddisfacente.

### 1. INTRODUCTION AND RESULTS

Several semiconductors and photoelectric cells have been assembled with composite materials that contain CdSe grown on a ZnS seed or vice versa.<sup>(1)</sup> Recently, fluorescent semiconductor water soluble nanocrystals or quantum dots (QDs) that show a fluorescent emission between 360 and 500 nm and have high quantum yields (up than 50%), have also been prepared starting from a glutathione-ZnSe complex and  $\text{Zn}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Se}$  alloys.<sup>(2)</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Scienza degli Alimenti, Facoltà di Agraria, Università di Napoli "Federico II", I-80055 Portici (NA) ; e-mail: marco.tingoli@unina.it

Thus, compounds of group IIB metals with VIB non metal atoms (CdS, CdSe, CdTe, ZnS, ZnSe) in a variety of physical form and chemical structure, have attracted the attention of several groups.<sup>(3)</sup> A number of researchers have shown that M(ER)<sub>2</sub> derivatives (M = Zn, Cd, Hg; E = S, Se; Te; R = organic residue), can be transformed into the corresponding solid-state ME compounds. In particular, the soluble materials formed during the pyrolysis of a complex prepared from Cd(SePh)<sub>2</sub> and a tertiary phosphine are nanoclusters of CdSe and the electron diffraction pattern of the obtained material is consistent with that of CdSe.<sup>(3)</sup>

Unfortunately the starting material previously employed to obtain Cd(SePh)<sub>2</sub> is the alkylmetal compound Me<sub>2</sub>Cd difficult to handle and very toxic. As for the source of the seleniophenyl moiety, the dangerous and stinking PhSeH, prepared in situ by the reduction of an alcoholic solution of PhSeSePh followed by an acid treatment, was initially used. In fact, since it is well known that SiMe<sub>3</sub> linked to an heteroatom behaves as a proton, a modification of the procedure described above was proposed and PhSeSiMe<sub>3</sub> was employed instead of PhSeH as selenium containing intermediate. However, also this silicon derivative is commercially unavailable and has to be previously synthesized starting from the PhSe<sup>-</sup> anion and Me<sub>3</sub>SiCl.<sup>(4)</sup>

In the light of the above results and on the basis of the acquired experience on organoselenium chemistry,<sup>(5)</sup> we decided to get bis(diphenylselenido)cadmium in a more simple and direct way, exclusively starting from commercial reagents with minor further preparation and manipulation of these compounds. We have simply exploited the high nucleophilicity of the PhSe<sup>-</sup> anion, obtained directly in a dipolar aprotic solvent like DMF, versus a simple halogenated cadmium salt. We used anhydrous CdBr<sub>2</sub> in early experiments, but also the cheaper and also commercially available CdI<sub>2</sub> can be chosen successfully.

As summarized in Scheme 1 and described in the experimental, the reduction of PhSeSePh has been carried out by using sodium borohydride,<sup>(6)</sup> followed by the addition in the same flask of anhydrous CdBr<sub>2</sub>. The desired product Cd(SePh)<sub>2</sub> was isolated up to 85% yield. It is our opinion that a scale-up of all the reactants could allow the production of Cd(SePh)<sub>2</sub> in a multi-gram scale.

Scheme 1



The application of analogous mild reaction conditions to the preparation of other precursors of compounds of group IIB metals with VIB non metal atoms is under way.

## 2. EXPERIMENTAL SECTION

### Materials and methods

All experiments were performed under inert atmosphere using standard Schlenk techniques. All solvents were reagent grade and were purified by standard methods. All other chemicals were used as received from commercial vendors. The NMR spectra were recorded on a Varian XL 200 MHz instrument.  $^1\text{H}$  chemical shifts are referenced using residual solvent (pyr  $d_3$ ) peak. For describing multiplicities the following abbreviations were used: s, singlet; m, multiplet.

### Syntheses.

In a 100 ml three necked flask previously flamed and degassed with dry argon, equipped with a stirring bar and a refluxing apparatus, 25 ml of oxygen free, dry DMF was charged together with PhSeSePh (0.690g, 2.3 mmol). To the stirred orange solution thus obtained, an excess of  $\text{NaBH}_4$  (0.181g, 4.8 mmol) was portion wise added at room temperature, thus obtaining a colourless and transparent solution. This solution was stirred for further 30 min and anhydrous  $\text{CdBr}_2$  (1g, 3.67mmol) was then added in one portion, under fast stirring. The reaction occurring between the  $\text{PhSe}^-$  anion and solid  $\text{CdBr}_2$  appeared strongly exothermic and an external ice bath was necessary to drop down the internal reaction temperature. After 10 minutes, the ice bath was removed and the mixture was warmed up to 90-95°C, by using an external oil bath and temperature was maintained for 14 hours with vigorous stirring. The volume was then reduced to 15 ml under vacuum and the residual material was then slowly added under stirring to a mixture of ice and cold water (100ml). The white and amorphous solid that precipitated from the solution was filtered through a Duran<sup>®</sup> sintered disc filter funnel (pore size=6-40 $\mu\text{m}$ ), washed with distilled water (100ml), then with 95% ethanol (10 ml) and finally with tert-butyl methyl ether (MTBE, 50ml). The solid obtained was also dried under

vacuum in the presence of P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> for one hour. 1.35g of Cd(SePh)<sub>2</sub> (MW 424, 86.7% yield) was finally isolated: mp=310°C with decomposition. The <sup>1</sup>H-NMR spectrum (pyridine *d*<sub>5</sub>) showed two signals at δ 8.03 (m, 2H), and 7.00 (m, 3H), in agreement with the data previously reported.<sup>(7)</sup>

## REFERENCES

1. Kortan, A. R.; Hull, R.; Opila, R. L.; Bawendi, M. G.; Steigerwald, M. L.; Carroll, P. J.; Brus, L. E. *J. Am. Chem. Soc.* **1990**, *112*, 1327-1332.
2. Zheng, Y.; Yang, Z.; Ying, J. Y. *Adv. Mater.* **2007**, *19*, 1475-1479.
3. Brennan, J. G.; Siegrist, T.; Carroll, P. J.; Stuczynski, S. M.; Reynders, P.; Brus, L. E.; Steigerwald, M. L. *Chem. Mater.* **1990**, *2*, 403-409.
4. Stuczynski, S. M.; Brennan, J. G.; Steigerwald, M. L. *Inorganic Chemistry* **1989**, *28*(25), 4431-2.
5. Tingoli, M.; Diana, R.; Panunzi, B. *Tetrahedron Lett.* **2006**, *47*, 7529-7531.
6. Paulmier, C. "Selenium Reagents and Intermediates in Organic Synthesis" Pergamon Press **1986** pag 37.
7. Brennan, J. G.; Siegrist, T.; Carroll, P. J.; Stuczynski, S. M.; Reynders, P.; Brus, L. E.; Steigerwald, M. L. *J. Am. Chem. Soc.* **1989**, *111*, 4141-4143.

## ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support from Università di Napoli "Federico II" is gratefully acknowledged.

## Arrovian social choices

Nota di C. Tarantino \*

Presentata dal Socio Achille Basile  
(Adunanza del 5 Dicembre 2008)

*Key Words:* Impossibility theorem; invisible dictator; social welfare function; large economies.

**Abstract** – Arrow’s impossibility theorem has had several up dating after its initial formulation. In this note, after shortly resuming the main results concerning this celebrated theorem, we prove , by means of the adoption of a particular topology on the set of the preferences, the existence of an “invisible dictator ” in the case of infinite agents with infinite available alternatives. Moreover, the case of a locally compact space of alternatives is also investigated.

**Riassunto** – Il teorema di impossibilità di Arrow ha subito, dopo la sua iniziale formulazione, numerosi aggiornamenti. In questa nota si riassumono analiticamente i risultati noti e si dimostra, tramite l’adozione di una particolare topologia sull’insieme delle preferenze, l’esistenza di un “dittatore invisibile” nel caso che infiniti agenti hanno a disposizione infinite alternative. Si analizza inoltre il caso che l’insieme delle alternative sia dotato di una topologia propria, localmente compatta.

---

\*Department of Mathematics and Statistics, University Federico II of Naples,  
Complesso Monte S. Angelo, Via Cintia 80126 Naples, Italy  
email: ctarant@unina.it

# 1 Introduction

The Arrow's [1] impossibility theorem inspired many research papers in the area of social-choice theory. It states that, if a finite set of individuals  $V$  can choose one out of three or more alternatives, then any social welfare function satisfying Arrow's axioms (*unanimity* and *independence on irrelevant alternatives*) is dictated by a 'dictator'.

Afterwards Fishburn [4] showed that, when the number of individuals is infinite, there are Arrovian social welfare functions for which no dictator exists. In this case Kirman and Sondermann [6] proved that certain 'dictatorial' sets of individuals can be characterized. So they extended, in a new context, Arrow's theorem from spaces with finitely many agents to spaces with infinitely many agents. Kirman and Sondermann established a one to one correspondence between Arrovian social welfare functions and ultrafilters on the infinite agent space. The ultrafilter associated with an Arrovian social welfare function consists of the decisive coalitions for the social function. The fixed (non-empty intersection) ultrafilters correspond to dictatorial imposition of preferences of a group of agents. The free (empty intersection) ultrafilters represent a new type of Arrovian social welfare functions which are independent by any finite set of agents, i.e. the consensus of infinitely many agents is required to determine the '*preference state function*'. On the other hand, to deal with many agents (each negligible), they model the space of agents as a large economy [2], so they proved that the decisive coalitions may be arbitrarily small in terms of an atomless measure defined on coalitions of agents. Kirman and Sondermann called the free ultrafilters on the agent space *invisible dictators* while the fixed ultrafilters are the classical dictators.

If the space  $A$  of available alternatives for the agents is not finite, Grafe and Grafe [5] indicated some conditions that are sufficient to obtain the existence of a decisive element for any Arrovian social welfare function. Precisely, they suppose that the space of preferences on  $A$  is endowed with a topology with respect to which it is compact. If the topology satisfies a special condition (so-called '*Grafe-Grafe condition*'), then the Arrow's impossibility theorem can be extended to this case, in the sense that the existence of the invisible dictator is assured.

Using this result, we prove that, in the case of infinite agents with infinite available alternatives, the hypotheses to obtain the Arrow's impossibility theorem are always satisfied if we consider the topology of pointwise convergence on the space of preferences on  $A$ .

Finally, we assume that the infinite space  $A$  of alternatives is endowed with a its own natural topology that makes it locally compact. In this case, by using the topology of closed convergence on the set of continuous preferences induced by the natural topology of the set  $A$ , we are able to show that the hypotheses to obtain the Arrow's impossibility theorem are fulfilled.

The paper is organized as follows. Section 2 contains the main definitions and the Arrow's impossibility theorem. Section 3 deals with the case of infinitely

many economic agents. In Section 4 we consider the case of infinite alternatives without assuming a topology on their set. Finally, in Section 5 it is proved the Arrow's impossibility theorem in the case of a locally compact set of alternatives.

## 2 Theorem of Arrow

Let us suppose that  $A$  denotes a set of alternatives which are available to a set of economic agents  $V$ . Let us consider a binary relation  $p$  on  $A$  (i.e. a subset  $p \subseteq A \times A$ ). We recall that:

- $p$  is *asymmetric* if  $(x, y) \in p$  implies  $(y, x) \notin p$
- $p$  is *negatively transitive* if  $(x, y) \notin p$  and  $(y, z) \notin p$  imply  $(x, z) \notin p$ .
- $p$  is a *preference relation* on  $A$  if it is both asymmetric and negatively transitive.

It is easy to show that a preference relation is automatically not reflexive and transitive, that is the elements of the diagonal of  $A$  are not in  $p$  and it holds  $(x, y) \in p$  and  $(y, z) \in p$  imply  $(x, z) \in p$ .

We denote by  $\mathcal{P}$  the set of the preference relations on  $A$ .

When the agents in  $V$  fix their preferences concerning the alternatives in  $A$ , a member of  $\mathcal{P}$  identifies the individual choice of any of them. Moreover, any function

$$f: V \rightarrow \mathcal{P},$$

describes a *state* of system. Let  $F$  denote the set of all possible states.

Any correspondence  $\sigma$  that gives a global preference relation for any possible state  $f$ , is named a '*social welfare function*' (in short SWF). It gets a mechanism for joint individual preferences:

$$\sigma: f \in F \rightarrow \sigma(f) \in \mathcal{P}.$$

**Definition 1** A *social welfare function*  $\sigma$  is an *Arrovian social welfare function* (in short ASWF) if it satisfies the following two axioms:

- (A1) for any  $f, g \in F$  and  $x, y \in A$ , if  $f(v) = g(v) \quad \forall v \in V$  on  $x, y$ , we get that  $\sigma(f) = \sigma(g)$  on  $x, y$ .

(in this case we say that a social welfare function  $\sigma$  is independent on irrelevant alternatives ).

- (A2) for any  $f \in F$ , it holds that

$$\bigcap_{v \in V} f(v) \subseteq \sigma(f).$$

(in this case we say that a social welfare function  $\sigma$  satisfies the Axiom of unanimity).

**Remark 2** Let us consider  $\sigma(f) = f(v_0)$ , where  $v_0$  is an arbitrary element in  $V$ . It is easy to prove that this is an example of Arrovian social welfare function. This model of joint individual preferences is the dictatorial one. We will investigate in which conditions there exists a non dictatorial Arrovian social welfare function.

**Definition 3** Let  $\sigma$  be an Arrow social welfare function and let us consider  $v_0 \in V$ . We say that  $v_0$  is a dictator for  $\sigma$  if the following statement holds:

$$f(v_0) \subseteq \sigma(f) \quad \forall f \in F.$$

When  $\sigma$  admits a dictator, we say that it is a dictatorial ASWF.

The following result holds true.

**Theorem 4** Let  $V$  be finite and let us suppose that only two elements belong to  $A$ , then there exist non dictatorial Arrovian social welfare functions. If  $V$  is finite and there are at least three elements in  $A$ , then any Arrovian social welfare function is dictatorial.

The first statement of the theorem can be proved building an example of Arrovian social welfare function not dictatorial (simple majority aggregation rule). The latter statement is the fundamental impossibility theorem by Arrow [1]. The Theorem 4 gets a complete answer for the problem of existence of non dictatorial Arrovian social welfare function in the case of a finite number of economic agents. In the next section we will investigate the infinite case.

From now on, we always mean that Arrow's axioms (A1), (A2) are satisfied. We consider also true the following one

$$(A3) \quad \#(A) \geq 3$$

on the cardinality of the space of alternative.

### 3 The case of infinitely many economic agents

Any subset  $C$  of  $V$  is a group of economic agents, that is a *coalition*. We recall the definition of a filter. A *filter* on a set  $V$  is a collection  $\mathcal{F}$  of subsets of  $V$ , having the following properties.

- (F1) Any subset of  $V$  containing an element of  $\mathcal{F}$  belongs to  $\mathcal{F}$ .
- (F2) Any finite intersection of elements of  $\mathcal{F}$  belongs to  $\mathcal{F}$ .
- (F3) The empty set does not belong to  $\mathcal{F}$ .

A filter is called *free* or *fixed* according to the fact that the intersection of all its members is empty or not. If  $V$  is finite, any filter  $\mathcal{F}$  is fixed, since it contains only finitely many members. Given two filters  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{F}'$  on  $V$ , we say that  $\mathcal{F}'$

is strictly finer than  $\mathcal{F}$  if  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{F}'$  and  $\mathcal{F} \neq \mathcal{F}'$ . An *ultrafilter* on  $V$  is a filter on  $V$  such that there is no filter on  $V$  strictly finer than it.

Let us suppose that  $V$  is not finite. Fishburn (1970) [4], obtained an interesting result in this context:

**Theorem 5** *If  $V$  is not finite, then there exist Arrovian social welfare functions that are non dictatorial.*

PROOF: We only sketch the proof. Being  $V$  infinite, it is possible to define a (two-valued) finitely additive measure on  $V$ :

$$\mu : C \subseteq V \longrightarrow \{0, 1\},$$

such that  $\mu(V) = 1$  and  $\mu(\{v\}) = 0$  for any  $v \in V$ .

Let us consider the filter on  $V$  of coalitions that are complement of a finite coalition in  $V$  and let  $\mathcal{F}$  be an ultrafilter that contains it. Taking into account that there exists a one-to-one correspondence between the  $\{0-1\}$ -valued measures and the maximal filters on  $V$ , we define  $\mu$  with the following statement:

$$\mu(C) = \begin{cases} 1 & \text{if } C \in \mathcal{F} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

Now, it is easy to prove that the function  $\sigma$  on  $F$  defined by

$$(x, y) \in \sigma(f) \iff \mu(\{v \in V : (x, y) \in f(v)\}) = 1$$

is a non dictatorial Arrovian social welfare function.

□

The result of Fishburn solves the problem of existence of Arrovian social welfare function in this context. However, Kirman and Sondermann (1972) [6] recognized that a kind of dictatorship persists if we have infinitely many agents. We have to introduce the definition of *decisive coalition* and in such a way we can characterize dictatorial set rather than dictatorial individuals.

Let  $C$  be a coalition and let  $f(C)$  denote the asymmetric relation  $\bigcap_{v \in C} f(v)$  where as usual  $f$  is a social state.

**Definition 6** *Let  $\sigma$  be an Arrow social welfare function. A coalition  $C \subseteq V$  is decisive for  $\sigma$  if the following statement is true:*

$$f(C) \subseteq \sigma(f) \quad \forall f \in F.$$

In this context Kirman and Sondermann [6] proved a result that has the Arrow's impossibility theorem as a corollary.

**Theorem 7** *Let  $\sigma$  be an Arrovian social welfare function satisfying the axiom (A3).*

- i) *The decisive coalitions for  $\sigma$  form an ultrafilter on  $V$ .*
- ii) *If  $C$  is a coalition, then either  $C$  or  $V \setminus C$  is a decisive coalition.*

**Remark 8** We note that if  $C$  is a (decisive) coalition  $f(C)$  is not necessarily a preference on  $V$ . So the decisive coalitions are not suitable to interpret the rule of dictator in this new context. We need a further generalization of this concept.

In order to obtain an ‘object’ that we can interpret as the so-called ‘invisible dictator’, we assume that  $V$  can be embedded in the set  $\tilde{V}$  of all  $\{0,1\}$ -valued measure on  $V$  by means the identification of any elements  $v$  in  $V$  with Dirac measure defined by

$$\delta(v, C) = \begin{cases} 1 & \text{se } v \in C \\ 0 & \text{se } v \notin C. \end{cases}$$

At the same time, considering the one to one correspondence between the set of ultrafilters on  $V$  and the set of  $\{0,1\}$ -valued measures on  $V$ , we can say that  $V$  can be embedded into the set  $\tilde{V}$  of all ultrafilters on  $V$  by means of the identification of any elements  $v$  of  $V$  with the ultrafilter fixed in  $v$ . We have denoted by  $\tilde{V}$  either the sets, i.e. they are identified.

We have already remarked that if  $V$  is finite there exist only fixed ultrafilters on  $V$ . When  $V$  is infinite, the elements of  $\tilde{V} \setminus V$  are free ultrafilters.

The set  $\tilde{V}$  is a subspace of the topological product  $\{0,1\}^{(2^V)}$ . On the other hand, using Tychonoff compactness theorem, this is a compact space. So,  $\tilde{V}$  is endowed with a natural topology induced by  $\{0,1\}^{(2^V)}$ , the topology of pointwise convergence:

the net  $\mu_\lambda : 2^V \rightarrow \{0,1\}$  converges to  $\mu : 2^V \rightarrow \{0,1\}$  when for any coalition  $C \in 2^V$  it holds  $\mu_\lambda(C) \rightarrow \mu(C)$ .

Finally, being  $\tilde{V}$  a closed subset of a compact space, it is compact.

**Proposition 9** *The following statements are true:*

- i)  $V$  is a dense subset of the compact topological space  $\tilde{V}$ .
- ii)  $V$  endowed with the topology induced by  $\tilde{V}$  is discrete.

We can consider the extension of the function  $f : V \rightarrow \mathcal{P}$  to the space  $\tilde{V}$ . The space  $V$  is discrete, so the function  $f$  is continuous and we can consider the continuous extension of  $f$  on  $\tilde{V}$ . In such a way the knowledge of the preference relation  $f(v)$  on  $A$  for any agent  $v \in V$  allows to obtain, uniquely, the knowledge of the extended state

$$\tilde{f} : \tilde{V} \rightarrow \mathcal{P}.$$

In this approach, there are elements ( $V$ ) that correspond to Dirac’s functions or else to fixed ultrafilter, and there are elements ( $\tilde{V} \setminus V$ ), that are not elements or coalitions in  $V$ , they correspond to free ultrafilter. In the former case we say that the elements of  $\tilde{V}$  are ‘visible’, in the latter case we call them ‘invisible’. Hence, this former elements can play the role of dictator in the case  $V$  infinite, in this case we introduce the ‘invisible dictatorship’.

With this idea in mind we generalize the definition of decisive elements for an Arrovian social welfare function. We say that an element  $\mu$  in  $\tilde{V}$  is decisive for an Arrovian social welfare function  $\sigma$ , if:

$$\tilde{f}(\mu) \subseteq \sigma(f) \quad \forall f \in F.$$

First we consider the case  $A$  finite, then in the next section we deal with the case  $A$  is infinite.

If  $A$  is finite, also  $\mathcal{P}$  is finite and, endowed with discrete topology,  $A$  is a compact space.  $V$  is discrete and, being a dense subset of the compact space  $\tilde{V}$ , there exists one and only one extension  $\tilde{f}$  of  $f$  such that  $\tilde{f}$  is a continuous function from  $\tilde{V}$  to the compact space  $\mathcal{P}$ . Then it is possible to prove the following statement.

**Proposition 10** *We suppose that  $3 \leq \#(A) < \infty$ . Let us consider an Arrovian social welfare function  $\sigma$ , if  $\mu$  is the  $\{0-1\}$ -valued measure that corresponds to the ultrafilter of decisive coalitions for  $\sigma$ , then*

$$\tilde{f}(\mu) \subseteq \sigma(f) \quad \forall f \in F,$$

*i.e. there is a decisive element for  $\sigma$  in the set  $\tilde{V}$ .*

If  $\mu$  is a Dirac's delta function, then  $\mu$  (or the corresponding ultrafilter) is the 'visible dictator' of the classical Arrow's theorem. Otherwise it is the so-called 'invisible dictator'.

## 4 The case of infinitely many alternatives

Let us consider the case  $A$  is not finite. We suppose that  $A$  is not endowed with a its own natural topology. Grafe-Grafe (1983) [5], have studied the present case in the hypothesis that  $\mathcal{P}$  is endowed with a topology respect to which it is compact. They prove that any Arrovian social welfare function admits a decisive element if the topology of  $\mathcal{P}$  verifies the following additional hypothesis:

(GG) for any  $(x, y) \in p_0$  with  $p_0 \in \mathcal{P}$ , there exists a neighbourhood  $\mathcal{I}$  of  $p_0$  such that  $p \in \mathcal{I}$  implies  $(x, y) \in p$ .

From the hypothesis that  $\mathcal{P}$  is compact, one proves the existence of the continuous extension of  $f$  on the Stone-Cech compactification  $\tilde{V}$  of the set  $V$ . The hypothesis (GG) assures the existence of 'invisible dictators'.

We prove that it is always possible to endow  $\mathcal{P}$  with a topology that satisfies the hypothesis (GG) and with respect to which  $\mathcal{P}$  is compact.

Hence, being  $p$  a subset of  $A \times A$ , we can identify  $p$  with the characteristic function  $\chi_p$  of the subset  $p$  of  $A \times A$ . Then we have

$$(x, y) \in p \iff p(x, y) = 1,$$

and

$$(x, y) \notin p \iff p(x, y) = 0 .$$

Furthermore  $\mathcal{P}$  can be interpreted as a space of  $\{0, 1\}$ -valued functions from the cartesian product  $A \times A$ , so  $\mathcal{P}$  is a subset of topological product  $\{0, 1\}^{A \times A}$ . If we consider the pointwise convergence topology on  $\mathcal{P}$ , we obtain the following statement.

**Proposition 11**  *$\mathcal{P}$  endowed with the pointwise convergence topology is compact.*

PROOF:  $\mathcal{P}$  is a subset of a topological compact space. So we only have to prove that  $\mathcal{P}$  is closed, i.e.

$$p_\lambda (\in \mathcal{P}) \longrightarrow p \implies p \in \mathcal{P} .$$

We have to prove that  $p$  is asymmetric and negatively transitive.

$p$  is asymmetric.

If  $(x, y) \in p$  then  $p(x, y) = 1$  and, definitively,  $p_\lambda(x, y) = 1$ . Being  $p_\lambda \in \mathcal{P} \quad \forall \lambda$  we obtain  $p_\lambda(y, x) = 0$  definitively. So, using the convergence of  $p_\lambda$  to  $p$ , we get  $p(y, x) = 0$  i.e.  $(y, x) \notin p$ .

$p$  is negatively transitive.

If  $(x, y) \notin p$  and  $(y, z) \notin p$  i.e.  $p(x, y) = p(y, z) = 0$  then, definitively  $p_\lambda(x, y) = p_\lambda(y, z) = 0$ . Being  $p_\lambda \in \mathcal{P} \quad \forall \lambda$ , we have that  $p_\lambda(x, z) = 0$  definitively. So, using the convergence of  $p_\lambda$  to  $p$ , we obtain  $p(x, z) = 0$  i.e.  $(x, z) \notin p$ . □

The latter result assures the existence of the extension  $\tilde{f}$  of the function of state  $f$ . The uniqueness follows by the Hausdorff property of the space  $\mathcal{P}$ . Finally, in order to prove the existence of ‘invisible dictators’, we have only to show that, if we consider the topology that we have introduced in  $\mathcal{P}$ , it satisfies the (GG) hypothesis.

In fact, the condition (GG) is satisfied if we choose, for any  $(x, y) \in p_0$ , the following neighbourhood of  $p_0$ :

$$\mathcal{I} = \left\{ f(\cdot, \cdot) \quad \text{such that} \quad f(x, y) = 1 \right\} \cap \mathcal{P} .$$

## 5 Locally compact set of alternatives

The possibility of preserving the dictatorial nature for the Arrow social welfare function in the case of infinitely many agents having infinite alternatives at their disposal has been solved in the previous section. In fact we have proved that it always exists a topology that makes the set of preferences  $\mathcal{P}$  compact and that satisfies the hypothesis (GG).

Until now we did not consider the set  $A$  of alternatives endowed with its own topology that would be considered as a natural topology of  $A$ . Evidently the topology of the pointwise convergence introduced on  $\mathcal{P}$  will not be generally related to the natural topology of  $A$ . These circumstances induce, on the set of the preferences, a concept of continuity of the preferences themselves disconnected from the 'nearness' of the alternatives ( $A$  is supposed to be metrizable). The problem we deal with is that of finding a (Hausdorff) topology on the set  $\mathcal{P}_c$  of the continuous preferences induced by the natural topology of  $A$ . This topology should make  $\mathcal{P}_c$  compact and satisfying the hypothesis (GG). In this way it is guaranteed the (unique) extension by continuity of the function of state  $f$  to the Stone-Cech compactification of  $V$  and the existence of the invisible dictator.

We first state some definitions and results that will be used later.

**Proposition 12** *If  $p$  is a preference on  $A$ , then the relation  $q$ , as defined by :*

$$(x, y) \in q \iff (x, y) \in p \quad \text{or} \quad (x, y) \notin p \quad \text{and} \quad (y, x) \notin p,$$

*is reflexive (  $(x, x) \in q \quad \forall x \in A$  ), transitive (  $(x, y) \in q \quad \text{and} \quad (y, z) \in q \Rightarrow (x, z) \in q \quad \forall x, y, z \in A$  ) and connected (  $x \neq y \Rightarrow (x, y) \in q \quad \text{or} \quad (y, x) \in q$  ).*

PROOF: See [3, Proposition (1.1.7)] .

□

**Definition 13** *Any reflexive, transitive and connected binary relation is called a total preorder. We indicate by  $\mathcal{Q}$  the set of the all total preorders on  $A$ .*

**Proposition 14** *If  $q$  is a total preorder on  $A$ , then  $p$  as defined by the condition:*

$$(x, y) \in p \iff (x, y) \in q \quad \text{and} \quad (y, x) \notin q$$

*is a preference on  $A$ .*

PROOF: See [3, Proposition (1.1.7)].

□

**Remark 15** Propositions 12 and 14 establish a one to one correspondence between the sets  $\mathcal{P}$  and  $\mathcal{Q}$ . Therefore, from now on, we denote by  $\tilde{\mathcal{P}}$  the set  $\mathcal{Q}$  and by  $\tilde{p}$  and  $p$  the corresponding elements in  $\tilde{\mathcal{P}}$  and  $\mathcal{P}$ .

**Definition 16** *Let  $(A, \tau)$  be a topological space and let  $\tilde{p} \in \tilde{\mathcal{P}}$  a total preorder on  $A$ ;  $\tilde{p}$  is continuous with respect to the topology  $\tau$  if the sets*

$$\{y \in A : (y, x) \in \tilde{p}\} \quad \text{and} \quad \{y \in A : (x, y) \in \tilde{p}\}$$

*are closed for any  $x \in A$ .*

*In that case the preference  $p$  associated with  $\tilde{p}$  will be also said to be continuous.*

**Proposition 17**  *$\tilde{p}$  is continuous if and only if  $\tilde{p}$  (respectively  $p$ ) is a closed (respectively open) subset of the product  $A \times A$ .*

PROOF: See [3, Proposition (1.6.2)]. □

We have determined the correspondence between  $\mathcal{P}$  and  $\tilde{\mathcal{P}}$ , now we can concentrate on the space  $\tilde{\mathcal{P}}$ . We will prove that if  $(A, \tau)$  is a locally compact space (of alternatives), it is possible to build a topology on the set  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  of the total continuous preorders (with respect to  $\tau$ ) that makes  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  compact and that satisfies the hypothesis (GG).

Afterwards the properties of the topology that we will define on  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  will be transferred to the space of the continuous preferences endowed with the topology that can be obtained from the topology of  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  by means of the correspondence that identifies the elements of  $\mathcal{P}$  and  $\tilde{\mathcal{P}}$  (the open sets in  $\mathcal{P}_c$  corresponds to the open sets in  $\tilde{\mathcal{P}}_c$ ).

As usual the compactness guarantees the existence of the extension by continuity of the function of state on the Stone-Cech compactification  $\tilde{V}$  of the set of agents. The uniqueness of the extension follows because  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  (and then  $\mathcal{P}_c$ ) is Hausdorff, while the hypothesis (GG) assures the existence of the invisible dictatorship.

Let  $A$  be a locally compact metric space. We denote by  $(X, \rho)$  the locally compact metric space  $A \times A$ . Let us denote by  $\mathcal{F}(X)$  the set of all closed subsets of  $X$ .

Since the set  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  of the total continuous preorders on  $A$  is a subset of  $\mathcal{F}(X)$ , assigning a topology on  $\mathcal{F}(X)$ , automatically makes  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  a topological space.

For any compact  $K$  of  $X$  and for any finite family  $\mathcal{G}$  of non-empty open subsets of  $X$ , we define the sets

$$[K; \mathcal{G}] \equiv \{S \in \mathcal{F}(X) : S \cap K = \emptyset \text{ e } S \cap G \neq \emptyset \quad \forall G \in \mathcal{G}\}$$

which form a base for a topology on  $\mathcal{F}(X)$  that we will indicate by  $\tau_c$ . Such a topology is called the topology of the closed convergence.

**Proposition 18**

i)  $\tau_c$  is Hausdorff.

ii)  $(\mathcal{F}(X), \tau_c)$  is a compact metrizable space.

PROOF: It comes from [3, Lemma (8.2.7) and Theorem (8.2.8)]. □

If we consider the restriction of the closed convergence topology to the set  $\tilde{\mathcal{P}}_c$ , it is a Hausdorff topological space and, being a subset of a compact space, it is enough to prove that it is closed to obtain its compactness.

**Theorem 19**

- i)  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  is compact with respect to the topology  $\tau_c$ .  
 ii)  $\tau_c$  verifies the condition (GG).

PROOF:

- i) In order to demonstrate that  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  is closed with respect to  $\tau_c$  we consider a sequence  $(\tilde{p}_n)_{n \in \mathbb{N}}$  of elements of  $\tilde{\mathcal{P}}_c$  convergent to a part  $S$  of  $\mathcal{F}(X)$  and prove that  $S \in \tilde{\mathcal{P}}_c$ . To this aim, let us observe that  $S$  is also  $\text{Lim}_n \tilde{p}_n = \text{Li}_n \tilde{p}_n = \text{Ls}_n \tilde{p}_n$  (see [3, (8.2.9)]) and hence for any  $x \in A$  and  $n \in \mathbb{N}$  we have that from reflexivity of  $\tilde{p}_n$  it follows that  $(x, x) \in \tilde{p}_n$  and then  $(x, x) \in S$ .

In order to show that  $S \in \tilde{\mathcal{P}}_c$ , it is sufficient to prove that  $A^2 - S$  is a preference on  $A$ : since  $S$  is reflexive,  $A^2 - S$  is irreflexive, so finally we just need to prove that  $A^2 - S$  is transitive.

Let  $(x, y) \in A^2 - S$  and  $(y, z) \in A^2 - S$ . We assume by contradiction that  $(x, z) \notin A^2 - S$  and hence that  $(x, z) \in S$ . Then  $(x, z)$  is a limit of a sequence  $(x_n, z_n)_n$  with  $(x_n, z_n) \in \tilde{p}_n$ . Let us consider the sequence  $(y, x_n)$  and show that

$$(*) \quad (y, x_n) \in p_n \quad \text{definitively} .$$

This follows from the fact that if  $(y, x_n) \notin p_n$  for infinitely many value of  $n$ , then there exists a subsequence  $(y, x_{n_k})$  of  $(y, x_n)$  with

$$(y, x_{n_k}) \notin p_{n_k} \quad \forall k .$$

This entails, by definition of  $p_{n_k}$ , that  $(x_{n_k}, y) \in \tilde{p}_{n_k} \forall k$  and, then,  $(x, y) \in \text{Lim}_k \tilde{p}_{n_k} = S$  that contradicts  $(x, y) \in A^2 - S$ .

In the same way we prove that

$$(**) \quad (z_n, y) \in p_n \quad \text{definitively}$$

and therefore from  $(*)$  and  $(**)$ , by the transitivity of  $p_n$ , it follows that

$$(z_n, x_n) \in p_n \quad \text{definitively}$$

that contradicts  $(x_n, z_n) \in \tilde{p}_n$ .

- ii) We will prove now that the topology  $\tau_c$  verifies the condition (GG).

Let  $(x, y)$  be in  $p_0 \in \mathcal{P}_c$ . We suppose by contradiction that any neighbourhood  $\mathcal{I}$  of  $p_0$  contains a preference  $p$  such that  $(x, y) \notin p$ .

Thus there exists a sequence of preferences  $p_n$  which converges to  $p_0$  with  $(x, y) \notin p_n$  for any  $n$ , or equivalently it holds that  $(x, y) \in A^2 - p_n$  for any  $n$ . This implies that  $(x, y) \in A^2 - p_0$  which contradicts  $(x, y) \in p_0$ .

□

## References

- [1] K.J. Arrow, Social choice and individuals values. Wiley, New York, (1963).
- [2] R.J. Aumann: Markets with a Continuum of Traders. *Econometrica*, **32**, 39–50 (1964).
- [3] D.S. Bridges - G.B. Metha, Representations of Preference Orderings. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, **422** (1995).
- [4] P.C. Fishburn, Arrow's impossibility theorem: Concise proof and infinite voters. *Journal of Economic Theory*, **2**, 103-106, (1970).
- [5] F. Grafe - J. Grafe, On Arrow-type impossibility theorems with infinite individuals and infinite alternatives, *Economics Letters*, **11**, 75-79, (1983).
- [6] A.P. Kirman - D. Sondermann, Arrow's theorem, many agents and invisible dictators. *Journal of Economic Theory*, **5**, 267-277, (1972).

# **L'Osservatorio Meteorologico di *S. Marcellino* - Napoli Centro: i dati dell'anno 2008**

Nota di A. Mazzearella, R. Di Cristo, R. Viola

Presentata dal Socio A. Giuditta  
(Adunanza del gennaio 2009)

Osservatorio Meteorologico  
Dipartimento di Scienze della Terra  
Largo San Marcellino, 10 – 80138 NAPOLI  
Università degli Studi di Napoli *Federico II*  
Tel. 081.2538347 Fax 081.5522756  
e-mail: [adriano.mazzearella@unina.it](mailto:adriano.mazzearella@unina.it)

**INDICE DELLE SEZIONI**

|                                                                  | Pag. |
|------------------------------------------------------------------|------|
| <i>L'Osservatorio Meteorologico della Federico II</i>            | 155  |
| <i>Rapporto Meteorologico per l'anno 2008</i>                    | 156  |
| <i>Legenda</i>                                                   | 157  |
| <i>Medie orarie</i>                                              |      |
| <i>Gennaio</i>                                                   | 158  |
| <i>Febbraio</i>                                                  | 159  |
| <i>Marzo</i>                                                     | 160  |
| <i>Aprile</i>                                                    | 161  |
| <i>Maggio</i>                                                    | 162  |
| <i>Giugno</i>                                                    | 163  |
| <i>Luglio</i>                                                    | 164  |
| <i>Agosto</i>                                                    | 165  |
| <i>Settembre</i>                                                 | 166  |
| <i>Ottobre</i>                                                   | 167  |
| <i>Novembre</i>                                                  | 168  |
| <i>Dicembre</i>                                                  | 169  |
| <i>Medie giornaliere</i>                                         |      |
| <i>Gennaio</i>                                                   | 170  |
| <i>Febbraio</i>                                                  | 172  |
| <i>Marzo</i>                                                     | 174  |
| <i>Aprile</i>                                                    | 176  |
| <i>Maggio</i>                                                    | 178  |
| <i>Giugno</i>                                                    | 180  |
| <i>Luglio</i>                                                    | 182  |
| <i>Agosto</i>                                                    | 184  |
| <i>Settembre</i>                                                 | 186  |
| <i>Ottobre</i>                                                   | 188  |
| <i>Novembre</i>                                                  | 190  |
| <i>Dicembre</i>                                                  | 192  |
| <i>Medie mensili</i>                                             | 194  |
| <i>Riepilogo mensile delle precipitazioni, delle Tmin e Tmax</i> | 196  |

**L'Osservatorio Meteorologico di  
"San Marcellino"  
dell'Università degli Studi di Napoli *Federico II***

I dati meteo sono attualmente rilevati da una centralina automatica sita sulla torretta dell'edificio di S. Marcellino (lat. 40°50' 48" N; long. 14°15'31" E; quota 50 m slm), sede attuale del Dipartimento di Scienze della Terra, a meno di 50 m dall'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche della Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli.

La stazione gestisce i seguenti sensori SIAP+MICROS :

- temperatura dell'aria (°C)
- pressione atmosferica (hPa)
- umidità relativa (%)
- velocità del vento (m/s)
- direzione del vento (°Nord)
- precipitazione (mm)
- radiazione solare globale (W/m<sup>2</sup>)
- radiazione UVb (W/m<sup>2</sup>)

I dati sono acquisiti con cadenza di 10 minuti ed i valori, fatta eccezione per la pioggia che viene registrata come cumulata, sono quelli istantanei; i dati giornalieri di radiazione globale ed UVb sono mediati sull'intero arco delle 24 ore.

A partire da quest'anno sono stati analizzati anche i dati giornalieri della temperatura del mare (°C) misurati nel golfo di Napoli (lat. 40°50'23"; long. 14° 16'09") presso il molo del Carmine, gentilmente forniti dall'Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale (ISPRA).

E' possibile accedere via web alla consultazione dei dati rilevati in tempo reale all'indirizzo:

**<http://www.meteo.unina.it>**

## RAPPORTO METEOROLOGICO DELL'ANNO 2008

Il bollettino è così organizzato:

- Una catalogazione dei dati e dei relativi grafici a livello orario, nell'arco delle 24 ore, per ogni mese, con l'indicazione dei valori estremi registrati e, a livello giornaliero e mensile, nell'arco dei 12 mesi.
- Un'analisi mensile di tutti i parametri meteo relativa all'anno in corso.
- La direzione del vento è calcolata come moda sia a scala di 10 minuti per i grafici orari che a scala giornaliera per i grafici mensili. E' considerata variabile (var.) quando la direzione non è stata registrata su uno stesso quadrante per più di 8 ore.

Dall'analisi di tutti i parametri meteo dell'anno 2008 emerge quanto segue:

- La pressione atmosferica media mensile oscilla fra 1003.8 hPa di marzo e 1021.1 hPa di febbraio, con una media annua di 1010.9 hPa, con un minimo assoluto di 986.8 hPa registrato il 23 marzo alle ore 10.10 e con un massimo assoluto di 1035.7 hPa registrato il 17 febbraio alle ore 10.20.
- La temperatura dell'aria media mensile oscilla fra 11.2°C di febbraio e 26.7°C di agosto, con una media annua di 18.3°C, con un minimo assoluto di 1.7°C registrato il 17 febbraio alle ore 7.10 e con un massimo assoluto di 34.2°C registrato il 3 agosto alle ore 16.00.
- L'umidità relativa media mensile oscilla fra 62.0% di settembre ed il 77.9% di marzo, con una media annua di 67.5, con un minimo assoluto di 22.6% registrato il 3 maggio alle ore 17.50 e con un massimo assoluto di 94.3% registrato il 7 gennaio alle ore 13.20.
- La radiazione solare globale media mensile oscilla fra 82.2 W/m<sup>2</sup> di novembre e 306.5 W/m<sup>2</sup> di luglio, con una media annua di 192.3 W/m<sup>2</sup> e con un massimo assoluto di 1106.1 W/m<sup>2</sup> registrato il 12 giugno alle ore 11.00.
- La radiazione solare UVb media mensile oscilla fra 0.082 W/m<sup>2</sup> di gennaio e 0.509 W/m<sup>2</sup> di luglio, con una media annua di 0.278 W/m<sup>2</sup> e con un massimo assoluto di 2.580 W/m<sup>2</sup> registrato il 6 giugno alle ore 11.50.
- L'intensità media mensile del vento oscilla tra 1.2 m/s di ottobre e 1.9 m/s di aprile, con una media annua di 1.7 m/s e con la raffica più intensa di 44.9 m/s registrata il 12 gennaio alle ore 17.40.
- La direzione del vento presenta una moda di 0° (da Nord) nei mesi di aprile e maggio e di 180° (da Sud) nei mesi di gennaio, febbraio, marzo, giugno, luglio, agosto, settembre, ottobre, novembre e dicembre.
- La pioggia presenta un valore cumulato annuale di 959.4 mm, con un massimo mensile di 176.2 mm a novembre e con il giorno più piovoso registrato l'8 giugno con 52.8 mm.
- la temperatura del mare media mensile oscilla fra 14.2°C di gennaio e 25.5°C di agosto con una media annua di 19.1°C

## Legenda:

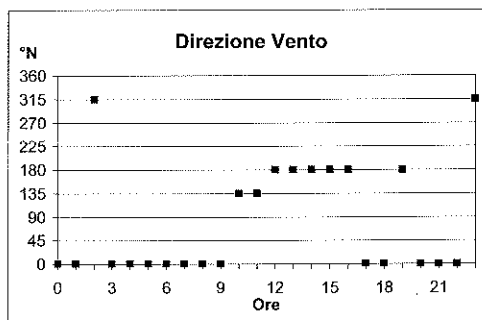
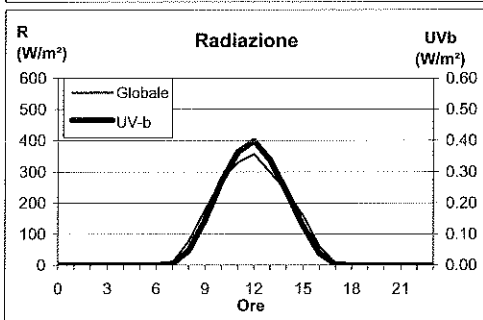
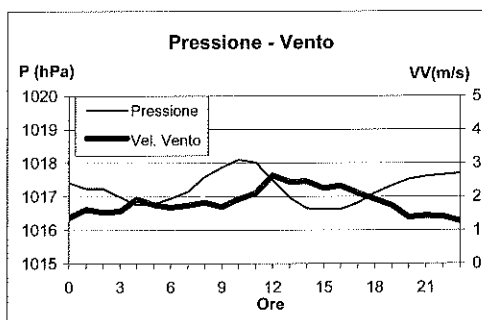
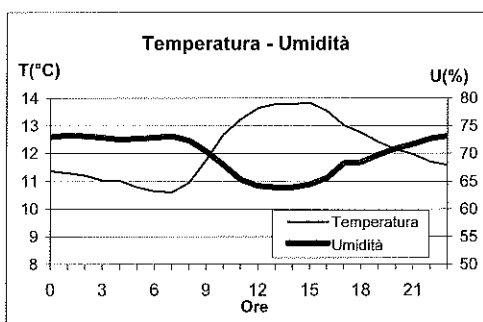
|                   |                                                       |
|-------------------|-------------------------------------------------------|
| VV                | = velocità del vento (m/s)                            |
| DV                | = direzione di provenienza del vento (°N)             |
| T                 | = temperatura (°C)                                    |
| P                 | = pressione atmosferica (hPa)                         |
| U                 | = umidità relativa (%)                                |
| R                 | = radiazione solare totale ( $\text{W/m}^2$ )         |
| Pg                | = pioggia giornaliera (mm)                            |
| UVb               | = radiazione ultravioletta ( $\text{W/m}^2$ )         |
| Tmax              | = temperatura massima (°C)                            |
| Tmin              | = temperatura minima (°C)                             |
| Pmax              | = pressione atmosferica massima (hPa)                 |
| Pmin              | = pressione atmosferica minima (hPa)                  |
| Rmax              | = radiazione solare totale massima ( $\text{W/m}^2$ ) |
| Umax              | = umidità relativa massima (%)                        |
| Umin              | = umidità relativa minima (%)                         |
| VVmax             | = velocità massima del vento (m/s)                    |
| UVb max           | = radiazione ultravioletta massima ( $\text{W/m}^2$ ) |
| T <sub>mare</sub> | = temperatura del mare                                |
| var.              | = direzione variabile del vento                       |

N.B. L'assenza del dato indica sensore fuori uso

**GENNAIO 2008**

(medie orarie)

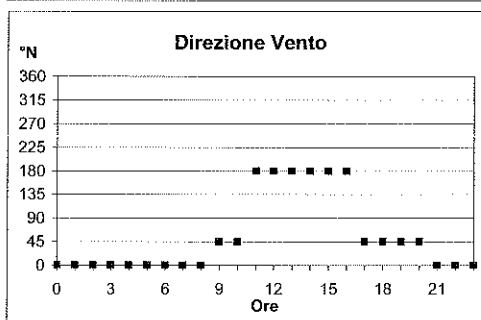
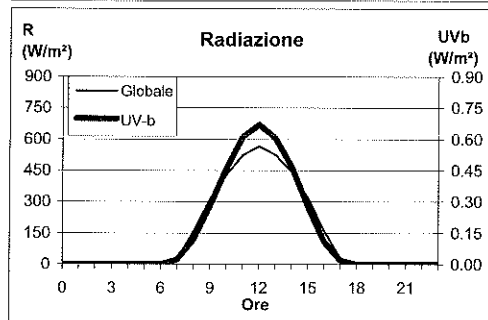
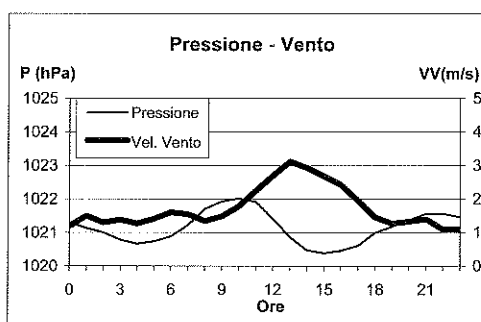
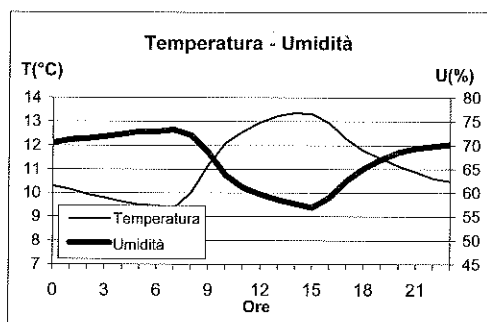
| Or | T(°C) | U(%) | R (W/m²) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m²) | P(hPa) |
|----|-------|------|----------|--------|---------|------------|--------|
| 0  | 11.4  | 73.0 | 5.3      | 0.0    | 1.4     | 0.000      | 1017.4 |
| 1  | 11.3  | 73.4 | 5.3      | 0.0    | 1.6     | 0.000      | 1017.2 |
| 2  | 11.2  | 73.2 | 5.3      | 315.0  | 1.5     | 0.000      | 1017.2 |
| 3  | 11.0  | 72.9 | 5.3      | 0.0    | 1.6     | 0.000      | 1017.0 |
| 4  | 11.0  | 72.5 | 5.3      | 0.0    | 1.9     | 0.000      | 1016.8 |
| 5  | 10.8  | 72.7 | 5.3      | 0.0    | 1.8     | 0.000      | 1016.8 |
| 6  | 10.6  | 72.9 | 5.4      | 0.0    | 1.7     | 0.000      | 1016.9 |
| 7  | 10.6  | 73.2 | 8.0      | 0.0    | 1.7     | 0.004      | 1017.1 |
| 8  | 10.9  | 72.4 | 75.3     | 0.0    | 1.8     | 0.046      | 1017.6 |
| 9  | 11.8  | 70.4 | 178.5    | 0.0    | 1.7     | 0.145      | 1017.9 |
| 10 | 12.7  | 68.0 | 274.6    | 135.0  | 1.9     | 0.269      | 1018.1 |
| 11 | 13.2  | 65.3 | 329.5    | 135.0  | 2.1     | 0.362      | 1018.0 |
| 12 | 13.6  | 64.1 | 355.4    | 180.0  | 2.6     | 0.399      | 1017.5 |
| 13 | 13.8  | 63.9 | 297.9    | 180.0  | 2.4     | 0.337      | 1017.0 |
| 14 | 13.8  | 63.9 | 237.4    | 180.0  | 2.5     | 0.236      | 1016.7 |
| 15 | 13.8  | 64.4 | 159.8    | 180.0  | 2.2     | 0.126      | 1016.6 |
| 16 | 13.5  | 65.6 | 61.3     | 180.0  | 2.3     | 0.038      | 1016.6 |
| 17 | 13.0  | 68.2 | 6.1      | 0.0    | 2.1     | 0.003      | 1016.8 |
| 18 | 12.8  | 68.5 | 5.4      | 0.0    | 1.9     | 0.000      | 1017.1 |
| 19 | 12.4  | 69.7 | 5.4      | 180.0  | 1.7     | 0.000      | 1017.3 |
| 20 | 12.1  | 71.0 | 5.3      | 0.0    | 1.4     | 0.000      | 1017.5 |
| 21 | 12.0  | 71.8 | 5.3      | 0.0    | 1.4     | 0.000      | 1017.6 |
| 22 | 11.7  | 72.7 | 5.3      | 0.0    | 1.4     | 0.000      | 1017.6 |
| 23 | 11.6  | 73.2 | 5.3      | 315.0  | 1.3     | 0.000      | 1017.7 |



## FEBBRAIO 2008

(medie orarie)

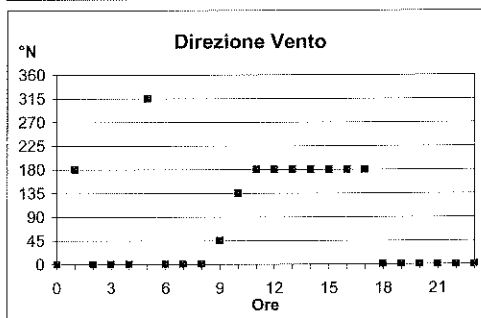
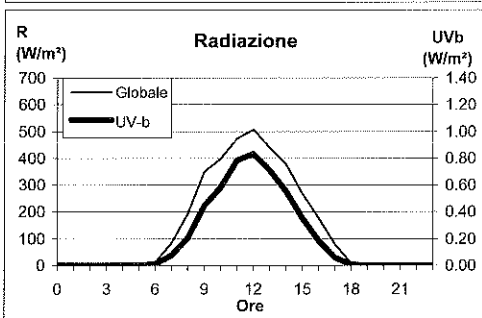
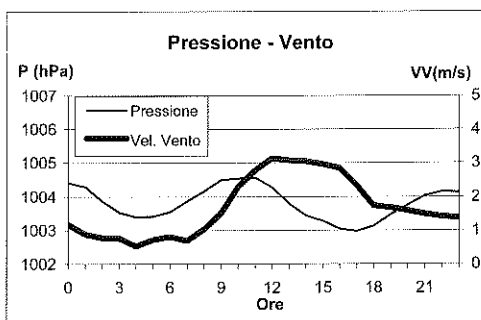
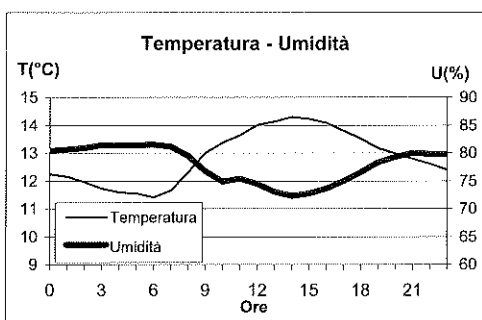
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 10.3  | 70.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.2     | 0.000                   | 1021.3 |
| 1   | 10.1  | 71.2 | 5.4                   | 0.0    | 1.5     | 0.000                   | 1021.1 |
| 2   | 9.9   | 71.4 | 5.3                   | 0.0    | 1.3     | 0.000                   | 1021.0 |
| 3   | 9.8   | 71.9 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.000                   | 1020.8 |
| 4   | 9.6   | 72.4 | 5.3                   | 0.0    | 1.3     | 0.000                   | 1020.7 |
| 5   | 9.5   | 72.9 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.000                   | 1020.7 |
| 6   | 9.5   | 72.8 | 5.3                   | 0.0    | 1.6     | 0.000                   | 1020.9 |
| 7   | 9.4   | 73.2 | 22.4                  | 0.0    | 1.5     | 0.021                   | 1021.2 |
| 8   | 10.0  | 72.2 | 154.0                 | 0.0    | 1.3     | 0.116                   | 1021.7 |
| 9   | 11.2  | 68.5 | 311.7                 | 45.0   | 1.5     | 0.281                   | 1021.9 |
| 10  | 12.1  | 63.8 | 428.8                 | 45.0   | 1.8     | 0.460                   | 1022.0 |
| 11  | 12.6  | 61.2 | 523.1                 | 180.0  | 2.3     | 0.611                   | 1021.9 |
| 12  | 13.0  | 59.7 | 565.7                 | 180.0  | 2.7     | 0.670                   | 1021.4 |
| 13  | 13.2  | 58.6 | 525.7                 | 180.0  | 3.1     | 0.606                   | 1020.8 |
| 14  | 13.4  | 57.8 | 444.5                 | 180.0  | 2.9     | 0.472                   | 1020.5 |
| 15  | 13.3  | 56.9 | 318.0                 | 180.0  | 2.7     | 0.278                   | 1020.4 |
| 16  | 12.9  | 58.9 | 160.4                 | 180.0  | 2.4     | 0.109                   | 1020.5 |
| 17  | 12.3  | 62.5 | 30.7                  | 45.0   | 1.9     | 0.019                   | 1020.6 |
| 18  | 11.8  | 65.1 | 5.3                   | 45.0   | 1.5     | 0.000                   | 1021.0 |
| 19  | 11.4  | 67.0 | 5.3                   | 45.0   | 1.3     | 0.000                   | 1021.2 |
| 20  | 11.1  | 68.5 | 5.3                   | 45.0   | 1.3     | 0.000                   | 1021.4 |
| 21  | 10.9  | 69.3 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.000                   | 1021.6 |
| 22  | 10.6  | 69.8 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1021.6 |
| 23  | 10.5  | 70.2 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1021.5 |



**MARZO 2008**

(medie orarie)

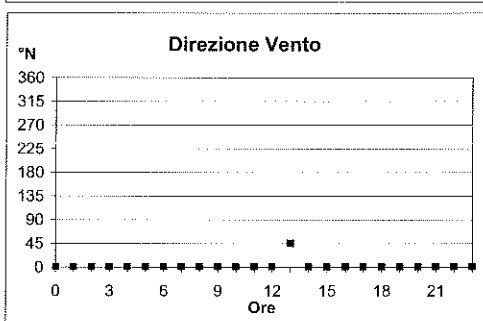
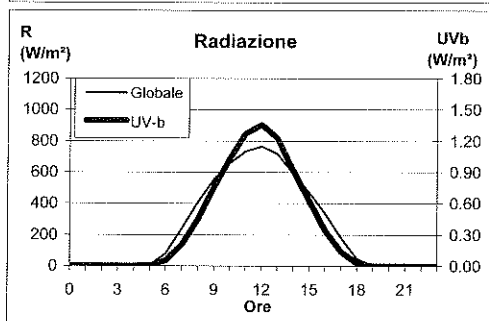
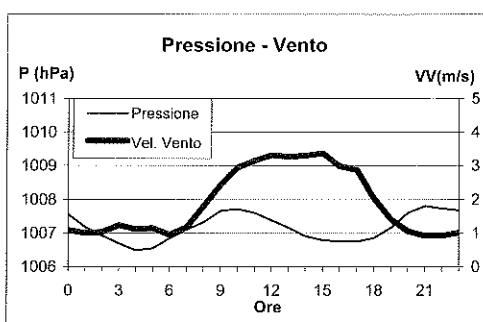
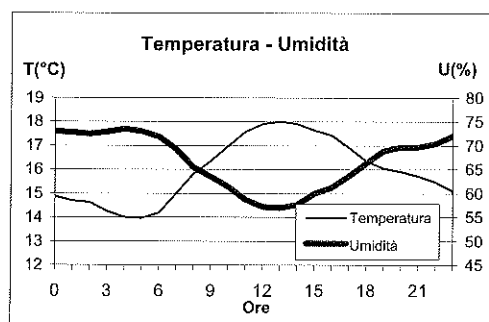
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 12.2  | 80.3 | 5.3                   | 0.0    | 1.2     | 0.000                   | 1004.4 |
| 1   | 12.1  | 80.6 | 5.3                   | 180.0  | 0.9     | 0.000                   | 1004.3 |
| 2   | 12.0  | 80.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1003.9 |
| 3   | 11.7  | 81.4 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1003.5 |
| 4   | 11.6  | 81.4 | 5.3                   | 0.0    | 0.5     | 0.000                   | 1003.4 |
| 5   | 11.6  | 81.4 | 5.3                   | 315.0  | 0.7     | 0.000                   | 1003.4 |
| 6   | 11.4  | 81.5 | 10.8                  | 0.0    | 0.8     | 0.010                   | 1003.5 |
| 7   | 11.7  | 81.1 | 83.4                  | 0.0    | 0.7     | 0.074                   | 1003.9 |
| 8   | 12.3  | 79.5 | 191.2                 | 0.0    | 1.0     | 0.202                   | 1004.2 |
| 9   | 13.0  | 76.7 | 349.8                 | 45.0   | 1.5     | 0.445                   | 1004.5 |
| 10  | 13.4  | 74.8 | 398.8                 | 135.0  | 2.3     | 0.580                   | 1004.5 |
| 11  | 13.6  | 75.4 | 473.4                 | 180.0  | 2.8     | 0.785                   | 1004.6 |
| 12  | 14.0  | 74.4 | 506.1                 | 180.0  | 3.1     | 0.834                   | 1004.3 |
| 13  | 14.1  | 73.0 | 440.3                 | 180.0  | 3.1     | 0.711                   | 1003.8 |
| 14  | 14.3  | 72.3 | 378.6                 | 180.0  | 3.1     | 0.557                   | 1003.4 |
| 15  | 14.2  | 72.7 | 267.2                 | 180.0  | 3.0     | 0.355                   | 1003.3 |
| 16  | 14.1  | 73.6 | 177.7                 | 180.0  | 2.9     | 0.185                   | 1003.0 |
| 17  | 13.8  | 75.0 | 80.0                  | 180.0  | 2.3     | 0.057                   | 1003.0 |
| 18  | 13.5  | 76.5 | 8.5                   | 0.0    | 1.7     | 0.006                   | 1003.1 |
| 19  | 13.2  | 78.3 | 5.3                   | 0.0    | 1.7     | 0.000                   | 1003.5 |
| 20  | 13.0  | 79.3 | 5.3                   | 0.0    | 1.6     | 0.000                   | 1003.7 |
| 21  | 12.8  | 80.0 | 5.3                   | 0.0    | 1.5     | 0.000                   | 1004.0 |
| 22  | 12.6  | 79.8 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.000                   | 1004.1 |
| 23  | 12.4  | 79.8 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.000                   | 1004.1 |



## APRILE 2008

(medie orarie)

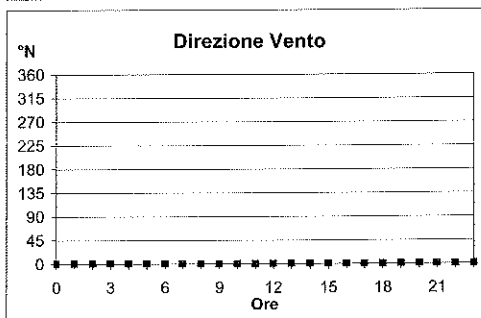
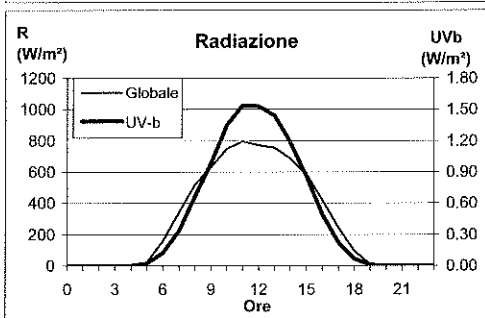
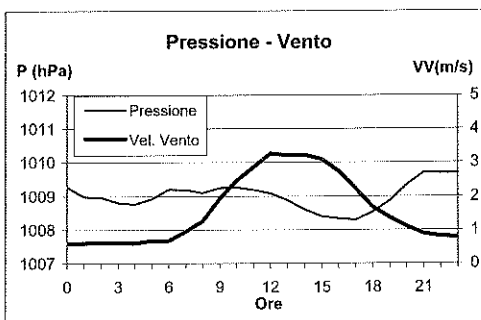
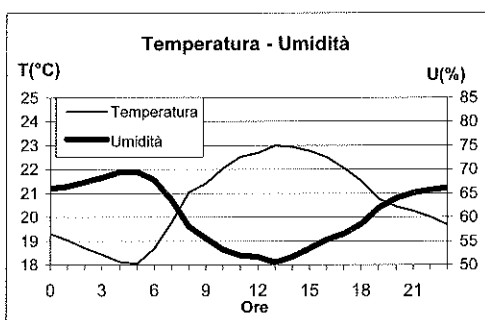
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 14.9  | 72.9 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1007.6 |
| 1   | 14.7  | 72.8 | 5.4                   | 0.0    | 1.0     | 0.000                   | 1007.2 |
| 2   | 14.6  | 72.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.0     | 0.000                   | 1006.9 |
| 3   | 14.3  | 72.9 | 5.5                   | 0.0    | 1.2     | 0.000                   | 1006.7 |
| 4   | 14.0  | 73.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1006.5 |
| 5   | 14.0  | 72.9 | 6.4                   | 0.0    | 1.1     | 0.005                   | 1006.5 |
| 6   | 14.2  | 71.8 | 78.0                  | 0.0    | 1.0     | 0.054                   | 1006.8 |
| 7   | 15.0  | 69.3 | 241.1                 | 0.0    | 1.2     | 0.203                   | 1007.1 |
| 8   | 15.8  | 65.4 | 408.2                 | 0.0    | 1.8     | 0.446                   | 1007.3 |
| 9   | 16.4  | 63.4 | 555.6                 | 0.0    | 2.4     | 0.757                   | 1007.7 |
| 10  | 17.0  | 61.4 | 657.0                 | 0.0    | 3.0     | 1.028                   | 1007.7 |
| 11  | 17.6  | 58.7 | 732.1                 | 0.0    | 3.2     | 1.270                   | 1007.6 |
| 12  | 17.9  | 57.2 | 763.0                 | 0.0    | 3.3     | 1.356                   | 1007.4 |
| 13  | 18.0  | 57.0 | 715.8                 | 45.0   | 3.3     | 1.226                   | 1007.2 |
| 14  | 17.9  | 57.6 | 593.8                 | 0.0    | 3.3     | 0.921                   | 1006.9 |
| 15  | 17.6  | 60.0 | 470.9                 | 0.0    | 3.4     | 0.624                   | 1006.8 |
| 16  | 17.4  | 61.2 | 336.7                 | 0.0    | 3.0     | 0.347                   | 1006.8 |
| 17  | 16.9  | 63.6 | 179.0                 | 0.0    | 2.9     | 0.137                   | 1006.8 |
| 18  | 16.4  | 66.3 | 45.8                  | 0.0    | 2.0     | 0.028                   | 1006.8 |
| 19  | 16.0  | 68.8 | 5.3                   | 0.0    | 1.4     | 0.001                   | 1007.2 |
| 20  | 15.9  | 69.7 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1007.6 |
| 21  | 15.7  | 69.6 | 5.3                   | 0.0    | 0.9     | 0.000                   | 1007.8 |
| 22  | 15.5  | 70.4 | 5.3                   | 0.0    | 0.9     | 0.000                   | 1007.7 |
| 23  | 15.1  | 72.0 | 5.3                   | 0.0    | 1.0     | 0.000                   | 1007.7 |



**MAGGIO 2008**

(medie orarie)

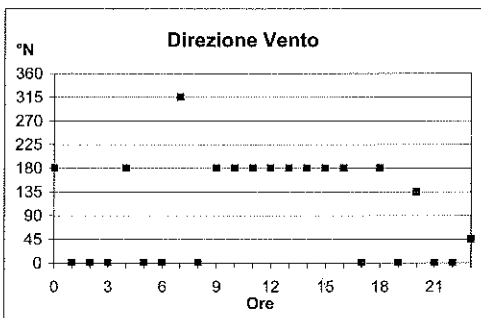
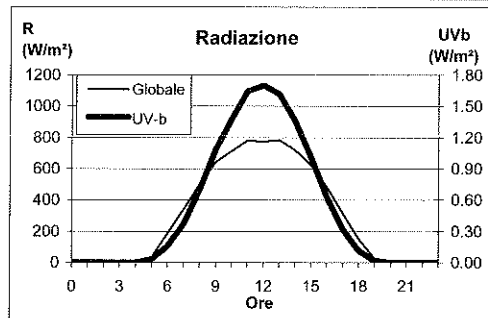
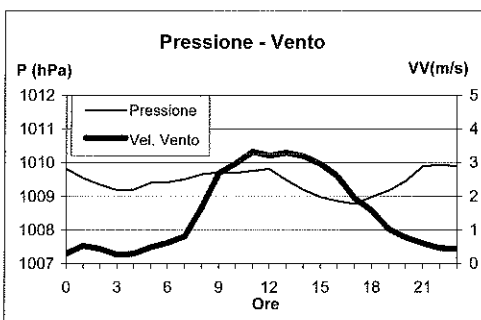
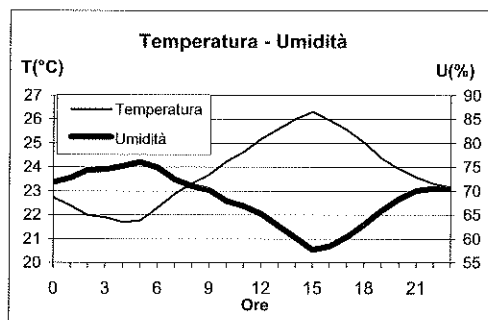
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m²) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m²) | P(hPa) |
|-----|-------|------|----------|--------|---------|------------|--------|
| 0   | 19.3  | 66.0 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1009.3 |
| 1   | 19.0  | 66.4 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1009.0 |
| 2   | 18.7  | 67.3 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1009.0 |
| 3   | 18.4  | 68.3 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1008.8 |
| 4   | 18.1  | 69.4 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1008.8 |
| 5   | 18.0  | 69.6 | 21.7     | 0.0    | 0.7     | 0.023      | 1008.9 |
| 6   | 18.7  | 67.7 | 158.4    | 0.0    | 0.7     | 0.122      | 1009.2 |
| 7   | 19.8  | 63.6 | 344.7    | 0.0    | 0.9     | 0.338      | 1009.2 |
| 8   | 21.0  | 58.1 | 516.9    | 0.0    | 1.3     | 0.663      | 1009.1 |
| 9   | 21.4  | 55.6 | 632.8    | 0.0    | 1.9     | 0.987      | 1009.2 |
| 10  | 22.1  | 53.2 | 747.6    | 0.0    | 2.5     | 1.350      | 1009.3 |
| 11  | 22.5  | 52.0 | 796.7    | 0.0    | 2.9     | 1.541      | 1009.2 |
| 12  | 22.7  | 51.6 | 770.6    | 0.0    | 3.3     | 1.532      | 1009.1 |
| 13  | 23.0  | 50.6 | 755.0    | 0.0    | 3.2     | 1.438      | 1008.9 |
| 14  | 22.9  | 51.6 | 685.0    | 0.0    | 3.2     | 1.183      | 1008.6 |
| 15  | 22.8  | 53.4 | 584.6    | 0.0    | 3.1     | 0.855      | 1008.4 |
| 16  | 22.5  | 55.3 | 419.6    | 0.0    | 2.7     | 0.494      | 1008.3 |
| 17  | 22.1  | 56.5 | 244.7    | 0.0    | 2.2     | 0.224      | 1008.3 |
| 18  | 21.5  | 58.6 | 96.3     | 0.0    | 1.7     | 0.068      | 1008.5 |
| 19  | 20.8  | 61.9 | 10.0     | 0.0    | 1.4     | 0.008      | 1008.9 |
| 20  | 20.4  | 63.9 | 5.3      | 0.0    | 1.1     | 0.000      | 1009.3 |
| 21  | 20.3  | 65.0 | 5.3      | 0.0    | 0.9     | 0.000      | 1009.7 |
| 22  | 20.0  | 65.7 | 5.3      | 0.0    | 0.8     | 0.000      | 1009.7 |
| 23  | 19.7  | 66.2 | 5.3      | 0.0    | 0.8     | 0.000      | 1009.7 |



## GIUGNO 2008

(medie orarie)

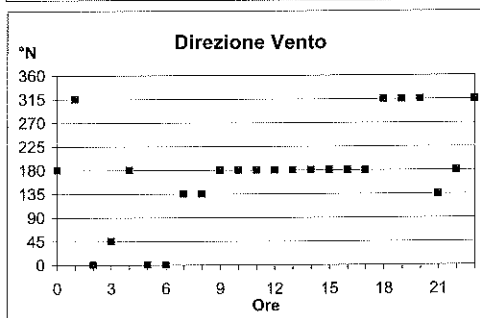
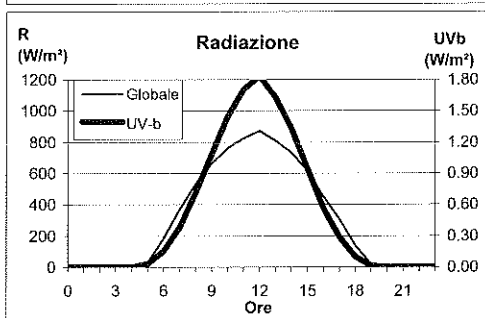
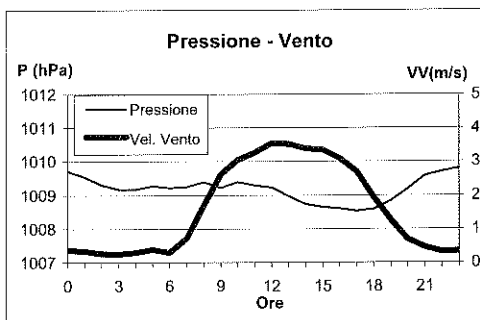
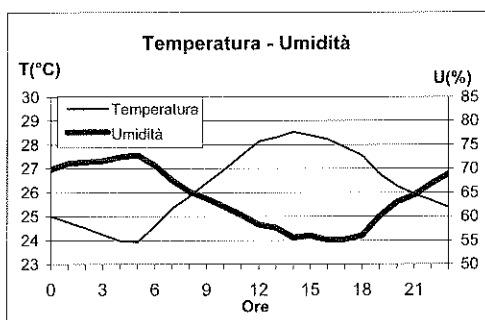
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m²) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m²) | P(hPa) |
|-----|-------|------|----------|--------|---------|------------|--------|
| 0   | 22.7  | 71.9 | 5.3      | 180.0  | 0.3     | 0.000      | 1009.8 |
| 1   | 22.4  | 72.8 | 5.4      | 0.0    | 0.5     | 0.000      | 1009.5 |
| 2   | 22.0  | 74.4 | 5.3      | 0.0    | 0.4     | 0.000      | 1009.4 |
| 3   | 21.9  | 74.5 | 5.3      | 0.0    | 0.3     | 0.000      | 1009.2 |
| 4   | 21.7  | 75.3 | 5.3      | 180.0  | 0.3     | 0.002      | 1009.2 |
| 5   | 21.8  | 76.1 | 34.0     | 0.0    | 0.5     | 0.035      | 1009.4 |
| 6   | 22.3  | 74.9 | 186.1    | 0.0    | 0.6     | 0.155      | 1009.4 |
| 7   | 22.9  | 72.5 | 340.7    | 315.0  | 0.8     | 0.371      | 1009.5 |
| 8   | 23.3  | 71.0 | 499.6    | 0.0    | 1.7     | 0.694      | 1009.7 |
| 9   | 23.7  | 70.1 | 645.2    | 180.0  | 2.7     | 1.092      | 1009.7 |
| 10  | 24.2  | 67.9 | 712.7    | 180.0  | 3.0     | 1.379      | 1009.7 |
| 11  | 24.6  | 66.9 | 780.5    | 180.0  | 3.3     | 1.645      | 1009.8 |
| 12  | 25.2  | 65.2 | 775.0    | 180.0  | 3.2     | 1.702      | 1009.8 |
| 13  | 25.6  | 62.7 | 782.8    | 180.0  | 3.3     | 1.615      | 1009.5 |
| 14  | 26.0  | 60.3 | 720.7    | 180.0  | 3.2     | 1.359      | 1009.2 |
| 15  | 26.3  | 57.7 | 622.7    | 180.0  | 3.0     | 1.009      | 1009.0 |
| 16  | 25.9  | 58.4 | 483.8    | 180.0  | 2.6     | 0.628      | 1008.9 |
| 17  | 25.6  | 60.4 | 312.4    | 0.0    | 1.9     | 0.318      | 1008.8 |
| 18  | 25.0  | 63.0 | 153.1    | 180.0  | 1.6     | 0.114      | 1009.0 |
| 19  | 24.4  | 65.8 | 27.5     | 0.0    | 1.0     | 0.021      | 1009.2 |
| 20  | 23.9  | 68.3 | 5.3      | 135.0  | 0.8     | 0.000      | 1009.4 |
| 21  | 23.6  | 70.1 | 5.3      | 0.0    | 0.6     | 0.000      | 1009.9 |
| 22  | 23.3  | 70.5 | 5.3      | 0.0    | 0.4     | 0.000      | 1009.9 |
| 23  | 23.2  | 70.5 | 5.3      | 45.0   | 0.4     | 0.000      | 1009.9 |



## LUGLIO 2008

(medie orarie)

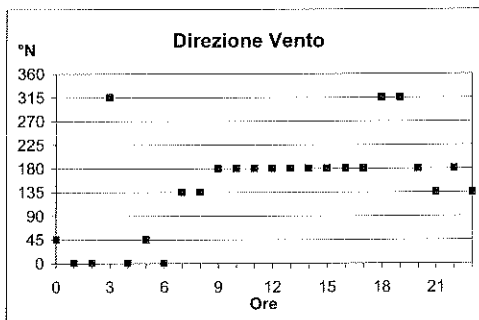
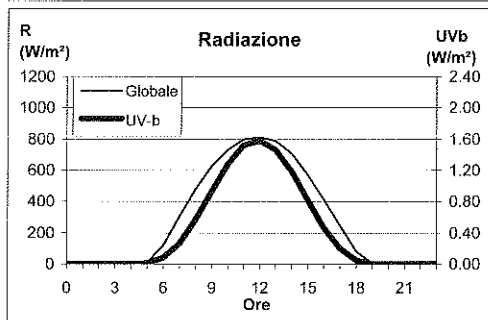
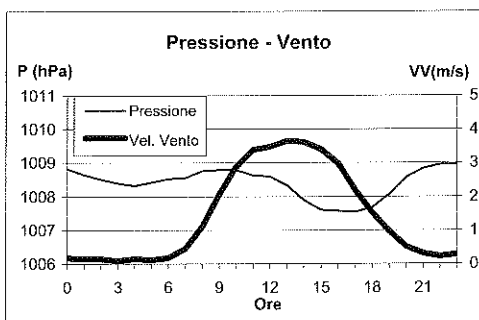
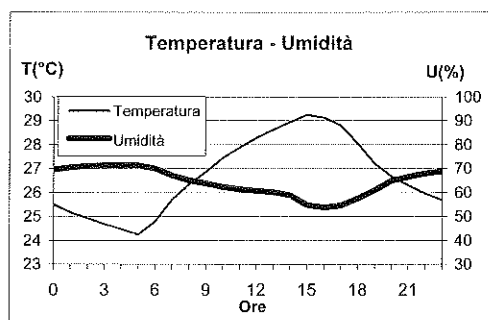
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m²) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m²) | P(hPa) |
|-----|-------|------|----------|--------|---------|------------|--------|
| 0   | 25.0  | 69.8 | 5.3      | 180.0  | 0.4     | 0.000      | 1009.7 |
| 1   | 24.8  | 71.1 | 5.3      | 315.0  | 0.3     | 0.000      | 1009.5 |
| 2   | 24.5  | 71.4 | 5.3      | 0.0    | 0.3     | 0.000      | 1009.3 |
| 3   | 24.2  | 71.5 | 5.3      | 45.0   | 0.3     | 0.000      | 1009.2 |
| 4   | 24.0  | 72.4 | 5.3      | 180.0  | 0.3     | 0.001      | 1009.2 |
| 5   | 23.9  | 72.9 | 28.1     | 0.0    | 0.4     | 0.031      | 1009.3 |
| 6   | 24.6  | 70.7 | 182.5    | 0.0    | 0.3     | 0.150      | 1009.2 |
| 7   | 25.3  | 67.6 | 371.5    | 135.0  | 0.7     | 0.382      | 1009.2 |
| 8   | 25.8  | 65.1 | 530.2    | 135.0  | 1.7     | 0.709      | 1009.4 |
| 9   | 26.4  | 63.7 | 661.7    | 180.0  | 2.6     | 1.083      | 1009.2 |
| 10  | 26.9  | 62.1 | 759.9    | 180.0  | 3.0     | 1.444      | 1009.4 |
| 11  | 27.5  | 60.3 | 825.5    | 180.0  | 3.3     | 1.704      | 1009.3 |
| 12  | 28.1  | 58.3 | 872.5    | 180.0  | 3.5     | 1.834      | 1009.2 |
| 13  | 28.3  | 57.7 | 809.8    | 180.0  | 3.5     | 1.629      | 1009.0 |
| 14  | 28.5  | 55.5 | 732.7    | 180.0  | 3.4     | 1.338      | 1008.7 |
| 15  | 28.4  | 56.0 | 614.8    | 180.0  | 3.3     | 0.949      | 1008.6 |
| 16  | 28.2  | 55.1 | 454.5    | 180.0  | 3.1     | 0.566      | 1008.6 |
| 17  | 27.9  | 55.2 | 307.6    | 180.0  | 2.7     | 0.288      | 1008.5 |
| 18  | 27.5  | 56.0 | 138.3    | 315.0  | 1.9     | 0.098      | 1008.6 |
| 19  | 26.8  | 60.0 | 19.3     | 315.0  | 1.3     | 0.014      | 1008.8 |
| 20  | 26.3  | 63.0 | 5.3      | 315.0  | 0.7     | 0.000      | 1009.2 |
| 21  | 25.9  | 64.4 | 5.3      | 135.0  | 0.5     | 0.000      | 1009.6 |
| 22  | 25.7  | 66.8 | 5.3      | 180.0  | 0.3     | 0.000      | 1009.7 |
| 23  | 25.4  | 68.9 | 5.3      | 315.0  | 0.3     | 0.000      | 1009.8 |



## AGOSTO 2008

(medie orarie)

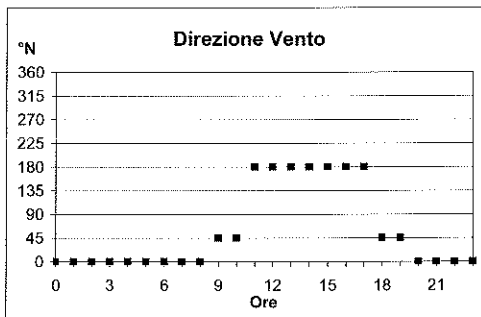
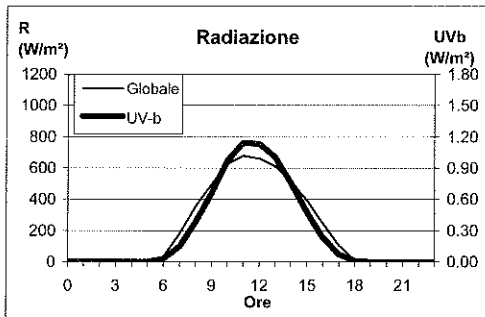
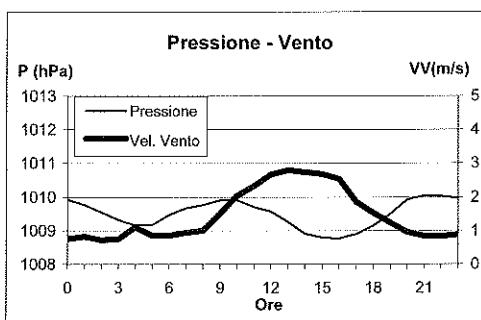
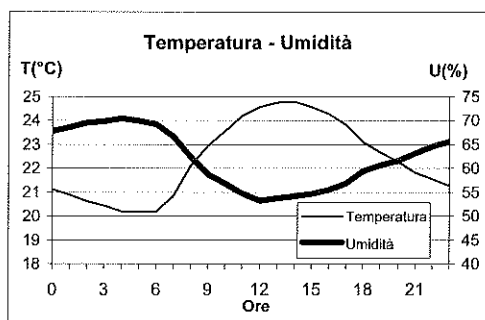
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 25.5  | 69.7 | 5.3                   | 45.0   | 0.2     | 0.000                   | 1008.8 |
| 1   | 25.2  | 70.4 | 5.3                   | 0.0    | 0.2     | 0.000                   | 1008.6 |
| 2   | 24.9  | 71.1 | 5.3                   | 0.0    | 0.1     | 0.000                   | 1008.5 |
| 3   | 24.7  | 71.4 | 5.3                   | 315.0  | 0.1     | 0.000                   | 1008.4 |
| 4   | 24.5  | 71.3 | 5.3                   | 0.0    | 0.2     | 0.000                   | 1008.3 |
| 5   | 24.2  | 71.4 | 8.8                   | 45.0   | 0.1     | 0.010                   | 1008.4 |
| 6   | 24.8  | 70.1 | 121.2                 | 0.0    | 0.2     | 0.083                   | 1008.5 |
| 7   | 25.7  | 67.1 | 307.7                 | 135.0  | 0.4     | 0.268                   | 1008.5 |
| 8   | 26.3  | 65.1 | 481.5                 | 135.0  | 1.1     | 0.566                   | 1008.8 |
| 9   | 26.9  | 63.8 | 628.2                 | 180.0  | 2.1     | 0.935                   | 1008.8 |
| 10  | 27.4  | 62.4 | 734.0                 | 180.0  | 2.9     | 1.284                   | 1008.8 |
| 11  | 27.9  | 61.3 | 797.8                 | 180.0  | 3.4     | 1.520                   | 1008.6 |
| 12  | 28.3  | 60.7 | 810.4                 | 180.0  | 3.5     | 1.578                   | 1008.6 |
| 13  | 28.6  | 60.1 | 790.1                 | 180.0  | 3.6     | 1.468                   | 1008.3 |
| 14  | 28.9  | 59.0 | 707.1                 | 180.0  | 3.6     | 1.185                   | 1007.9 |
| 15  | 29.3  | 54.8 | 569.8                 | 180.0  | 3.4     | 0.815                   | 1007.6 |
| 16  | 29.1  | 53.7 | 412.8                 | 180.0  | 3.0     | 0.465                   | 1007.6 |
| 17  | 28.8  | 54.6 | 247.5                 | 180.0  | 2.2     | 0.202                   | 1007.5 |
| 18  | 28.1  | 57.4 | 82.2                  | 315.0  | 1.5     | 0.049                   | 1007.7 |
| 19  | 27.2  | 60.9 | 6.4                   | 315.0  | 1.0     | 0.003                   | 1008.1 |
| 20  | 26.7  | 64.8 | 5.3                   | 180.0  | 0.5     | 0.000                   | 1008.6 |
| 21  | 26.3  | 66.6 | 5.3                   | 135.0  | 0.3     | 0.000                   | 1008.8 |
| 22  | 26.0  | 67.9 | 5.3                   | 180.0  | 0.2     | 0.000                   | 1008.9 |
| 23  | 25.7  | 68.8 | 5.3                   | 135.0  | 0.3     | 0.000                   | 1008.9 |



## SETTEMBRE 2008

(medie orarie)

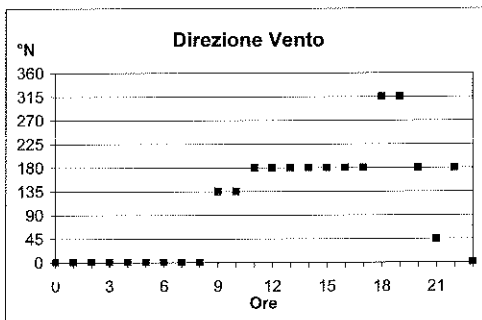
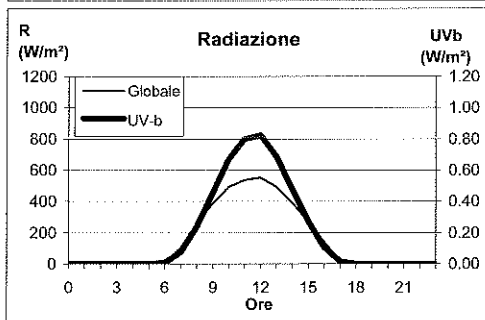
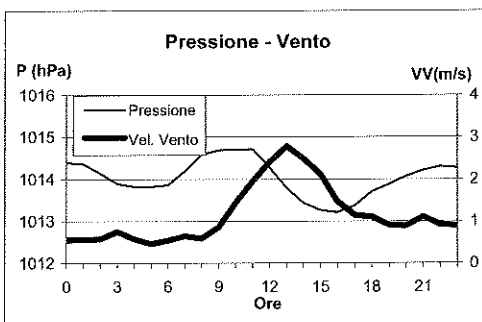
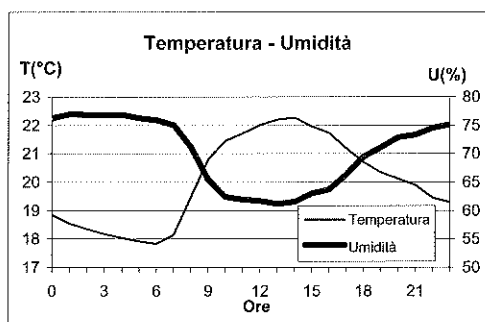
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 21.1  | 67.8 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1009.9 |
| 1   | 20.9  | 68.6 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1009.8 |
| 2   | 20.6  | 69.6 | 5.3                   | 0.0    | 0.7     | 0.000                   | 1009.5 |
| 3   | 20.4  | 69.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.7     | 0.000                   | 1009.3 |
| 4   | 20.2  | 70.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.1     | 0.000                   | 1009.2 |
| 5   | 20.2  | 69.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.001                   | 1009.2 |
| 6   | 20.2  | 69.2 | 32.7                  | 0.0    | 0.8     | 0.029                   | 1009.5 |
| 7   | 20.9  | 66.7 | 178.5                 | 0.0    | 0.9     | 0.148                   | 1009.7 |
| 8   | 22.1  | 62.4 | 354.7                 | 0.0    | 1.0     | 0.377                   | 1009.8 |
| 9   | 22.9  | 58.8 | 494.9                 | 45.0   | 1.5     | 0.661                   | 1009.9 |
| 10  | 23.6  | 56.8 | 624.8                 | 45.0   | 2.0     | 0.971                   | 1009.9 |
| 11  | 24.2  | 54.7 | 678.3                 | 180.0  | 2.3     | 1.142                   | 1009.7 |
| 12  | 24.6  | 53.2 | 660.9                 | 180.0  | 2.7     | 1.133                   | 1009.6 |
| 13  | 24.8  | 53.7 | 614.2                 | 180.0  | 2.8     | 1.005                   | 1009.3 |
| 14  | 24.8  | 54.2 | 517.4                 | 180.0  | 2.7     | 0.759                   | 1008.9 |
| 15  | 24.6  | 54.6 | 391.3                 | 180.0  | 2.7     | 0.474                   | 1008.8 |
| 16  | 24.3  | 55.5 | 247.7                 | 180.0  | 2.5     | 0.233                   | 1008.8 |
| 17  | 23.8  | 56.8 | 103.4                 | 180.0  | 1.8     | 0.072                   | 1008.9 |
| 18  | 23.1  | 59.4 | 12.7                  | 45.0   | 1.5     | 0.008                   | 1009.1 |
| 19  | 22.7  | 60.6 | 5.3                   | 45.0   | 1.2     | 0.000                   | 1009.5 |
| 20  | 22.3  | 61.6 | 5.3                   | 0.0    | 0.9     | 0.000                   | 1009.9 |
| 21  | 21.8  | 63.1 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1010.0 |
| 22  | 21.6  | 64.6 | 5.3                   | 0.0    | 0.8     | 0.000                   | 1010.0 |
| 23  | 21.3  | 65.6 | 5.4                   | 0.0    | 0.9     | 0.000                   | 1010.0 |



## OTTOBRE 2008

(medie orarie)

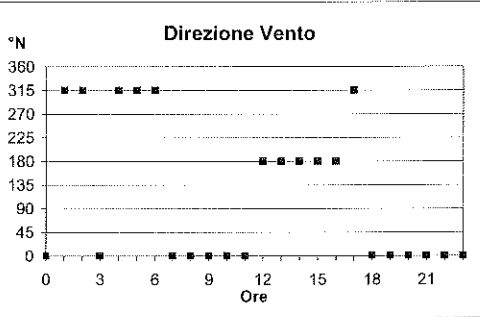
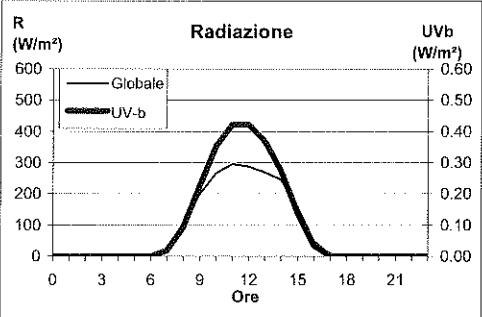
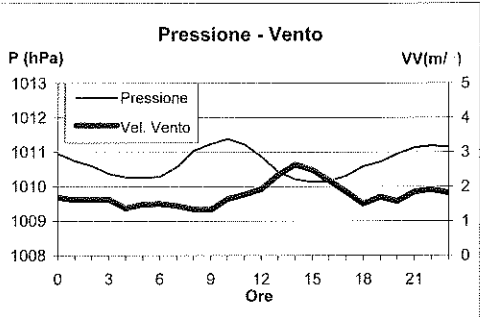
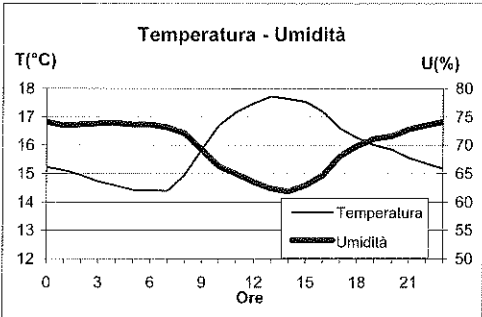
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 18.8  | 76.3 | 5.3                   | 0.0    | 0.5     | 0.000                   | 1014.4 |
| 1   | 18.5  | 77.0 | 5.3                   | 0.0    | 0.6     | 0.000                   | 1014.4 |
| 2   | 18.4  | 76.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.6     | 0.000                   | 1014.1 |
| 3   | 18.2  | 76.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.7     | 0.000                   | 1013.9 |
| 4   | 18.0  | 76.9 | 5.3                   | 0.0    | 0.6     | 0.000                   | 1013.8 |
| 5   | 17.9  | 76.2 | 5.3                   | 0.0    | 0.5     | 0.000                   | 1013.8 |
| 6   | 17.8  | 75.9 | 6.9                   | 0.0    | 0.5     | 0.007                   | 1013.9 |
| 7   | 18.2  | 75.1 | 103.6                 | 0.0    | 0.8     | 0.076                   | 1014.2 |
| 8   | 19.5  | 71.1 | 260.5                 | 0.0    | 0.6     | 0.238                   | 1014.6 |
| 9   | 20.8  | 65.5 | 389.9                 | 135.0  | 0.9     | 0.459                   | 1014.7 |
| 10  | 21.5  | 62.4 | 491.7                 | 135.0  | 1.4     | 0.670                   | 1014.7 |
| 11  | 21.7  | 62.0 | 536.9                 | 180.0  | 1.9     | 0.800                   | 1014.7 |
| 12  | 22.0  | 61.7 | 553.4                 | 180.0  | 2.4     | 0.825                   | 1014.3 |
| 13  | 22.2  | 61.2 | 493.4                 | 180.0  | 2.8     | 0.688                   | 1013.8 |
| 14  | 22.3  | 61.5 | 390.2                 | 180.0  | 2.5     | 0.480                   | 1013.4 |
| 15  | 22.0  | 63.0 | 272.5                 | 180.0  | 2.1     | 0.270                   | 1013.3 |
| 16  | 21.7  | 63.7 | 141.0                 | 180.0  | 1.5     | 0.108                   | 1013.2 |
| 17  | 21.2  | 68.3 | 20.3                  | 180.0  | 1.1     | 0.016                   | 1013.4 |
| 18  | 20.7  | 69.4 | 5.3                   | 315.0  | 1.1     | 0.000                   | 1013.7 |
| 19  | 20.3  | 71.1 | 5.3                   | 315.0  | 0.9     | 0.000                   | 1013.9 |
| 20  | 20.1  | 72.9 | 5.3                   | 180.0  | 0.9     | 0.000                   | 1014.1 |
| 21  | 19.9  | 73.3 | 5.4                   | 45.0   | 1.1     | 0.000                   | 1014.2 |
| 22  | 19.5  | 74.5 | 5.6                   | 180.0  | 0.9     | 0.000                   | 1014.3 |
| 23  | 19.3  | 75.1 | 5.3                   | 0.0    | 0.9     | 0.000                   | 1014.3 |



NOVEMBRE 2008

(medie orarie)

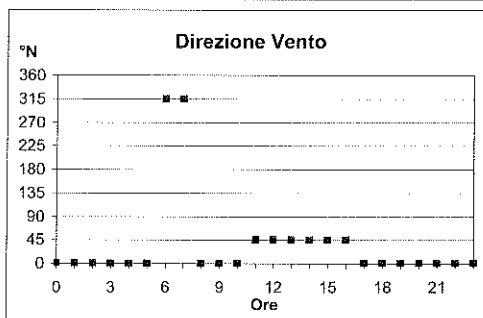
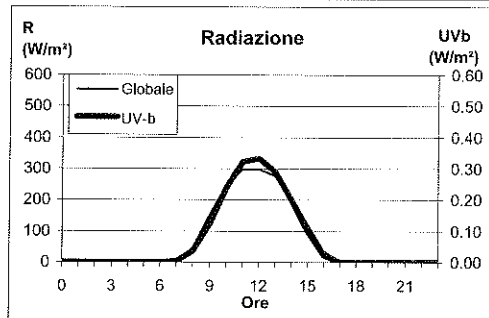
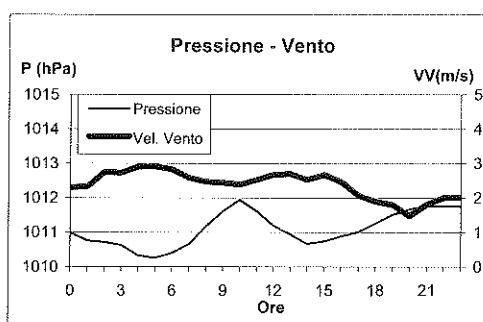
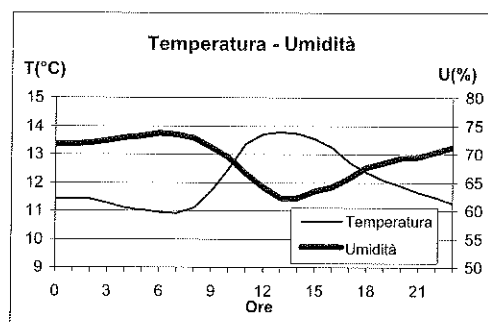
| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m²) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m²) | P(hPa) |
|-----|-------|------|----------|--------|---------|------------|--------|
| 0   | 15.2  | 74.1 | 5.3      | 0.0    | 1.7     | 0.000      | 1011.0 |
| 1   | 15.1  | 73.5 | 5.3      | 315.0  | 1.6     | 0.000      | 1010.7 |
| 2   | 15.0  | 73.6 | 5.3      | 315.0  | 1.6     | 0.000      | 1010.6 |
| 3   | 14.7  | 73.8 | 5.3      | 0.0    | 1.6     | 0.000      | 1010.4 |
| 4   | 14.6  | 73.9 | 5.3      | 315.0  | 1.4     | 0.000      | 1010.3 |
| 5   | 14.4  | 73.7 | 5.3      | 315.0  | 1.5     | 0.000      | 1010.3 |
| 6   | 14.4  | 73.7 | 5.3      | 315.0  | 1.5     | 0.000      | 1010.3 |
| 7   | 14.4  | 73.2 | 20.5     | 0.0    | 1.4     | 0.020      | 1010.6 |
| 8   | 15.0  | 72.1 | 106.4    | 0.0    | 1.3     | 0.094      | 1011.0 |
| 9   | 15.9  | 69.2 | 200.1    | 0.0    | 1.3     | 0.227      | 1011.2 |
| 10  | 16.7  | 66.3 | 267.4    | 0.0    | 1.6     | 0.354      | 1011.4 |
| 11  | 17.2  | 65.0 | 294.6    | 0.0    | 1.8     | 0.423      | 1011.2 |
| 12  | 17.5  | 63.5 | 288.0    | 180.0  | 1.9     | 0.422      | 1010.9 |
| 13  | 17.7  | 62.4 | 269.0    | 180.0  | 2.3     | 0.368      | 1010.4 |
| 14  | 17.6  | 61.9 | 245.4    | 180.0  | 2.6     | 0.274      | 1010.2 |
| 15  | 17.5  | 62.9 | 157.9    | 180.0  | 2.5     | 0.138      | 1010.1 |
| 16  | 17.2  | 64.7 | 49.6     | 180.0  | 2.2     | 0.035      | 1010.2 |
| 17  | 16.6  | 68.1 | 5.6      | 315.0  | 1.8     | 0.001      | 1010.3 |
| 18  | 16.3  | 69.9 | 5.3      | 0.0    | 1.5     | 0.000      | 1010.6 |
| 19  | 16.0  | 71.1 | 5.3      | 0.0    | 1.7     | 0.000      | 1010.7 |
| 20  | 15.8  | 71.6 | 5.3      | 0.0    | 1.6     | 0.000      | 1010.9 |
| 21  | 15.5  | 72.8 | 5.4      | 0.0    | 1.8     | 0.000      | 1011.1 |
| 22  | 15.4  | 73.5 | 5.3      | 0.0    | 1.9     | 0.000      | 1011.2 |
| 23  | 15.2  | 74.1 | 5.3      | 0.0    | 1.8     | 0.000      | 1011.2 |



## DICEMBRE 2008

(medie orarie)

| Ora | T(°C) | U(%) | R (W/m <sup>2</sup> ) | DV(°N) | VV(m/s) | UVb (W/m <sup>2</sup> ) | P(hPa) |
|-----|-------|------|-----------------------|--------|---------|-------------------------|--------|
| 0   | 11.4  | 71.8 | 5.3                   | 0.0    | 2.3     | 0.000                   | 1011.0 |
| 1   | 11.4  | 71.9 | 5.3                   | 0.0    | 2.3     | 0.000                   | 1010.8 |
| 2   | 11.4  | 72.0 | 5.3                   | 0.0    | 2.7     | 0.000                   | 1010.7 |
| 3   | 11.3  | 72.5 | 5.3                   | 0.0    | 2.7     | 0.000                   | 1010.6 |
| 4   | 11.1  | 73.0 | 5.3                   | 0.0    | 2.9     | 0.000                   | 1010.3 |
| 5   | 11.0  | 73.2 | 5.4                   | 0.0    | 2.9     | 0.000                   | 1010.3 |
| 6   | 10.9  | 73.8 | 5.4                   | 315.0  | 2.8     | 0.000                   | 1010.4 |
| 7   | 10.9  | 73.5 | 5.4                   | 315.0  | 2.6     | 0.003                   | 1010.7 |
| 8   | 11.1  | 72.9 | 46.4                  | 0.0    | 2.5     | 0.037                   | 1011.2 |
| 9   | 11.7  | 71.2 | 153.2                 | 0.0    | 2.4     | 0.124                   | 1011.6 |
| 10  | 12.5  | 69.5 | 249.7                 | 0.0    | 2.4     | 0.239                   | 1011.9 |
| 11  | 13.4  | 66.6 | 296.9                 | 45.0   | 2.5     | 0.322                   | 1011.6 |
| 12  | 13.7  | 64.2 | 298.7                 | 45.0   | 2.7     | 0.334                   | 1011.2 |
| 13  | 13.8  | 62.2 | 275.6                 | 45.0   | 2.7     | 0.291                   | 1010.9 |
| 14  | 13.7  | 62.3 | 213.3                 | 45.0   | 2.5     | 0.201                   | 1010.7 |
| 15  | 13.5  | 63.5 | 121.0                 | 45.0   | 2.7     | 0.099                   | 1010.7 |
| 16  | 13.2  | 64.2 | 36.5                  | 45.0   | 2.5     | 0.024                   | 1010.9 |
| 17  | 12.7  | 65.8 | 5.3                   | 0.0    | 2.1     | 0.001                   | 1011.0 |
| 18  | 12.4  | 67.6 | 5.3                   | 0.0    | 1.9     | 0.000                   | 1011.3 |
| 19  | 12.1  | 68.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.8     | 0.000                   | 1011.5 |
| 20  | 11.9  | 69.3 | 5.3                   | 0.0    | 1.5     | 0.000                   | 1011.7 |
| 21  | 11.6  | 69.5 | 5.3                   | 0.0    | 1.8     | 0.000                   | 1011.8 |
| 22  | 11.5  | 70.3 | 5.3                   | 0.0    | 2.0     | 0.000                   | 1011.8 |
| 23  | 11.3  | 71.3 | 5.3                   | 0.0    | 2.0     | 0.000                   | 1011.8 |



**GENNAIO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/1/08  | 8.7   | 50.4 | 0.0    | 6.7       | 11.1      | 32.9     | 62.6     | 14.7       |
| 2/1/08  | 7.0   | 47.5 | 0.0    | 6.1       | 8.3       | 39.7     | 56.1     | 14.5       |
| 3/1/08  | 8.5   | 57.0 | 0.0    | 6.0       | 11.5      | 50.9     | 64.4     | 14.4       |
| 4/1/08  | 10.8  | 64.1 | 0.0    | 7.7       | 14.7      | 57.9     | 67.6     | 14.3       |
| 5/1/08  | 15.4  | 71.5 | 2.6    | 12.5      | 16.5      | 61.9     | 88.4     | 14.3       |
| 6/1/08  | 14.3  | 87.4 | 5.0    | 13.8      | 15.2      | 84.3     | 91.0     | 14.5       |
| 7/1/08  | 14.5  | 92.0 | 5.0    | 13.9      | 15.1      | 84.2     | 94.3     | 14.5       |
| 8/1/08  | 14.6  | 82.1 | 0.0    | 12.6      | 17.7      | 65.9     | 93.2     | 14.6       |
| 9/1/08  | 13.5  | 71.9 | 0.0    | 11.9      | 16.6      | 59.9     | 81.8     | 14.6       |
| 10/1/08 | 12.8  | 83.4 | 0.6    | 11.3      | 14.2      | 76.3     | 87.7     | 14.6       |
| 11/1/08 | 13.4  | 89.3 | 9.0    | 12.1      | 14.5      | 86.7     | 92.7     | 14.5       |
| 12/1/08 | 14.0  | 84.1 | 14.0   | 11.8      | 15.2      | 73.6     | 91.3     | 14.5       |
| 13/1/08 | 10.8  | 72.6 | 9.8    | 8.1       | 13.1      | 59.9     | 82.9     | 14.3       |
| 14/1/08 | 9.7   | 75.0 | 0.2    | 7.1       | 13.9      | 56.6     | 86.5     | 14.0       |
| 15/1/08 | 11.0  | 75.0 | 0.8    | 7.9       | 13.6      | 63.5     | 83.5     | 13.9       |
| 16/1/08 | 12.7  | 80.7 | 24.2   | 10.1      | 14.7      | 71.1     | 91.2     | 14.0       |
| 17/1/08 | 13.3  | 83.7 | 8.4    | 12.4      | 14.9      | 75.9     | 89.8     | 14.1       |
| 18/1/08 | 13.0  | 80.1 | 0.0    | 11.6      | 15.4      | 67.9     | 87.4     | 14.1       |
| 19/1/08 | 12.9  | 74.3 | 0.0    | 10.5      | 16.6      | 55.6     | 87.7     | 14.1       |
| 20/1/08 | 12.3  | 80.0 | 0.0    | 9.1       | 15.5      | 64.5     | 88.6     | 14.2       |
| 21/1/08 | 12.5  | 76.5 | 0.0    | 11.2      | 13.2      | 67.3     | 86.9     | 14.3       |
| 22/1/08 | 12.9  | 75.2 | 1.0    | 10.9      | 14.2      | 63.9     | 87.2     | 14.3       |
| 23/1/08 | 9.9   | 47.6 | 0.0    | 8.0       | 12.1      | 37.5     | 84.7     | 14.2       |
| 24/1/08 | 9.6   | 49.1 | 0.0    | 7.2       | 13.4      | 37.0     | 59.6     | 13.9       |
| 25/1/08 | 10.9  | 39.7 | 0.0    | 6.5       | 15.4      | 25.4     | 55.5     | 13.6       |
| 26/1/08 | 12.7  | 42.4 | 0.0    | 9.8       | 17.2      | 25.0     | 53.1     | 13.7       |
| 27/1/08 | 11.4  | 62.3 | 0.0    | 7.5       | 14.7      | 44.9     | 79.5     | 13.8       |
| 28/1/08 | 13.8  | 58.0 | 0.0    | 9.1       | 18.5      | 32.9     | 83.7     | 13.9       |
| 29/1/08 | 12.8  | 56.1 | 0.0    | 10.3      | 15.8      | 40.2     | 77.8     | 14.0       |
| 30/1/08 | 12.7  | 78.7 | 0.0    | 9.7       | 14.9      | 68.2     | 85.0     | 14.1       |
| 31/1/08 | 13.0  | 77.7 | 0.8    | 11.0      | 15.1      | 62.7     | 88.3     | 14.1       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 6.0°C il 3/1 alle ore 2.10

Max: 18.5°C il 28/1 alle ore 14.20

**Umidità**

Min: 25.0% il 26/1 alle ore 15.00

Max: 94.3% il 7/1 alle ore 13.20

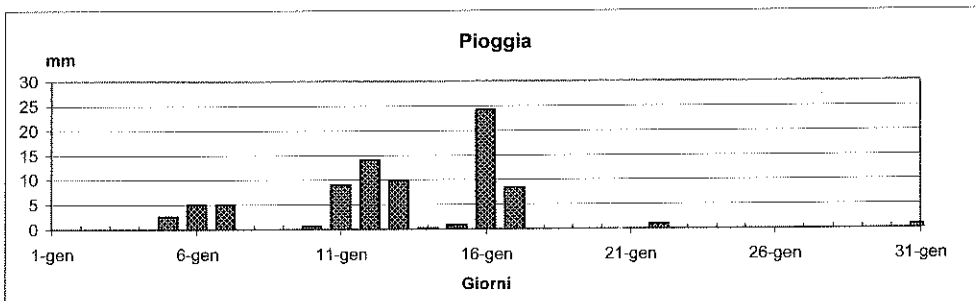
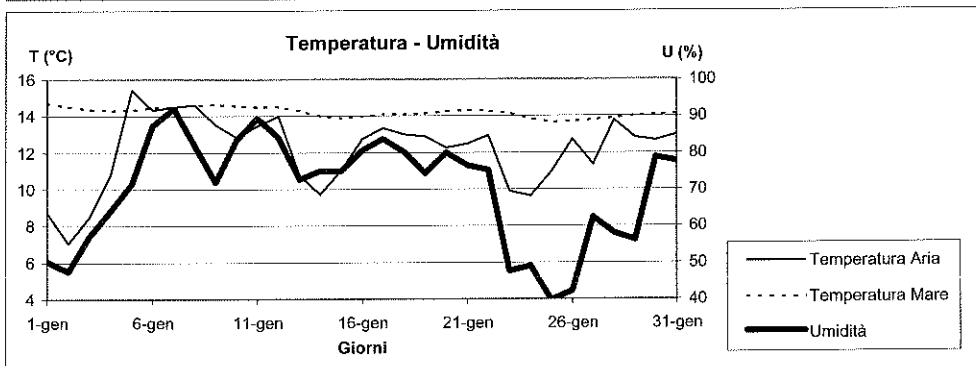
**Pressione**

Min: 1003.3 hPa il 22/1 alle ore 20.50

Max: 1027.2 hPa il 26/1 alle ore 8.40

**Velocità del vento**

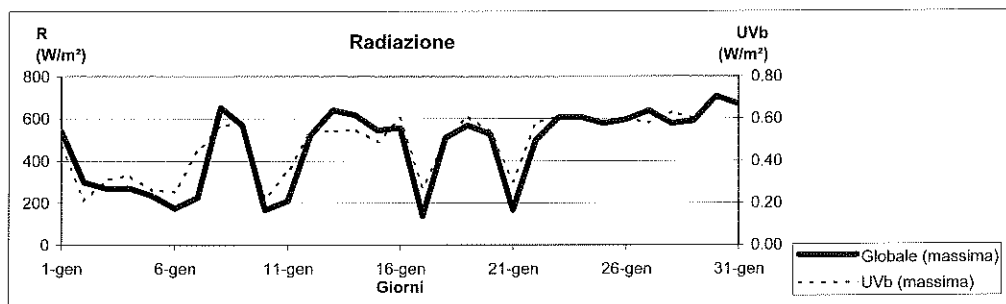
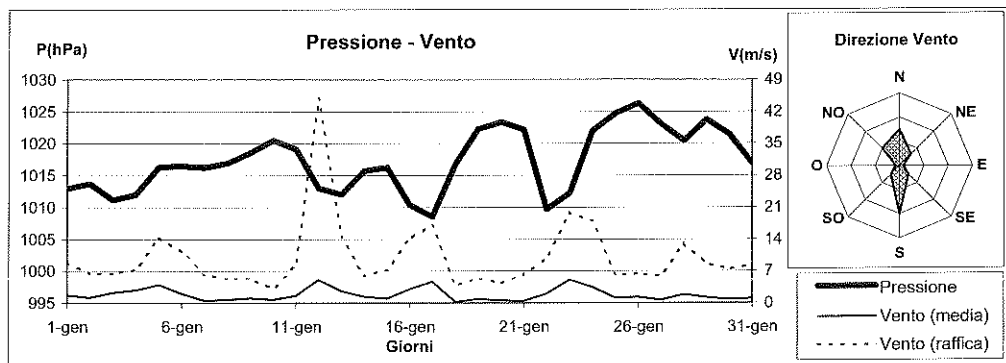
Max: 44.9 m/s il 12/1 alle ore 17.40

**Radiazione totale**Max: 706.0 W/m<sup>2</sup> il 30/1 alle ore 12.10**Radiazione UVb**Max: 0.690 W/m<sup>2</sup> il 30/1 alle ore 12.00

## GENNAIO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m²) | UVb(W/m²) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m²) | UVb <sub>max</sub> (W/m²) |
|---------|--------|--------|---------|---------|-----------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1/1/08  | 1013.0 | 0.0    | 1.7     | 120.5   | 0.094     | 1012.0                 | 1014.4                 | 8.9                     | 540.7                   | 0.470                     |
| 2/1/08  | 1013.7 | 0.0    | 1.2     | 36.7    | 0.037     | 1013.2                 | 1015.0                 | 6.5                     | 298.7                   | 0.210                     |
| 3/1/08  | 1011.2 | 0.0    | 2.3     | 59.5    | 0.060     | 1010.1                 | 1013.2                 | 6.5                     | 268.6                   | 0.310                     |
| 4/1/08  | 1012.0 | 315.0  | 2.9     | 58.5    | 0.064     | 1010.1                 | 1015.0                 | 7.2                     | 269.4                   | 0.330                     |
| 5/1/08  | 1016.3 | 135.0  | 4.0     | 50.6    | 0.057     | 1015.0                 | 1018.0                 | 14.4                    | 233.5                   | 0.260                     |
| 6/1/08  | 1016.5 | 225.0  | 2.1     | 19.3    | 0.029     | 1015.0                 | 1017.5                 | 11.2                    | 174.1                   | 0.250                     |
| 7/1/08  | 1016.3 | 180.0  | 0.5     | 25.1    | 0.040     | 1015.6                 | 1017.5                 | 6.3                     | 224.8                   | 0.450                     |
| 8/1/08  | 1017.0 | 0.0    | 0.8     | 109.9   | 0.101     | 1015.6                 | 1018.7                 | 5.3                     | 652.2                   | 0.560                     |
| 9/1/08  | 1018.6 | 315.0  | 1.1     | 90.7    | 0.095     | 1018.0                 | 1019.9                 | 5.4                     | 567.6                   | 0.590                     |
| 10/1/08 | 1020.5 | 0.0    | 0.7     | 27.0    | 0.037     | 1019.3                 | 1021.1                 | 3.1                     | 166.6                   | 0.220                     |
| 11/1/08 | 1019.1 | 180.0  | 1.6     | 19.0    | 0.030     | 1017.7                 | 1021.1                 | 8.2                     | 208.2                   | 0.350                     |
| 12/1/08 | 1013.0 | 180.0  | 5.1     | 56.2    | 0.065     | 1008.7                 | 1017.5                 | 44.9                    | 520.9                   | 0.540                     |
| 13/1/08 | 1012.0 | 135.0  | 2.6     | 60.0    | 0.056     | 1009.8                 | 1013.7                 | 14.4                    | 639.5                   | 0.540                     |
| 14/1/08 | 1015.7 | 0.0    | 1.4     | 127.8   | 0.105     | 1013.2                 | 1018.0                 | 5.9                     | 617.0                   | 0.550                     |
| 15/1/08 | 1016.3 | 180.0  | 1.0     | 84.8    | 0.078     | 1013.8                 | 1018.1                 | 7.3                     | 543.8                   | 0.490                     |
| 16/1/08 | 1010.4 | 180.0  | 3.0     | 66.4    | 0.078     | 1007.0                 | 1013.8                 | 14.2                    | 556.9                   | 0.600                     |
| 17/1/08 | 1008.5 | 180.0  | 4.6     | 23.7    | 0.034     | 1005.2                 | 1013.2                 | 17.1                    | 139.0                   | 0.270                     |
| 18/1/08 | 1016.8 | 315.0  | 0.2     | 59.2    | 0.068     | 1013.0                 | 1021.1                 | 3.8                     | 509.8                   | 0.500                     |
| 19/1/08 | 1022.3 | 315.0  | 0.8     | 132.2   | 0.125     | 1021.1                 | 1023.5                 | 5.4                     | 568.4                   | 0.610                     |
| 20/1/08 | 1023.4 | 180.0  | 0.6     | 130.7   | 0.112     | 1022.2                 | 1024.7                 | 4.3                     | 525.7                   | 0.540                     |
| 21/1/08 | 1022.2 | 315.0  | 0.4     | 32.6    | 0.049     | 1018.7                 | 1024.1                 | 6.2                     | 166.6                   | 0.300                     |
| 22/1/08 | 1009.7 | 225.0  | 2.0     | 38.4    | 0.054     | 1003.3                 | 1018.7                 | 9.8                     | 496.4                   | 0.580                     |
| 23/1/08 | 1012.3 | 45.0   | 5.0     | 155.1   | 0.128     | 1004.7                 | 1019.9                 | 19.7                    | 604.3                   | 0.610                     |
| 24/1/08 | 1021.9 | 45.0   | 3.5     | 132.3   | 0.120     | 1019.3                 | 1024.7                 | 18.0                    | 607.9                   | 0.620                     |
| 25/1/08 | 1024.7 | 0.0    | 1.1     | 148.4   | 0.123     | 1023.5                 | 1025.9                 | 6.1                     | 577.8                   | 0.580                     |
| 26/1/08 | 1026.3 | 0.0    | 1.3     | 151.3   | 0.125     | 1025.3                 | 1027.2                 | 6.4                     | 594.8                   | 0.600                     |
| 27/1/08 | 1023.1 | 180.0  | 0.7     | 120.3   | 0.104     | 1019.0                 | 1026.5                 | 5.9                     | 637.9                   | 0.580                     |
| 28/1/08 | 1020.5 | 45.0   | 1.8     | 145.5   | 0.129     | 1018.0                 | 1024.1                 | 12.9                    | 576.7                   | 0.630                     |
| 29/1/08 | 1023.8 | 180.0  | 1.1     | 149.2   | 0.124     | 1022.9                 | 1024.7                 | 8.7                     | 589.3                   | 0.600                     |
| 30/1/08 | 1021.4 | 180.0  | 0.8     | 98.1    | 0.097     | 1019.1                 | 1023.5                 | 7.4                     | 706.0                   | 0.690                     |
| 31/1/08 | 1016.9 | 180.0  | 0.9     | 123.6   | 0.124     | 1015.6                 | 1019.3                 | 8.3                     | 668.4                   | 0.690                     |



**FEBBRAIO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/2/08  | 12.2  | 76.7 | 0.0    | 10.4      | 14.0      | 64.3     | 83.6     | 14.2       |
| 2/2/08  | 12.6  | 75.8 | 3.4    | 11.2      | 13.8      | 67.2     | 89.2     | 14.2       |
| 3/2/08  | 13.7  | 74.1 | 2.4    | 11.2      | 16.1      | 54.0     | 87.1     | 14.1       |
| 4/2/08  | 14.7  | 77.9 | 0.0    | 13.7      | 15.6      | 70.1     | 82.5     | 14.1       |
| 5/2/08  | 12.7  | 68.6 | 5.6    | 10.2      | 15.1      | 49.0     | 84.9     | 14.2       |
| 6/2/08  | 12.4  | 71.4 | 0.0    | 8.7       | 16.4      | 46.9     | 82.6     | 14.1       |
| 7/2/08  | 12.8  | 61.4 | 0.0    | 10.5      | 16.6      | 38.2     | 83.7     | 14.2       |
| 8/2/08  | 10.3  | 46.1 | 0.0    | 8.6       | 12.7      | 37.1     | 53.4     | 14.2       |
| 9/2/08  | 11.1  | 49.7 | 0.0    | 9.3       | 14.4      | 37.4     | 59.4     | 14.0       |
| 10/2/08 | 10.5  | 51.8 | 0.0    | 8.3       | 13.6      | 35.4     | 62.9     | 13.8       |
| 11/2/08 | 9.4   | 54.0 | 0.0    | 7.3       | 13.1      | 38.2     | 64.6     | 13.7       |
| 12/2/08 | 8.6   | 57.3 | 0.0    | 7.1       | 11.1      | 45.5     | 66.8     | 13.6       |
| 13/2/08 | 10.4  | 54.3 | 0.0    | 7.6       | 14.2      | 35.9     | 67.1     | 13.4       |
| 14/2/08 | 10.2  | 58.5 | 0.0    | 6.9       | 13.9      | 39.8     | 68.7     | 13.5       |
| 15/2/08 | 10.5  | 64.5 | 0.0    | 8.7       | 12.9      | 54.1     | 72.9     | 13.6       |
| 16/2/08 | 7.1   | 43.1 | 0.0    | 4.1       | 9.0       | 30.2     | 61.0     | 13.6       |
| 17/2/08 | 3.8   | 39.3 | 0.0    | 1.7       | 6.2       | 32.1     | 44.5     | 13.2       |
| 18/2/08 | 6.2   | 51.9 | 0.0    | 2.2       | 10.8      | 32.2     | 70.5     | 12.8       |
| 19/2/08 | 9.1   | 68.3 | 0.0    | 6.7       | 11.8      | 58.8     | 75.6     | 12.9       |
| 20/2/08 | 10.3  | 67.2 | 0.0    | 6.5       | 13.2      | 51.5     | 78.8     | 13.2       |
| 21/2/08 | 10.9  | 76.9 | 17.4   | 9.3       | 12.5      | 54.4     | 89.6     | 13.4       |
| 22/2/08 | 12.5  | 80.2 | 2.0    | 10.2      | 16.5      | 61.5     | 91.0     | 13.4       |
| 23/2/08 | 12.8  | 76.1 | 0.0    | 9.2       | 17.0      | 51.5     | 87.9     | 13.6       |
| 24/2/08 | 12.9  | 81.6 | 0.0    | 9.8       | 15.6      | 69.6     | 86.6     | 13.8       |
| 25/2/08 | 12.5  | 83.3 | 0.0    | 11.3      | 14.5      | 75.6     | 88.6     | 14.0       |
| 26/2/08 | 12.9  | 79.5 | 0.0    | 11.1      | 15.2      | 69.3     | 86.7     | 14.1       |
| 27/2/08 | 13.8  | 82.0 | 0.2    | 12.3      | 15.5      | 73.4     | 88.5     | 14.2       |
| 28/2/08 | 13.9  | 86.6 | 0.8    | 12.6      | 15.5      | 79.0     | 91.7     | 14.2       |
| 29/2/08 | 13.6  | 82.5 | 0.2    | 10.4      | 17.6      | 62.5     | 91.5     | 14.2       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 1.7°C il 17/2 alle ore 7.10

Max: 17.6°C il 29/2 alle ore 15.00

**Umidità**

Min: 30.2% il 16/2 alle ore 14.50

Max: 91.7% il 28/2 alle ore 7.40

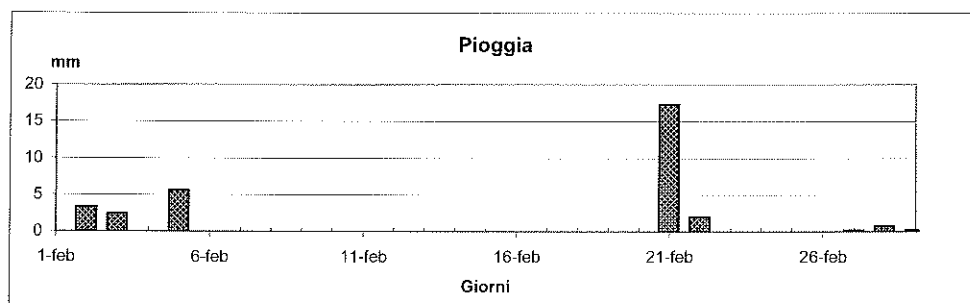
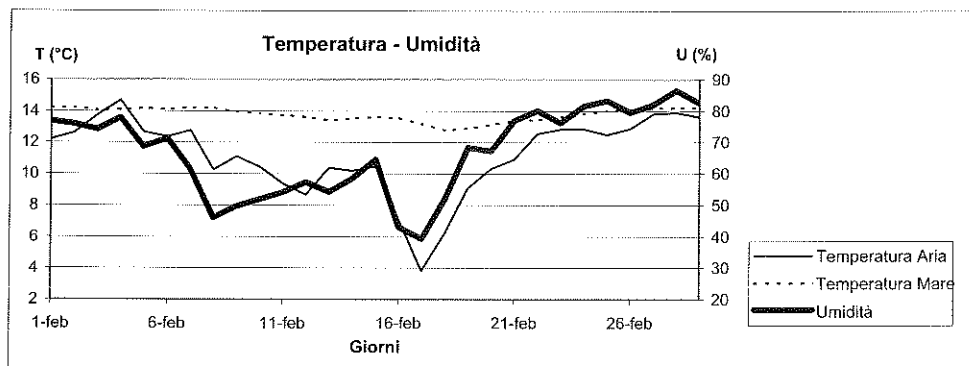
**Pressione**

Min: 1009.6 hPa il 5/2 alle ore 1.50

Max: 1035.7 hPa il 17/2 alle ore 10.20

**Velocità del vento**

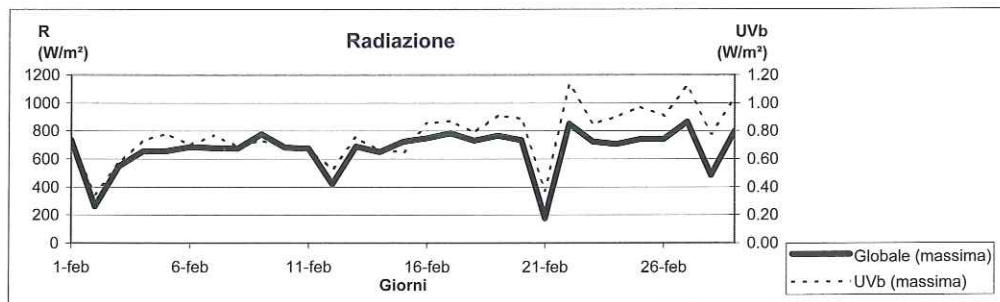
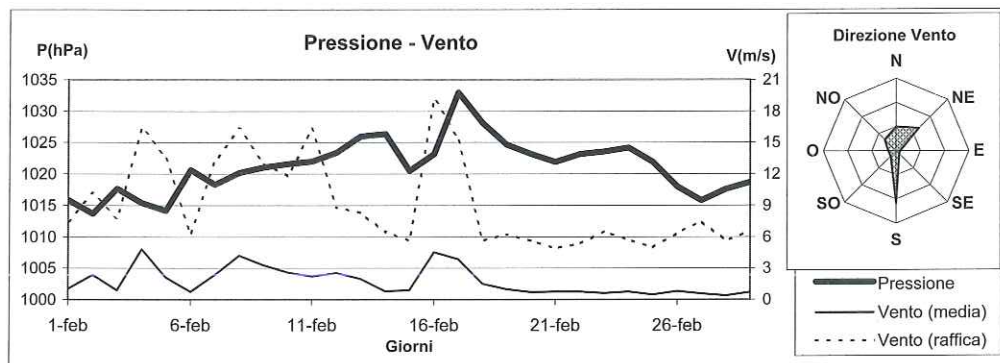
Max: 16.4 m/s il 4/2 alle ore 23.50

**Radiazione totale**Max: 865.3 W/m<sup>2</sup> il 27/2 alle ore 12.10**Radiazione UVb**Max: 1.130 W/m<sup>2</sup> il 22/2 alle ore 11.50

## FEBBRAIO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|---------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/2/08  | 1015.9 | 180.0  | 1.0     | 123.9                | 0.122                  | 1014.8                 | 1017.5                 | 7.5                     | 734.4                                | 0.730                                  |
| 2/2/08  | 1013.6 | 180.0  | 2.4     | 40.3                 | 0.052                  | 1012.6                 | 1016.2                 | 10.1                    | 259.9                                | 0.350                                  |
| 3/2/08  | 1017.7 | 180.0  | 0.9     | 113.3                | 0.120                  | 1016.2                 | 1019.3                 | 7.7                     | 548.2                                | 0.570                                  |
| 4/2/08  | 1015.4 | 180.0  | 4.8     | 142.0                | 0.142                  | 1011.7                 | 1017.4                 | 16.4                    | 653.0                                | 0.730                                  |
| 5/2/08  | 1014.1 | 270.0  | 2.1     | 143.2                | 0.155                  | 1009.6                 | 1019.9                 | 13.5                    | 656.5                                | 0.780                                  |
| 6/2/08  | 1020.7 | 315.0  | 0.7     | 167.6                | 0.160                  | 1019.2                 | 1022.3                 | 6.2                     | 683.8                                | 0.700                                  |
| 7/2/08  | 1018.3 | 45.0   | 2.4     | 151.9                | 0.149                  | 1017.1                 | 1020.5                 | 13.3                    | 676.7                                | 0.770                                  |
| 8/2/08  | 1020.2 | 45.0   | 4.2     | 134.3                | 0.138                  | 1019.2                 | 1021.1                 | 16.3                    | 674.3                                | 0.690                                  |
| 9/2/08  | 1021.0 | 45.0   | 3.3     | 173.6                | 0.147                  | 1019.9                 | 1022.3                 | 13.0                    | 775.5                                | 0.730                                  |
| 10/2/08 | 1021.6 | 45.0   | 2.6     | 172.9                | 0.151                  | 1020.4                 | 1022.3                 | 11.8                    | 680.6                                | 0.690                                  |
| 11/2/08 | 1022.0 | 45.0   | 2.2     | 161.7                | 0.138                  | 1021.1                 | 1023.5                 | 16.3                    | 675.5                                | 0.670                                  |
| 12/2/08 | 1023.4 | 0.0    | 2.5     | 61.0                 | 0.073                  | 1022.8                 | 1024.7                 | 8.8                     | 419.7                                | 0.530                                  |
| 13/2/08 | 1026.0 | 0.0    | 2.0     | 168.6                | 0.158                  | 1024.4                 | 1027.6                 | 8.3                     | 689.3                                | 0.750                                  |
| 14/2/08 | 1026.3 | 315.0  | 0.8     | 182.9                | 0.155                  | 1024.7                 | 1027.8                 | 6.5                     | 650.2                                | 0.660                                  |
| 15/2/08 | 1020.5 | 0.0    | 0.9     | 119.5                | 0.118                  | 1017.4                 | 1024.7                 | 5.6                     | 724.9                                | 0.650                                  |
| 16/2/08 | 1023.1 | 45.0   | 4.5     | 207.4                | 0.189                  | 1018.7                 | 1030.1                 | 19.1                    | 749.8                                | 0.850                                  |
| 17/2/08 | 1033.0 | 45.0   | 3.9     | 213.1                | 0.193                  | 1030.2                 | 1035.7                 | 15.3                    | 785.0                                | 0.870                                  |
| 18/2/08 | 1028.1 | 315.0  | 1.5     | 204.8                | 0.182                  | 1025.3                 | 1032.0                 | 5.6                     | 730.5                                | 0.790                                  |
| 19/2/08 | 1024.6 | 180.0  | 1.0     | 179.6                | 0.181                  | 1023.5                 | 1025.5                 | 6.2                     | 767.2                                | 0.910                                  |
| 20/2/08 | 1023.2 | 180.0  | 0.7     | 169.6                | 0.184                  | 1021.7                 | 1024.7                 | 5.6                     | 734.4                                | 0.890                                  |
| 21/2/08 | 1021.9 | 0.0    | 0.7     | 32.5                 | 0.062                  | 1021.1                 | 1022.9                 | 4.9                     | 176.5                                | 0.370                                  |
| 22/2/08 | 1023.2 | 0.0    | 0.8     | 140.3                | 0.188                  | 1022.2                 | 1024.1                 | 5.3                     | 850.7                                | 1.130                                  |
| 23/2/08 | 1023.6 | 180.0  | 0.6     | 191.0                | 0.200                  | 1022.2                 | 1024.7                 | 6.5                     | 723.0                                | 0.850                                  |
| 24/2/08 | 1024.1 | 180.0  | 0.8     | 194.5                | 0.203                  | 1023.4                 | 1025.3                 | 5.7                     | 706.0                                | 0.900                                  |
| 25/2/08 | 1021.9 | 225.0  | 0.5     | 139.9                | 0.173                  | 1019.9                 | 1024.1                 | 5.0                     | 740.4                                | 0.970                                  |
| 26/2/08 | 1018.0 | 180.0  | 0.8     | 155.9                | 0.175                  | 1016.2                 | 1019.8                 | 6.3                     | 740.7                                | 0.910                                  |
| 27/2/08 | 1015.8 | 180.0  | 0.6     | 103.8                | 0.120                  | 1014.7                 | 1016.8                 | 7.5                     | 865.3                                | 1.120                                  |
| 28/2/08 | 1017.6 | 180.0  | 0.4     | 101.5                | 0.149                  | 1015.6                 | 1019.3                 | 5.6                     | 483.3                                | 0.780                                  |
| 29/2/08 | 1018.6 | 180.0  | 0.7     | 204.0                | 0.224                  | 1017.4                 | 1019.9                 | 6.5                     | 797.7                                | 1.030                                  |



**MARZO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/3/08  | 14.5  | 83.6 | 0.2    | 13.7      | 15.7      | 74.1     | 88.1     | 14.3       |
| 2/3/08  | 14.8  | 83.3 | 0.0    | 13.9      | 16.4      | 74.4     | 88.0     | 14.3       |
| 3/3/08  | 14.4  | 85.0 | 0.0    | 13.4      | 16.4      | 76.7     | 89.0     | 14.4       |
| 4/3/08  | 14.2  | 80.4 | 0.0    | 13.1      | 15.7      | 68.6     | 87.1     | 14.6       |
| 5/3/08  | 11.0  | 79.1 | 25.8   | 9.4       | 13.0      | 64.8     | 90.2     | 14.6       |
| 6/3/08  | 10.2  | 79.5 | 7.6    | 8.5       | 11.9      | 69.4     | 89.5     | 14.2       |
| 7/3/08  | 9.3   | 80.3 | 6.8    | 8.2       | 11.9      | 60.9     | 87.6     | 13.8       |
| 8/3/08  | 9.6   | 82.7 | 16.6   | 8.7       | 10.9      | 75.9     | 87.3     | 13.5       |
| 9/3/08  | 11.5  | 74.7 | 0.0    | 7.8       | 14.1      | 62.1     | 82.7     | 13.3       |
| 10/3/08 | 11.5  | 84.1 | 38.6   | 10.2      | 13.0      | 77.5     | 90.0     | 13.6       |
| 11/3/08 | 12.5  | 76.2 | 14.2   | 10.4      | 15.6      | 56.7     | 89.4     | 13.7       |
| 12/3/08 | 12.8  | 81.1 | 0.0    | 9.2       | 14.9      | 74.2     | 88.1     | 13.7       |
| 13/3/08 | 14.3  | 81.8 | 0.0    | 11.5      | 19.3      | 52.6     | 89.1     | 13.9       |
| 14/3/08 | 13.8  | 81.8 | 0.0    | 12.3      | 15.6      | 72.1     | 85.7     | 14.2       |
| 15/3/08 | 13.7  | 80.8 | 0.0    | 12.3      | 15.7      | 69.7     | 87.6     | 14.4       |
| 16/3/08 | 13.7  | 82.6 | 0.0    | 11.8      | 15.3      | 74.5     | 87.6     | 14.4       |
| 17/3/08 | 14.3  | 77.7 | 1.8    | 12.9      | 16.0      | 63.6     | 90.8     | 14.4       |
| 18/3/08 | 14.6  | 77.9 | 0.4    | 13.4      | 15.9      | 61.6     | 90.5     | 14.4       |
| 19/3/08 | 14.2  | 79.3 | 2.0    | 11.8      | 16.6      | 59.0     | 90.5     | 14.4       |
| 20/3/08 | 13.0  | 75.0 | 7.4    | 9.4       | 15.4      | 63.9     | 84.3     | 14.5       |
| 21/3/08 | 11.4  | 59.1 | 0.0    | 8.2       | 13.9      | 35.5     | 72.7     | 14.4       |
| 22/3/08 | 13.4  | 75.2 | 10.8   | 11.1      | 14.6      | 66.8     | 83.3     | 14.3       |
| 23/3/08 | 13.1  | 79.5 | 25.8   | 10.4      | 15.5      | 64.1     | 90.3     | 14.0       |
| 24/3/08 | 10.2  | 64.3 | 13.8   | 5.3       | 12.5      | 45.3     | 86.4     | 13.9       |
| 25/3/08 | 9.9   | 80.3 | 4.8    | 5.8       | 13.2      | 64.8     | 89.8     | 13.7       |
| 26/3/08 | 11.8  | 81.3 | 2.4    | 9.7       | 14.1      | 62.9     | 88.3     | 13.7       |
| 27/3/08 | 11.3  | 85.5 | 13.0   | 10.6      | 13.5      | 79.6     | 88.6     | 13.8       |
| 28/3/08 | 13.9  | 72.2 | 3.2    | 10.6      | 18.0      | 50.2     | 89.1     | 13.8       |
| 29/3/08 | 14.9  | 64.3 | 0.0    | 11.6      | 19.9      | 45.1     | 77.8     | 14.1       |
| 30/3/08 | 15.4  | 73.4 | 0.0    | 11.3      | 20.0      | 50.4     | 86.4     | 14.3       |
| 31/3/08 | 15.3  | 73.1 | 0.0    | 12.2      | 18.3      | 49.1     | 88.3     | 14.6       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 5.3°C il 24/3 alle ore 22.40

Max: 20.0°C il 30/3 alle ore 14.50

**Umidità**

Min: 35.5% il 21/3 alle ore 14.40

Max: 90.3% il 23/3 alle ore 10.10

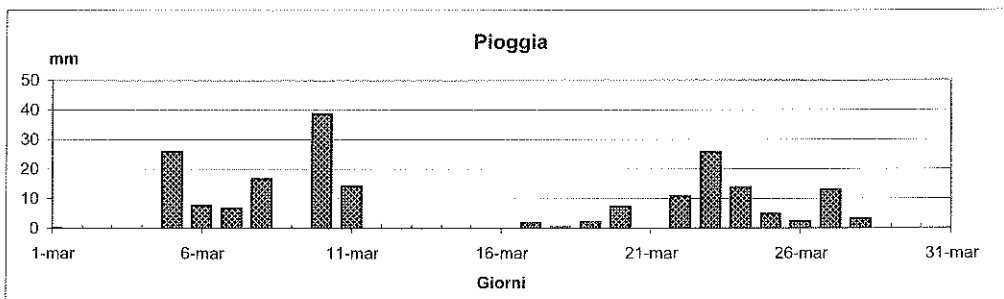
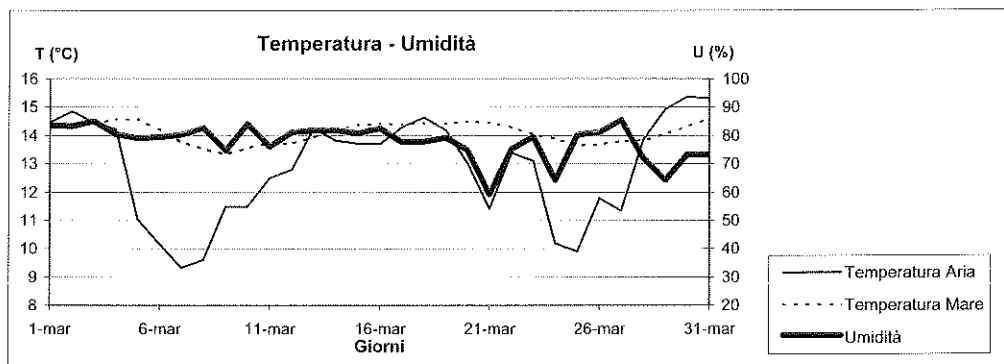
**Pressione**

Min: 986.8 hPa il 23/3 alle ore 15.30

Max: 1018.0 hPa il 1/3 alle ore 0.00

**Velocità del vento**

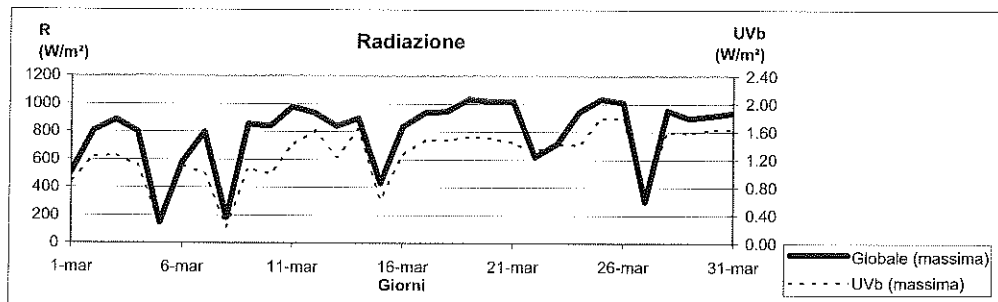
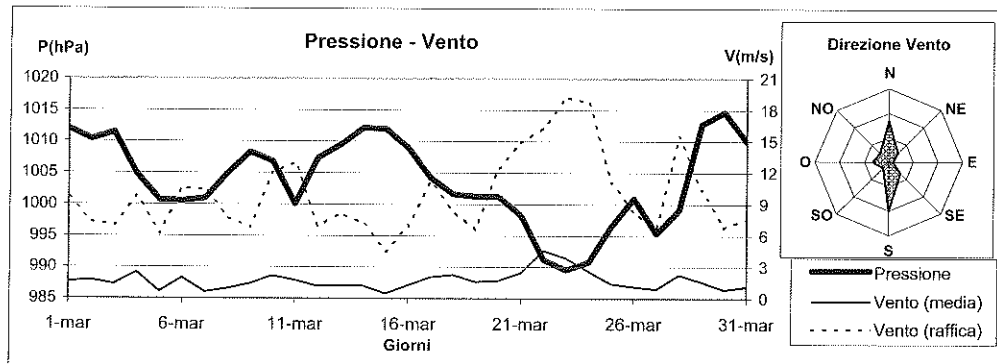
Max: 19.2 m/s il 23/3 alle ore 14.40

**Radiazione totale**Max: 1032.5 W/m<sup>2</sup> il 19/3 alle ore 12.20**Radiazione UVb**Max: 1.790 W/m<sup>2</sup> il 25/3 alle ore 12.00

## MARZO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m²) | UVb(W/m²) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m²) | UVb <sub>max</sub> (W/m²) |
|---------|--------|--------|---------|---------|-----------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1/3/08  | 1012.0 | 180.0  | 1.6     | 61.5    | 0.098     | 1008.2                 | 1018.0                 | 9.6                     | 508.3                   | 0.900                     |
| 2/3/08  | 1010.4 | 180.0  | 1.8     | 205.6   | 0.259     | 1007.6                 | 1013.2                 | 7.3                     | 805.6                   | 1.230                     |
| 3/3/08  | 1011.4 | 180.0  | 1.4     | 119.6   | 0.193     | 1009.5                 | 1012.7                 | 7.0                     | 885.9                   | 1.260                     |
| 4/3/08  | 1004.8 | 180.0  | 2.5     | 119.5   | 0.154     | 1002.1                 | 1009.5                 | 9.7                     | 800.8                   | 1.110                     |
| 5/3/08  | 1000.7 | 0.0    | 0.7     | 22.8    | 0.044     | 999.1                  | 1003.3                 | 6.2                     | 146.9                   | 0.270                     |
| 6/3/08  | 1000.5 | 0.0    | 2.0     | 52.7    | 0.086     | 997.6                  | 1002.7                 | 10.5                    | 581.0                   | 1.110                     |
| 7/3/08  | 1000.9 | 0.0    | 0.6     | 66.3    | 0.088     | 999.1                  | 1003.3                 | 10.4                    | 796.1                   | 0.990                     |
| 8/3/08  | 1004.9 | 0.0    | 0.9     | 27.7    | 0.037     | 1002.1                 | 1007.7                 | 7.7                     | 180.9                   | 0.230                     |
| 9/3/08  | 1008.3 | 180.0  | 1.4     | 239.7   | 0.246     | 1007.0                 | 1009.5                 | 6.8                     | 853.4                   | 1.070                     |
| 10/3/08 | 1006.8 | 180.0  | 2.2     | 63.9    | 0.091     | 1001.1                 | 1009.5                 | 12.0                    | 838.8                   | 0.990                     |
| 11/3/08 | 1000.1 | 270.0  | 1.8     | 126.9   | 0.173     | 997.8                  | 1004.5                 | 13.0                    | 976.8                   | 1.400                     |
| 12/3/08 | 1007.4 | 180.0  | 1.2     | 157.6   | 0.221     | 1004.5                 | 1010.1                 | 6.9                     | 934.5                   | 1.610                     |
| 13/3/08 | 1009.5 | 135.0  | 1.2     | 245.8   | 0.311     | 1006.4                 | 1012.0                 | 8.1                     | 837.6                   | 1.240                     |
| 14/3/08 | 1012.2 | 180.0  | 1.2     | 172.4   | 0.258     | 1010.8                 | 1013.2                 | 7.2                     | 896.1                   | 1.620                     |
| 15/3/08 | 1012.0 | 180.0  | 0.5     | 69.5    | 0.112     | 1010.7                 | 1013.2                 | 4.5                     | 427.6                   | 0.620                     |
| 16/3/08 | 1009.0 | 0.0    | 1.2     | 183.2   | 0.234     | 1006.3                 | 1011.6                 | 6.9                     | 835.6                   | 1.270                     |
| 17/3/08 | 1004.2 | 270.0  | 2.0     | 153.4   | 0.228     | 1003.2                 | 1006.0                 | 11.1                    | 934.9                   | 1.480                     |
| 18/3/08 | 1001.6 | 180.0  | 2.2     | 183.2   | 0.269     | 999.9                  | 1003.3                 | 8.4                     | 944.8                   | 1.470                     |
| 19/3/08 | 1001.3 | 0.0    | 1.6     | 143.1   | 0.210     | 999.0                  | 1003.8                 | 6.6                     | 1032.5                  | 1.520                     |
| 20/3/08 | 1001.3 | 225.0  | 1.7     | 158.4   | 0.224     | 999.6                  | 1003.7                 | 12.5                    | 1014.8                  | 1.510                     |
| 21/3/08 | 998.3  | 0.0    | 2.4     | 248.0   | 0.304     | 993.8                  | 1000.9                 | 14.9                    | 1019.5                  | 1.440                     |
| 22/3/08 | 991.2  | 180.0  | 4.6     | 51.5    | 0.104     | 989.0                  | 993.6                  | 16.4                    | 620.5                   | 1.320                     |
| 23/3/08 | 989.5  | 135.0  | 3.9     | 45.3    | 0.085     | 986.8                  | 993.3                  | 19.2                    | 716.6                   | 1.420                     |
| 24/3/08 | 990.8  | 270.0  | 2.6     | 153.6   | 0.204     | 988.1                  | 993.0                  | 18.7                    | 943.2                   | 1.410                     |
| 25/3/08 | 996.4  | 45.0   | 1.4     | 173.1   | 0.238     | 991.8                  | 999.6                  | 11.0                    | 1032.2                  | 1.790                     |
| 26/3/08 | 1000.9 | 135.0  | 1.2     | 119.8   | 0.208     | 999.6                  | 1002.7                 | 8.3                     | 1010.0                  | 1.790                     |
| 27/3/08 | 995.4  | 315.0  | 0.9     | 37.6    | 0.077     | 993.0                  | 999.4                  | 6.7                     | 296.3                   | 0.690                     |
| 28/3/08 | 999.0  | 45.0   | 2.2     | 189.4   | 0.278     | 993.0                  | 1009.8                 | 15.5                    | 953.9                   | 1.600                     |
| 29/3/08 | 1012.7 | 315.0  | 1.6     | 286.0   | 0.400     | 1009.6                 | 1015.6                 | 10.3                    | 895.7                   | 1.580                     |
| 30/3/08 | 1014.7 | 0.0    | 0.9     | 286.8   | 0.401     | 1012.6                 | 1016.2                 | 6.8                     | 912.3                   | 1.630                     |
| 31/3/08 | 1010.0 | 0.0    | 1.1     | 258.8   | 0.367     | 1007.1                 | 1013.0                 | 7.6                     | 934.9                   | 1.630                     |



**APRILE 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/4/08  | 17.3  | 50.0 | 0.0    | 13.5      | 22.3      | 26.2     | 81.8     | 14.7       |
| 2/4/08  | 16.5  | 52.7 | 0.0    | 13.2      | 21.2      | 28.6     | 87.9     | 14.9       |
| 3/4/08  | 14.1  | 58.5 | 0.2    | 11.6      | 18.1      | 34.3     | 88.1     | 15.0       |
| 4/4/08  | 11.4  | 69.1 | 3.0    | 10.1      | 13.1      | 56.5     | 84.4     | 15.0       |
| 5/4/08  | 13.5  | 57.9 | 1.4    | 10.8      | 17.4      | 37.1     | 77.6     | 14.7       |
| 6/4/08  | 13.1  | 73.3 | 0.0    | 9.2       | 15.8      | 56.8     | 81.1     | 14.7       |
| 7/4/08  | 16.8  | 54.4 | 0.0    | 14.2      | 19.2      | 31.7     | 79.9     | 14.8       |
| 8/4/08  | 16.8  | 70.0 | 4.8    | 15.1      | 18.7      | 41.8     | 92.7     | 14.9       |
| 9/4/08  | 15.8  | 83.8 | 0.0    | 14.5      | 17.5      | 72.1     | 92.7     | 15.0       |
| 10/4/08 | 17.5  | 73.9 | 3.2    | 15.7      | 19.8      | 62.1     | 87.9     | 15.1       |
| 11/4/08 | 18.0  | 75.8 | 2.4    | 16.3      | 19.7      | 58.3     | 87.9     | 15.2       |
| 12/4/08 | 16.0  | 76.8 | 11.4   | 14.0      | 18.1      | 61.1     | 89.8     | 15.3       |
| 13/4/08 | 14.7  | 65.5 | 0.0    | 12.1      | 17.6      | 34.3     | 77.1     | 15.4       |
| 14/4/08 | 14.7  | 71.6 | 0.0    | 12.1      | 17.0      | 61.5     | 77.8     | 15.4       |
| 15/4/08 | 13.5  | 68.6 | 12.6   | 10.6      | 15.8      | 53.5     | 81.5     | 15.4       |
| 16/4/08 | 14.0  | 66.4 | 0.0    | 10.7      | 16.8      | 51.6     | 79.5     | 15.3       |
| 17/4/08 | 15.5  | 63.9 | 0.0    | 11.8      | 19.8      | 42.8     | 86.2     | 15.3       |
| 18/4/08 | 16.1  | 86.9 | 2.8    | 15.6      | 17.8      | 80.6     | 91.7     | 15.5       |
| 19/4/08 | 18.0  | 73.2 | 7.4    | 14.4      | 20.3      | 59.0     | 91.7     | 15.6       |
| 20/4/08 | 17.8  | 70.9 | 0.0    | 14.2      | 22.5      | 44.4     | 89.1     | 15.7       |
| 21/4/08 | 17.8  | 70.5 | 0.0    | 15.6      | 20.3      | 47.0     | 89.6     | 16.0       |
| 22/4/08 | 15.5  | 76.2 | 15.6   | 10.8      | 17.8      | 56.6     | 89.0     | 16.0       |
| 23/4/08 | 16.3  | 73.5 | 0.6    | 14.8      | 18.7      | 59.4     | 82.1     | 15.9       |
| 24/4/08 | 16.7  | 73.0 | 0.0    | 14.9      | 19.5      | 57.8     | 86.2     | 15.9       |
| 25/4/08 | 17.6  | 51.2 | 0.0    | 13.8      | 21.7      | 24.8     | 72.4     | 16.0       |
| 26/4/08 | 18.9  | 49.6 | 0.4    | 14.4      | 19.5      | 36.7     | 70.7     | 16.1       |
| 27/4/08 | 16.8  | 49.3 | 0.0    | 13.2      | 21.1      | 28.3     | 65.8     | 16.2       |
| 28/4/08 | 16.6  | 61.1 | 0.0    | 13.1      | 20.5      | 34.5     | 76.1     | 16.2       |
| 29/4/08 | 15.8  | 73.3 | 0.0    | 14.9      | 16.8      | 63.4     | 82.8     | 16.2       |
| 30/4/08 | 17.2  | 60.8 | 0.0    | 13.8      | 20.2      | 47.3     | 74.2     | 16.2       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 9.2°C il 6/4 alle ore 4.30

Max: 22.3 il 1/4 alle ore 15.40

**Umidità**

Min: 24.8% il 25/4 alle ore 12.10

Max: 92.7% il 9/4 alle ore 0.20

**Pressione**

Min: 996.6 hPa il 21/4 alle ore 8.00

Max: 1018.5 hPa il 25/4 alle ore 9.20

**Velocità del vento**

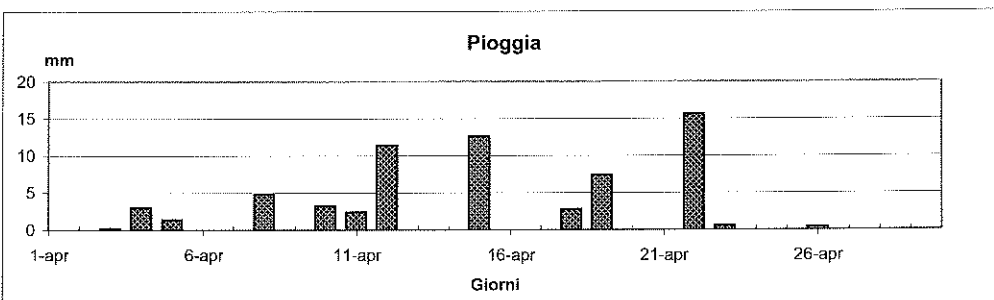
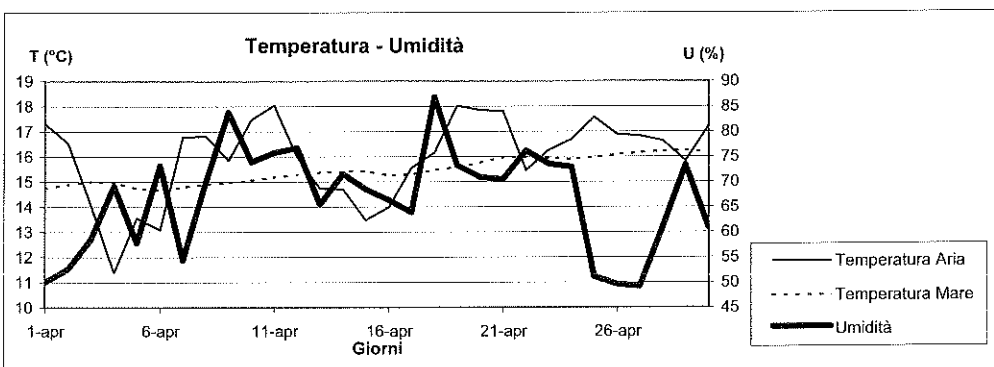
Max: 15.0 m/s il 15/4 alle ore 11.40

**Radiazione totale**

Max: 1099.0 W/m² il 12/4 alle ore 12.30

**Radiazione UVb**

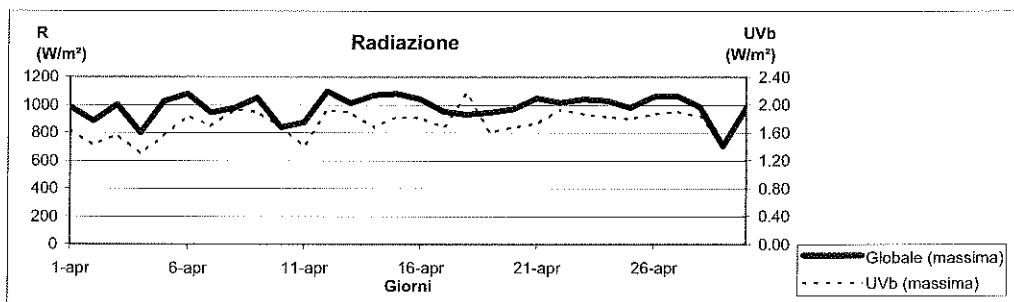
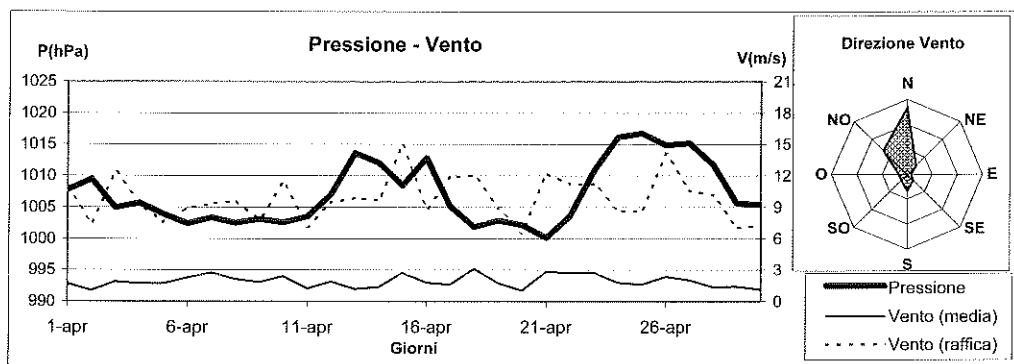
Max: 2.160 W/m² il 18/4 alle ore 12.40



## APRILE 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|---------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/4/08  | 1007.7 | 0.0    | 1.7     | 294.8                | 0.390                  | 1005.8                 | 1011.4                 | 10.9                    | 984.7                                | 1.640                                  |
| 2/4/08  | 1009.4 | 0.0    | 1.0     | 259.0                | 0.334                  | 1007.0                 | 1011.9                 | 7.4                     | 886.3                                | 1.420                                  |
| 3/4/08  | 1004.9 | 45.0   | 1.9     | 213.4                | 0.295                  | 1003.6                 | 1007.0                 | 12.4                    | 1000.9                               | 1.570                                  |
| 4/4/08  | 1005.7 | 0.0    | 1.7     | 74.8                 | 0.130                  | 1003.9                 | 1006.4                 | 9.3                     | 799.3                                | 1.300                                  |
| 5/4/08  | 1003.9 | 0.0    | 1.7     | 206.2                | 0.285                  | 1001.7                 | 1006.0                 | 7.6                     | 1025.8                               | 1.550                                  |
| 6/4/08  | 1002.4 | 0.0    | 2.3     | 259.5                | 0.365                  | 1000.9                 | 1003.9                 | 8.9                     | 1079.6                               | 1.850                                  |
| 7/4/08  | 1003.4 | 180.0  | 2.7     | 307.1                | 0.438                  | 1002.7                 | 1004.2                 | 9.3                     | 944.0                                | 1.700                                  |
| 8/4/08  | 1002.5 | 0.0    | 2.1     | 133.5                | 0.233                  | 1000.9                 | 1003.9                 | 9.6                     | 977.2                                | 1.930                                  |
| 9/4/08  | 1003.1 | 0.0    | 1.8     | 257.7                | 0.397                  | 1001.8                 | 1004.5                 | 7.8                     | 1051.1                               | 1.900                                  |
| 10/4/08 | 1002.5 | 0.0    | 2.4     | 156.0                | 0.287                  | 1001.1                 | 1005.2                 | 11.4                    | 837.6                                | 1.690                                  |
| 11/4/08 | 1003.5 | 135.0  | 1.2     | 217.3                | 0.291                  | 1001.9                 | 1005.2                 | 7.1                     | 874.8                                | 1.410                                  |
| 12/4/08 | 1007.0 | 315.0  | 1.9     | 146.3                | 0.224                  | 1003.5                 | 1011.4                 | 9.4                     | 1099.0                               | 1.920                                  |
| 13/4/08 | 1013.6 | 315.0  | 1.2     | 260.2                | 0.377                  | 1011.4                 | 1015.0                 | 9.9                     | 1013.6                               | 1.890                                  |
| 14/4/08 | 1012.0 | 270.0  | 1.4     | 297.2                | 0.390                  | 1009.5                 | 1014.4                 | 9.6                     | 1069.3                               | 1.680                                  |
| 15/4/08 | 1008.4 | 315.0  | 2.7     | 225.7                | 0.327                  | 1007.0                 | 1012.0                 | 15.0                    | 1078.4                               | 1.830                                  |
| 16/4/08 | 1012.8 | 0.0    | 1.8     | 325.6                | 0.454                  | 1011.8                 | 1014.2                 | 8.8                     | 1041.2                               | 1.810                                  |
| 17/4/08 | 1005.2 | 0.0    | 1.6     | 118.6                | 0.206                  | 1001.2                 | 1012.0                 | 11.8                    | 952.3                                | 1.680                                  |
| 18/4/08 | 1001.8 | 0.0    | 3.1     | 116.7                | 0.211                  | 1000.3                 | 1003.3                 | 12.0                    | 931.7                                | 2.160                                  |
| 19/4/08 | 1002.9 | 315.0  | 1.7     | 260.3                | 0.366                  | 1000.9                 | 1004.5                 | 8.9                     | 945.6                                | 1.610                                  |
| 20/4/08 | 1002.2 | 0.0    | 1.0     | 329.6                | 0.440                  | 998.6                  | 1003.9                 | 6.5                     | 971.3                                | 1.680                                  |
| 21/4/08 | 1000.2 | 0.0    | 2.8     | 222.3                | 0.291                  | 996.6                  | 1003.9                 | 12.2                    | 1049.5                               | 1.730                                  |
| 22/4/08 | 1003.6 | 0.0    | 2.7     | 209.2                | 0.298                  | 1000.2                 | 1006.4                 | 11.2                    | 1016.3                               | 1.930                                  |
| 23/4/08 | 1010.9 | 315.0  | 2.7     | 293.9                | 0.439                  | 1006.4                 | 1015.6                 | 11.2                    | 1042.0                               | 1.860                                  |
| 24/4/08 | 1016.1 | 0.0    | 1.8     | 319.4                | 0.462                  | 1015.0                 | 1017.4                 | 8.6                     | 1028.6                               | 1.830                                  |
| 25/4/08 | 1016.8 | 315.0  | 1.6     | 325.2                | 0.467                  | 1015.0                 | 1018.5                 | 8.6                     | 982.3                                | 1.800                                  |
| 26/4/08 | 1014.8 | 45.0   | 2.3     | 329.4                | 0.425                  | 1013.8                 | 1016.5                 | 14.1                    | 1057.1                               | 1.860                                  |
| 27/4/08 | 1015.2 | 315.0  | 2.0     | 294.3                | 0.417                  | 1013.7                 | 1016.3                 | 10.6                    | 1065.4                               | 1.910                                  |
| 28/4/08 | 1011.8 | 225.0  | 1.4     | 335.1                | 0.476                  | 1009.1                 | 1015.0                 | 10.1                    | 986.3                                | 1.830                                  |
| 29/4/08 | 1005.6 | 180.0  | 1.4     | 169.6                | 0.276                  | 1003.9                 | 1008.9                 | 7.0                     | 705.2                                | 1.390                                  |
| 30/4/08 | 1005.4 | 180.0  | 1.1     | 338.1                | 0.511                  | 1004.0                 | 1007.0                 | 7.2                     | 978.0                                | 1.900                                  |



**MAGGIO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/5/08  | 18.6  | 65.9 | 0.0    | 14.2      | 22.9      | 37.7     | 90.1     | 16.2       |
| 2/5/08  | 18.9  | 74.8 | 0.0    | 15.2      | 24.3      | 45.8     | 90.2     | 16.4       |
| 3/5/08  | 21.2  | 42.0 | 0.0    | 17.9      | 25.1      | 22.6     | 68.8     | 16.5       |
| 4/5/08  | 20.7  | 37.0 | 0.0    | 16.8      | 25.3      | 24.9     | 50.2     | 16.8       |
| 5/5/08  | 18.8  | 56.6 | 0.4    | 16.4      | 21.0      | 42.1     | 76.6     | 16.9       |
| 6/5/08  | 18.0  | 62.2 | 0.6    | 15.5      | 20.6      | 41.6     | 81.1     | 17.0       |
| 7/5/08  | 19.0  | 48.4 | 0.0    | 15.1      | 22.9      | 35.1     | 60.0     | 17.1       |
| 8/5/08  | 18.9  | 47.0 | 0.0    | 15.5      | 22.1      | 36.0     | 63.2     | 17.2       |
| 9/5/08  | 19.9  | 47.5 | 0.0    | 15.4      | 23.1      | 34.3     | 60.6     | 17.3       |
| 10/5/08 | 21.5  | 38.7 | 0.0    | 17.0      | 25.8      | 24.7     | 51.1     | 17.4       |
| 11/5/08 | 19.4  | 57.0 | 0.0    | 17.2      | 22.6      | 35.1     | 76.4     | 17.5       |
| 12/5/08 | 18.1  | 69.1 | 2.4    | 16.5      | 20.1      | 55.5     | 79.7     | 17.7       |
| 13/5/08 | 18.7  | 70.3 | 3.0    | 16.7      | 21.7      | 50.9     | 81.8     | 17.8       |
| 14/5/08 | 18.7  | 72.9 | 1.8    | 15.6      | 21.8      | 57.3     | 86.2     | 17.8       |
| 15/5/08 | 18.6  | 77.0 | 0.0    | 17.2      | 20.6      | 66.4     | 85.1     | 17.9       |
| 16/5/08 | 19.1  | 73.4 | 0.0    | 16.8      | 21.2      | 59.2     | 83.5     | 18.0       |
| 17/5/08 | 23.1  | 56.9 | 0.0    | 18.9      | 29.2      | 28.2     | 75.3     | 18.3       |
| 18/5/08 | 20.9  | 69.1 | 0.0    | 19.1      | 22.7      | 52.0     | 81.4     | 18.6       |
| 19/5/08 | 21.8  | 69.1 | 0.2    | 18.2      | 27.5      | 42.7     | 87.0     | 18.9       |
| 20/5/08 | 18.1  | 79.2 | 23.6   | 15.7      | 19.9      | 65.7     | 89.9     | 19.0       |
| 21/5/08 | 18.0  | 82.5 | 10.6   | 16.2      | 19.6      | 74.5     | 89.5     | 19.0       |
| 22/5/08 | 19.0  | 75.2 | 0.0    | 17.4      | 21.3      | 55.8     | 86.7     | 18.9       |
| 23/5/08 | 18.9  | 73.3 | 0.0    | 16.7      | 21.3      | 60.0     | 82.3     | 19.1       |
| 24/5/08 | 20.7  | 61.8 | 0.0    | 16.9      | 24.8      | 35.4     | 82.8     | 19.4       |
| 25/5/08 | 23.1  | 50.8 | 0.0    | 18.6      | 27.4      | 22.7     | 74.1     | 19.7       |
| 26/5/08 | 26.6  | 43.6 | 0.0    | 21.1      | 31.3      | 24.6     | 62.5     | 19.9       |
| 27/5/08 | 27.2  | 42.9 | 0.0    | 22.1      | 32.4      | 26.6     | 60.9     | 20.1       |
| 28/5/08 | 27.7  | 40.0 | 0.0    | 23.9      | 32.1      | 23.2     | 56.2     | 20.4       |
| 29/5/08 | 24.8  | 55.2 | 0.0    | 20.1      | 28.2      | 35.6     | 84.0     | 21.0       |
| 30/5/08 | 20.6  | 73.7 | 0.0    | 19.4      | 22.1      | 66.3     | 82.2     | 21.2       |
| 31/5/08 | 21.3  | 70.0 | 0.0    | 18.3      | 24.3      | 57.5     | 79.8     | 21.3       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 14.2°C il 1/5 alle ore 5.20

Max: 32.4°C il 27/5 alle ore 12.30

**Umidità**

Min: 22.6% il 3/5 alle ore 17.50

Max: 90.2 il 2/5 alle ore 0.20

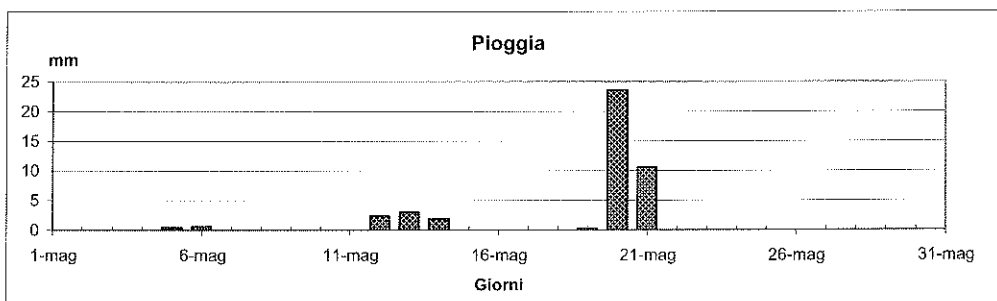
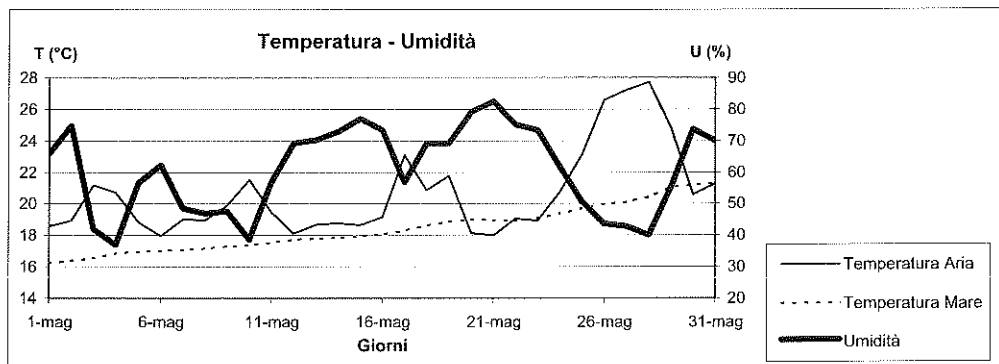
**Pressione**

Min: 991.2 hPa il 19/5 alle ore 17.20

Max: 1015.0 hPa il 3/5 alle ore 23.40

**Velocità del vento**

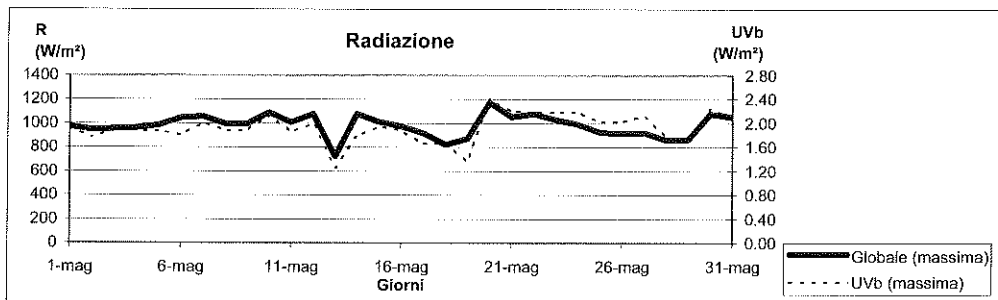
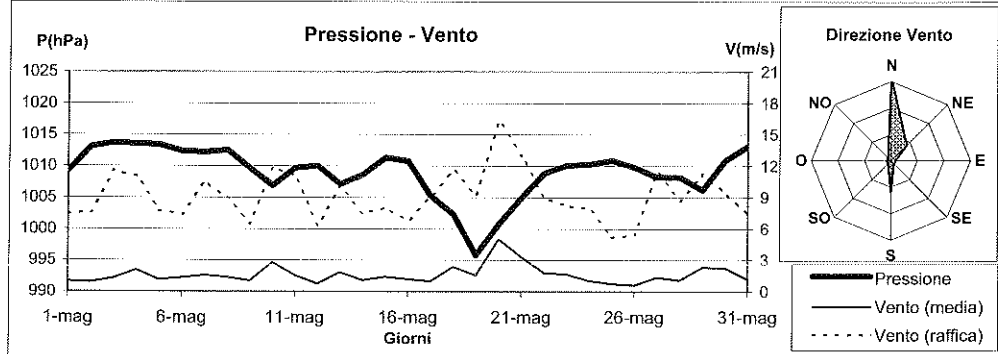
Max: 16.3 m/s il 20/5 alle ore 17.00

**Radiazione totale**Max: 1173.7 W/m<sup>2</sup> il 20/5 alle ore 12.10**Radiazione UVb**Max: 2.400 W/m<sup>2</sup> il 20/5 alle ore 11.40

## MAGGIO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m²) | UVb(W/m²) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m²) | UVb <sub>max</sub> (W/m²) |
|---------|--------|--------|---------|---------|-----------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1/5/08  | 1009.2 | 180.0  | 1.0     | 340.3   | 0.525     | 1007.0                 | 1012.6                 | 7.4                     | 973.2                   | 1.930                     |
| 2/5/08  | 1013.1 | 180.0  | 0.9     | 326.2   | 0.465     | 1011.9                 | 1014.4                 | 7.6                     | 944.4                   | 1.760                     |
| 3/5/08  | 1013.7 | 45.0   | 1.3     | 327.8   | 0.503     | 1012.5                 | 1015.0                 | 11.5                    | 954.7                   | 1.900                     |
| 4/5/08  | 1013.6 | 45.0   | 2.1     | 326.5   | 0.510     | 1011.9                 | 1015.0                 | 11.0                    | 963.0                   | 1.880                     |
| 5/5/08  | 1013.4 | 0.0    | 1.1     | 277.9   | 0.454     | 1013.0                 | 1014.2                 | 7.7                     | 984.7                   | 1.870                     |
| 6/5/08  | 1012.4 | 0.0    | 1.3     | 258.6   | 0.411     | 1011.3                 | 1013.8                 | 7.4                     | 1045.2                  | 1.810                     |
| 7/5/08  | 1012.2 | 45.0   | 1.6     | 294.1   | 0.414     | 1011.0                 | 1013.2                 | 10.5                    | 1056.7                  | 2.010                     |
| 8/5/08  | 1012.5 | 0.0    | 1.4     | 351.4   | 0.510     | 1011.4                 | 1013.2                 | 8.9                     | 993.8                   | 1.880                     |
| 9/5/08  | 1009.6 | 0.0    | 1.0     | 336.8   | 0.497     | 1007.6                 | 1011.4                 | 6.5                     | 994.6                   | 1.880                     |
| 10/5/08 | 1006.9 | 45.0   | 2.8     | 323.9   | 0.501     | 1004.5                 | 1008.9                 | 11.8                    | 1091.5                  | 2.130                     |
| 11/5/08 | 1009.7 | 0.0    | 1.6     | 295.8   | 0.446     | 1008.3                 | 1011.4                 | 11.1                    | 1007.2                  | 1.860                     |
| 12/5/08 | 1010.0 | 0.0    | 0.7     | 197.2   | 0.327     | 1008.9                 | 1011.1                 | 6.3                     | 1076.0                  | 1.990                     |
| 13/5/08 | 1007.1 | 0.0    | 1.8     | 114.9   | 0.181     | 1005.8                 | 1008.9                 | 10.0                    | 722.6                   | 1.260                     |
| 14/5/08 | 1008.6 | 0.0    | 1.1     | 300.4   | 0.408     | 1007.0                 | 1011.2                 | 7.5                     | 1079.2                  | 1.780                     |
| 15/5/08 | 1011.4 | 180.0  | 1.4     | 287.3   | 0.466     | 1010.2                 | 1012.0                 | 8.0                     | 1011.6                  | 1.940                     |
| 16/5/08 | 1010.8 | 0.0    | 1.2     | 286.0   | 0.425     | 1009.5                 | 1012.0                 | 6.8                     | 974.8                   | 1.880                     |
| 17/5/08 | 1005.2 | 0.0    | 1.0     | 279.5   | 0.427     | 1002.0                 | 1009.2                 | 9.1                     | 915.5                   | 1.660                     |
| 18/5/08 | 1002.3 | 0.0    | 2.4     | 233.3   | 0.355     | 1000.8                 | 1003.3                 | 11.6                    | 822.6                   | 1.680                     |
| 19/5/08 | 995.8  | 0.0    | 1.6     | 167.9   | 0.210     | 991.2                  | 1000.3                 | 9.2                     | 871.2                   | 1.360                     |
| 20/5/08 | 1000.7 | 0.0    | 5.0     | 206.0   | 0.360     | 996.6                  | 1003.3                 | 16.3                    | 1173.7                  | 2.400                     |
| 21/5/08 | 1004.9 | 0.0    | 3.3     | 162.6   | 0.304     | 1002.7                 | 1007.0                 | 13.0                    | 1051.5                  | 2.200                     |
| 22/5/08 | 1008.8 | 0.0    | 1.8     | 325.6   | 0.546     | 1006.4                 | 1010.7                 | 9.0                     | 1078.8                  | 2.190                     |
| 23/5/08 | 1010.1 | 0.0    | 1.7     | 362.1   | 0.595     | 1009.4                 | 1010.7                 | 8.2                     | 1026.6                  | 2.180                     |
| 24/5/08 | 1010.2 | 0.0    | 1.1     | 334.0   | 0.594     | 1008.2                 | 1011.8                 | 7.9                     | 989.1                   | 2.190                     |
| 25/5/08 | 1010.9 | 0.0    | 0.8     | 329.0   | 0.559     | 1010.1                 | 1011.9                 | 5.2                     | 925.8                   | 2.020                     |
| 26/5/08 | 1009.7 | 180.0  | 0.6     | 323.7   | 0.567     | 996.2                  | 1011.3                 | 5.4                     | 911.2                   | 2.020                     |
| 27/5/08 | 1008.2 | var.   | 1.4     | 340.0   | 0.612     | 1006.8                 | 1009.5                 | 11.4                    | 919.9                   | 2.130                     |
| 28/5/08 | 1008.2 | var.   | 1.1     | 306.9   | 0.500     | 1005.0                 | 1009.6                 | 8.7                     | 859.4                   | 1.770                     |
| 29/5/08 | 1006.1 | 180.0  | 2.3     | 166.0   | 0.265     | 1003.9                 | 1008.9                 | 11.2                    | 861.3                   | 1.680                     |
| 30/5/08 | 1010.9 | 180.0  | 2.2     | 350.2   | 0.581     | 1008.2                 | 1013.4                 | 9.5                     | 1078.0                  | 2.230                     |
| 31/5/08 | 1013.1 | var.   | 1.2     | 289.3   | 0.460     | 1012.5                 | 1014.1                 | 7.4                     | 1051.9                  | 2.120                     |



**GIUGNO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | T <sub>min</sub> (°C) | T <sub>max</sub> (°C) | U <sub>min</sub> (%) | U <sub>max</sub> (%) | T <sub>mare</sub> (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1/6/08  | 22.7  | 74.5 | 0.0    | 19.4                  | 27.7                  | 55.9                 | 84.5                 | 21.3                   |
| 2/6/08  | 24.5  | 65.7 | 0.0    | 21.5                  | 28.9                  | 41.3                 | 85.4                 | 21.4                   |
| 3/6/08  | 24.5  | 57.2 | 0.0    | 21.7                  | 29.1                  | 44.6                 | 73.1                 | 21.3                   |
| 4/6/08  | 21.7  | 70.9 | 0.2    | 20.3                  | 24.3                  | 58.6                 | 78.5                 | 21.2                   |
| 5/6/08  | 20.7  | 67.9 | 4.6    | 18.0                  | 22.7                  | 56.2                 | 79.5                 | 21.1                   |
| 6/6/08  | 18.3  | 77.0 | 52.8   | 15.0                  | 20.5                  | 64.6                 | 89.0                 | 20.9                   |
| 7/6/08  | 19.2  | 78.9 | 9.6    | 16.8                  | 22.3                  | 58.6                 | 89.3                 | 20.5                   |
| 8/6/08  | 20.0  | 76.2 | 1.2    | 18.7                  | 22.1                  | 60.3                 | 86.8                 | 20.4                   |
| 9/6/08  | 20.9  | 69.2 | 0.0    | 17.8                  | 23.7                  | 56.7                 | 82.3                 | 20.5                   |
| 10/6/08 | 22.9  | 63.9 | 0.0    | 19.4                  | 26.3                  | 47.5                 | 76.4                 | 20.7                   |
| 11/6/08 | 22.6  | 67.9 | 0.0    | 20.5                  | 25.0                  | 48.2                 | 78.9                 | 20.9                   |
| 12/6/08 | 20.4  | 74.3 | 6.2    | 18.3                  | 21.9                  | 62.2                 | 82.3                 | 21.1                   |
| 13/6/08 | 21.1  | 73.0 | 1.0    | 17.6                  | 24.0                  | 56.0                 | 88.3                 | 21.2                   |
| 14/6/08 | 21.0  | 64.6 | 0.0    | 19.5                  | 22.6                  | 51.4                 | 72.9                 | 21.4                   |
| 15/6/08 | 20.5  | 65.2 | 0.0    | 18.0                  | 22.6                  | 51.3                 | 75.1                 | 21.4                   |
| 16/6/08 | 21.8  | 63.7 | 0.0    | 18.9                  | 25.6                  | 44.5                 | 76.6                 | 21.4                   |
| 17/6/08 | 25.6  | 54.3 | 0.0    | 21.8                  | 29.1                  | 41.3                 | 66.8                 | 21.6                   |
| 18/6/08 | 24.1  | 73.0 | 0.0    | 22.3                  | 27.3                  | 47.6                 | 89.2                 | 21.7                   |
| 19/6/08 | 24.1  | 73.2 | 0.0    | 21.2                  | 28.2                  | 51.5                 | 87.6                 | 21.8                   |
| 20/6/08 | 25.1  | 76.6 | 0.0    | 22.2                  | 30.2                  | 45.0                 | 88.1                 | 22.0                   |
| 21/6/08 | 26.6  | 61.4 | 0.0    | 22.6                  | 32.8                  | 27.5                 | 83.0                 | 22.3                   |
| 22/6/08 | 26.6  | 57.2 | 0.0    | 24.1                  | 28.8                  | 38.2                 | 77.8                 | 22.5                   |
| 23/6/08 | 26.5  | 70.7 | 0.0    | 23.9                  | 32.0                  | 39.5                 | 82.4                 | 22.9                   |
| 24/6/08 | 27.0  | 71.8 | 0.0    | 24.3                  | 33.0                  | 45.4                 | 84.4                 | 23.1                   |
| 25/6/08 | 28.0  | 70.0 | 0.0    | 25.4                  | 33.8                  | 45.0                 | 81.9                 | 23.6                   |
| 26/6/08 | 27.8  | 66.6 | 0.0    | 26.0                  | 29.3                  | 52.3                 | 75.4                 | 23.9                   |
| 27/6/08 | 27.4  | 65.2 | 0.0    | 25.3                  | 31.4                  | 41.5                 | 77.2                 | 23.9                   |
| 28/6/08 | 27.1  | 66.4 | 0.2    | 24.7                  | 31.8                  | 48.8                 | 81.2                 | 24.0                   |
| 29/6/08 | 27.9  | 63.6 | 0.0    | 24.3                  | 32.3                  | 37.5                 | 80.8                 | 24.2                   |
| 30/6/08 | 27.7  | 71.2 | 0.0    | 25.2                  | 31.7                  | 41.5                 | 84.0                 | 24.6                   |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 15.0°C il 6/6 alle ore 4.20

Max: 33.8°C il 25/6 alle ore 15.30

**Umidità**

Min: 27.5% il 21/6 alle ore 16.50

Max: 89.3% il 7/6 alle ore 0.10

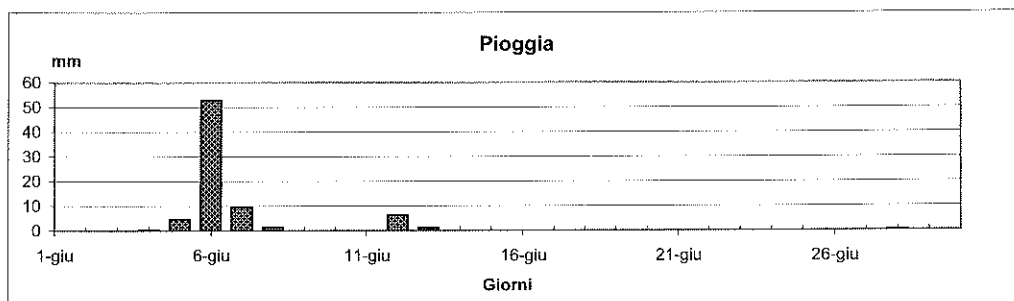
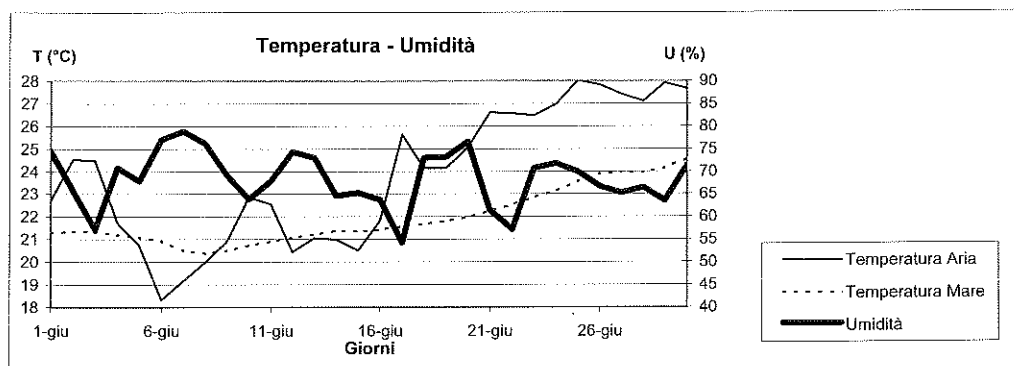
**Pressione**

Min: 1004.5 hPa il 2/6 alle ore 16.50

Max: 1015.0 hPa il 22/6 alle ore 21.50

**Velocità del vento**

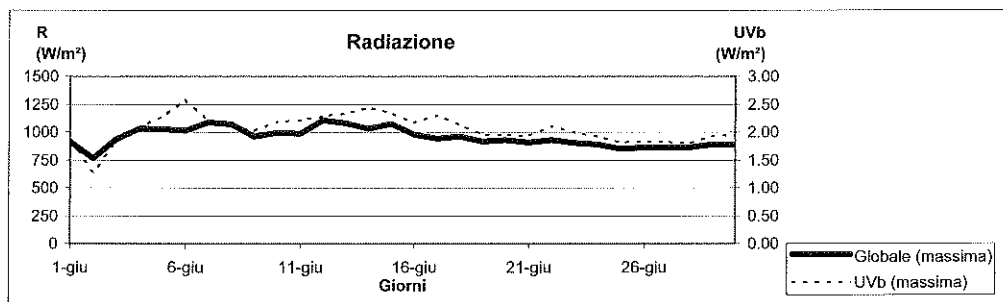
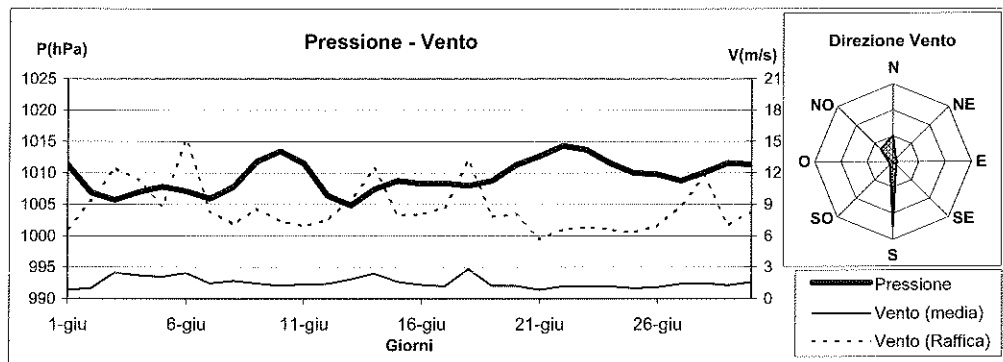
Max: 13.2 m/s il 18/6 alle ore 5.40

**Radiazione totale**Max: 1106.1 W/m<sup>2</sup> il 12/6 alle ore 11.00**Radiazione UVb**Max: 2.580 W/m<sup>2</sup> il 6/6 alle ore 11.50

## GIUGNO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|---------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/6/08  | 1011.3 | var.   | 0.9     | 298.1                | 0.479                  | 1009.4                 | 1013.8                 | 6.7                     | 910.8                                | 1.820                                  |
| 2/6/08  | 1006.9 | var.   | 1.0     | 141.1                | 0.214                  | 1004.5                 | 1009.5                 | 9.3                     | 767.6                                | 1.280                                  |
| 3/6/08  | 1005.7 | 315.0  | 2.5     | 264.8                | 0.416                  | 1004.6                 | 1007.0                 | 12.5                    | 932.1                                | 1.820                                  |
| 4/6/08  | 1007.0 | var.   | 2.2     | 308.3                | 0.482                  | 1005.8                 | 1008.9                 | 11.3                    | 1032.2                               | 2.090                                  |
| 5/6/08  | 1007.8 | var.   | 2.1     | 324.3                | 0.551                  | 1007.0                 | 1008.9                 | 8.8                     | 1028.2                               | 2.270                                  |
| 6/6/08  | 1007.1 | 180.0  | 2.5     | 182.0                | 0.343                  | 1005.8                 | 1008.3                 | 15.2                    | 1012.8                               | 2.580                                  |
| 7/6/08  | 1005.9 | var.   | 1.5     | 226.4                | 0.426                  | 1005.1                 | 1007.0                 | 8.4                     | 1086.7                               | 2.200                                  |
| 8/6/08  | 1007.8 | var.   | 1.7     | 237.7                | 0.416                  | 1006.4                 | 1010.7                 | 7.1                     | 1071.3                               | 2.110                                  |
| 9/6/08  | 1011.8 | 0.0    | 1.5     | 347.9                | 0.568                  | 1010.1                 | 1013.9                 | 8.6                     | 959.4                                | 2.030                                  |
| 10/6/08 | 1013.5 | 0.0    | 1.2     | 340.4                | 0.576                  | 1012.0                 | 1014.3                 | 7.4                     | 994.2                                | 2.190                                  |
| 11/6/08 | 1011.5 | 0.0    | 1.4     | 331.2                | 0.589                  | 1008.9                 | 1013.2                 | 6.9                     | 987.5                                | 2.210                                  |
| 12/6/08 | 1006.4 | 315.0  | 1.4     | 219.9                | 0.446                  | 1004.5                 | 1008.9                 | 7.5                     | 1106.1                               | 2.280                                  |
| 13/6/08 | 1004.8 | 0.0    | 1.8     | 318.5                | 0.568                  | 1003.2                 | 1007.0                 | 9.5                     | 1078.8                               | 2.340                                  |
| 14/6/08 | 1007.4 | 0.0    | 2.4     | 269.8                | 0.466                  | 1006.3                 | 1008.9                 | 12.4                    | 1032.2                               | 2.440                                  |
| 15/6/08 | 1008.7 | var.   | 1.6     | 338.7                | 0.578                  | 1007.6                 | 1009.5                 | 8.0                     | 1076.0                               | 2.340                                  |
| 16/6/08 | 1008.3 | var.   | 1.3     | 351.6                | 0.601                  | 1006.3                 | 1009.5                 | 8.0                     | 979.2                                | 2.170                                  |
| 17/6/08 | 1008.3 | 315.0  | 1.2     | 200.0                | 0.355                  | 1006.8                 | 1011.2                 | 8.7                     | 944.4                                | 2.300                                  |
| 18/6/08 | 1008.0 | 180.0  | 2.8     | 286.3                | 0.509                  | 1004.7                 | 1010.2                 | 13.2                    | 959.8                                | 2.130                                  |
| 19/6/08 | 1008.8 | 180.0  | 1.2     | 340.2                | 0.555                  | 1009.5                 | 1011.4                 | 7.8                     | 914.7                                | 1.960                                  |
| 20/6/08 | 1011.2 | 180.0  | 1.2     | 345.0                | 0.567                  | 1010.0                 | 1012.5                 | 8.0                     | 927.0                                | 1.960                                  |
| 21/6/08 | 1012.7 | 180.0  | 0.9     | 344.5                | 0.570                  | 1011.8                 | 1014.3                 | 5.7                     | 908.4                                | 1.930                                  |
| 22/6/08 | 1014.3 | 180.0  | 1.2     | 349.6                | 0.608                  | 1013.5                 | 1015.0                 | 6.6                     | 929.3                                | 2.110                                  |
| 23/6/08 | 1013.7 | 180.0  | 1.2     | 337.0                | 0.577                  | 1011.9                 | 1014.9                 | 6.8                     | 903.3                                | 1.990                                  |
| 24/6/08 | 1011.6 | 180.0  | 1.2     | 323.1                | 0.547                  | 1009.9                 | 1013.1                 | 6.6                     | 887.4                                | 1.920                                  |
| 25/6/08 | 1010.0 | 180.0  | 1.0     | 314.3                | 0.517                  | 1008.7                 | 1011.3                 | 6.3                     | 849.1                                | 1.810                                  |
| 26/6/08 | 1009.8 | 180.0  | 1.1     | 315.6                | 0.516                  | 1008.8                 | 1010.5                 | 6.9                     | 862.1                                | 1.830                                  |
| 27/6/08 | 1008.7 | 180.0  | 1.4     | 322.7                | 0.531                  | 1007.5                 | 1009.5                 | 8.9                     | 864.9                                | 1.820                                  |
| 28/6/08 | 1010.1 | 180.0  | 1.5     | 272.4                | 0.472                  | 1008.1                 | 1012.0                 | 11.7                    | 864.5                                | 1.800                                  |
| 29/6/08 | 1011.6 | 180.0  | 1.3     | 329.3                | 0.565                  | 1010.6                 | 1012.5                 | 7.0                     | 887.8                                | 1.930                                  |
| 30/6/08 | 1011.3 | 180.0  | 1.6     | 324.9                | 0.563                  | 1010.0                 | 1012.1                 | 8.3                     | 889.4                                | 1.950                                  |



**LUGLIO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/7/08  | 27.1  | 67.5 | 2.0    | 23.9      | 31.9      | 48.2     | 80.1     | 24.9       |
| 2/7/08  | 27.7  | 60.7 | 0.0    | 23.9      | 32.4      | 46.4     | 76.9     | 25.0       |
| 3/7/08  | 27.4  | 73.5 | 0.0    | 25.3      | 29.7      | 59.1     | 84.2     | 25.1       |
| 4/7/08  | 27.1  | 73.4 | 0.0    | 25.3      | 29.7      | 51.7     | 81.7     | 25.1       |
| 5/7/08  | 27.1  | 69.7 | 0.0    | 24.9      | 29.0      | 55.2     | 82.8     | 25.2       |
| 6/7/08  | 26.7  | 73.6 | 0.0    | 25.1      | 28.4      | 65.7     | 80.4     | 25.5       |
| 7/7/08  | 27.1  | 73.5 | 0.0    | 24.8      | 29.7      | 59.2     | 81.9     | 25.7       |
| 8/7/08  | 27.1  | 69.0 | 0.0    | 25.2      | 29.0      | 54.4     | 81.1     | 25.8       |
| 9/7/08  | 25.4  | 71.5 | 0.0    | 24.0      | 27.8      | 60.0     | 78.3     | 25.9       |
| 10/7/08 | 25.6  | 68.6 | 0.0    | 23.0      | 28.6      | 45.3     | 78.3     | 25.8       |
| 11/7/08 | 26.6  | 61.6 | 0.0    | 23.5      | 30.1      | 37.7     | 72.4     | 25.8       |
| 12/7/08 | 27.4  | 56.1 | 0.0    | 23.5      | 31.6      | 31.0     | 70.2     | 25.9       |
| 13/7/08 | 28.4  | 54.0 | 0.0    | 24.4      | 32.8      | 27.4     | 85.2     | 25.9       |
| 14/7/08 | 26.1  | 61.5 | 0.0    | 23.0      | 28.7      | 38.3     | 88.0     | 25.8       |
| 15/7/08 | 25.3  | 52.4 | 0.0    | 21.4      | 29.1      | 39.1     | 68.7     | 25.4       |
| 16/7/08 | 26.2  | 42.8 | 0.0    | 22.7      | 29.9      | 28.9     | 62.9     | 24.9       |
| 17/7/08 | 25.4  | 63.6 | 0.0    | 23.3      | 28.2      | 46.5     | 73.2     | 24.6       |
| 18/7/08 | 25.2  | 71.4 | 0.0    | 23.2      | 27.4      | 59.2     | 80.9     | 24.4       |
| 19/7/08 | 25.8  | 62.3 | 0.0    | 23.1      | 29.2      | 47.0     | 76.4     | 24.4       |
| 20/7/08 | 26.0  | 69.8 | 0.0    | 23.1      | 29.3      | 47.1     | 85.2     | 24.4       |
| 21/7/08 | 25.5  | 71.8 | 0.0    | 23.6      | 28.0      | 53.6     | 80.8     | 24.5       |
| 22/7/08 | 24.9  | 63.9 | 0.0    | 21.9      | 28.3      | 47.1     | 81.2     | 24.5       |
| 23/7/08 | 23.9  | 42.9 | 0.0    | 20.2      | 27.2      | 27.7     | 59.9     | 24.3       |
| 24/7/08 | 24.5  | 48.4 | 0.0    | 21.0      | 28.1      | 30.1     | 65.7     | 24.0       |
| 25/7/08 | 24.1  | 71.3 | 0.0    | 22.6      | 25.5      | 63.4     | 76.7     | 23.7       |
| 26/7/08 | 25.1  | 65.4 | 0.0    | 22.3      | 30.0      | 36.4     | 77.2     | 23.5       |
| 27/7/08 | 25.3  | 71.2 | 0.0    | 22.8      | 29.2      | 47.9     | 81.8     | 23.5       |
| 28/7/08 | 27.1  | 60.6 | 0.0    | 23.3      | 31.0      | 44.2     | 80.2     | 23.5       |
| 29/7/08 | 27.8  | 57.0 | 0.0    | 24.4      | 31.7      | 39.0     | 70.6     | 23.6       |
| 30/7/08 | 27.7  | 63.9 | 0.0    | 24.9      | 31.5      | 37.6     | 77.4     | 23.7       |
| 31/7/08 | 27.4  | 70.1 | 0.0    | 24.9      | 31.9      | 51.6     | 79.4     | 24.1       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 20.2°C il 23/7 alle ore 5.10

Max: 32.8°C il 13/7 alle ore 12.10

**Umidità**

Min: 27.4% il 13/7 alle ore 12.10

Max: 88.0% il 14/7 alle ore 0.50

**Pressione**

Min: 1003.3 hPa il 22/7 alle ore 7.40

Max: 1017.4 hPa il 15/7 alle ore 22.50

**Velocità del vento**

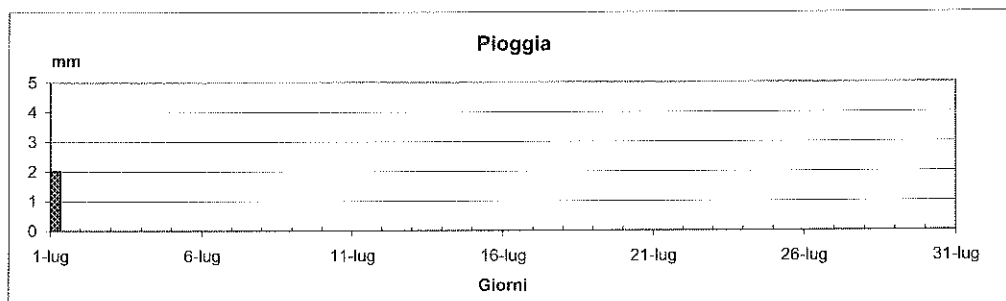
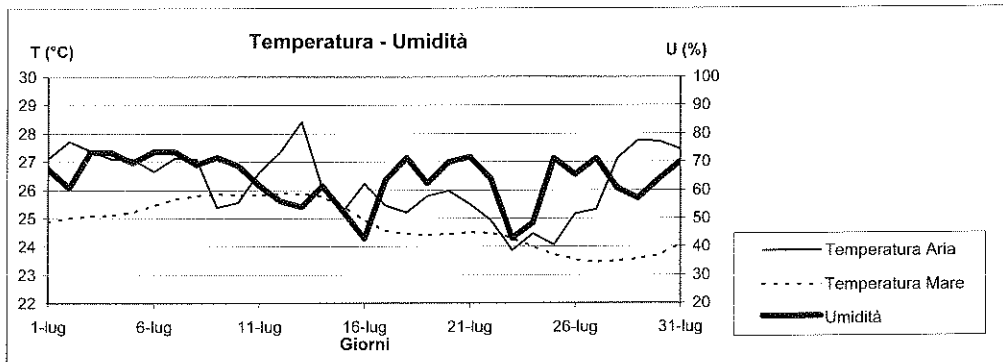
Max: 17.1 m/s il 14/7 alle ore 17.20

**Radiazione totale**

Max: 1013.6 W/m² il 23/7 alle ore 14.10

**Radiazione UVb**

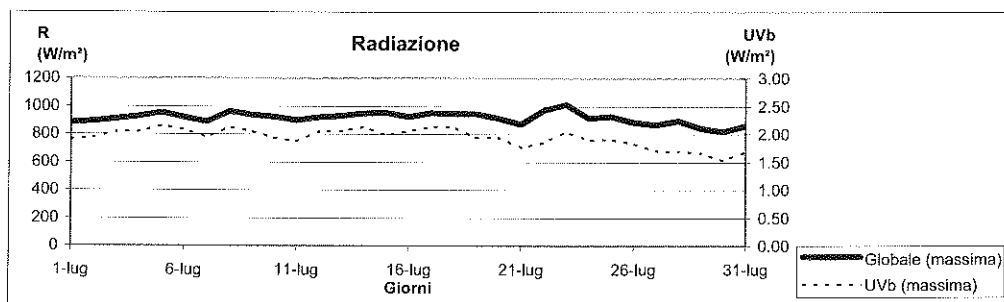
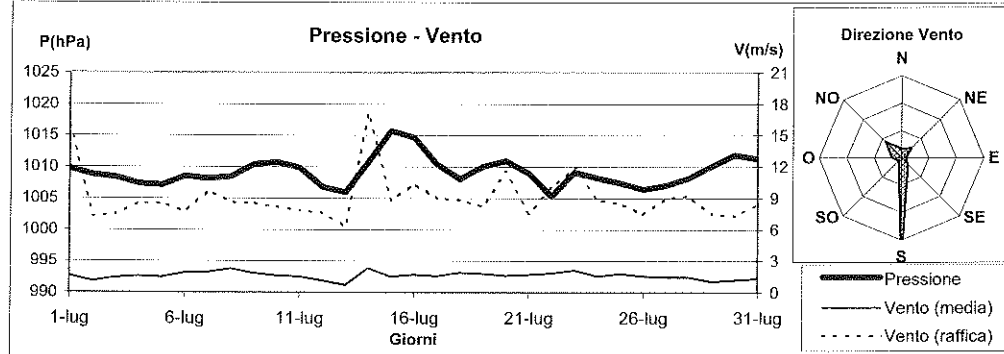
Max: 2.150 W/m² il 5/7 alle ore 11.40



## LUGLIO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|---------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/7/08  | 1009.7 | 180.0  | 1.6     | 243.2                | 0.430                  | 1007.1                 | 1011.3                 | 16.0                    | 883.1                                | 1.900                                  |
| 2/7/08  | 1008.7 | 180.0  | 1.1     | 309.2                | 0.537                  | 1006.9                 | 1010.1                 | 7.3                     | 893.8                                | 1.940                                  |
| 3/7/08  | 1008.4 | 180.0  | 1.4     | 330.1                | 0.574                  | 1008.4                 | 1008.9                 | 7.5                     | 908.4                                | 2.040                                  |
| 4/7/08  | 1007.4 | 180.0  | 1.6     | 326.3                | 0.574                  | 1006.2                 | 1008.6                 | 8.5                     | 926.6                                | 2.040                                  |
| 5/7/08  | 1007.1 | 180.0  | 1.5     | 299.0                | 0.530                  | 1006.4                 | 1008.8                 | 8.5                     | 957.4                                | 2.150                                  |
| 6/7/08  | 1008.5 | 180.0  | 1.9     | 332.9                | 0.598                  | 1007.6                 | 1009.4                 | 7.7                     | 920.6                                | 2.090                                  |
| 7/7/08  | 1008.2 | 180.0  | 1.9     | 318.9                | 0.547                  | 1007.4                 | 1008.8                 | 9.7                     | 887.0                                | 1.940                                  |
| 8/7/08  | 1008.4 | 180.0  | 2.2     | 319.9                | 0.566                  | 1007.2                 | 1010.6                 | 8.6                     | 961.8                                | 2.120                                  |
| 9/7/08  | 1010.4 | 180.0  | 1.8     | 337.5                | 0.584                  | 1009.4                 | 1011.4                 | 8.5                     | 939.2                                | 2.050                                  |
| 10/7/08 | 1010.7 | 180.0  | 1.6     | 341.9                | 0.550                  | 1009.4                 | 1011.4                 | 8.2                     | 922.2                                | 1.930                                  |
| 11/7/08 | 1009.9 | 180.0  | 1.5     | 331.3                | 0.534                  | 1008.1                 | 1011.2                 | 7.8                     | 899.3                                | 1.870                                  |
| 12/7/08 | 1006.8 | 180.0  | 1.1     | 345.4                | 0.590                  | 1005.0                 | 1009.1                 | 7.6                     | 921.0                                | 2.040                                  |
| 13/7/08 | 1005.9 | 180.0  | 0.7     | 227.1                | 0.420                  | 1004.4                 | 1007.6                 | 6.3                     | 931.7                                | 2.050                                  |
| 14/7/08 | 1010.7 | 315.0  | 2.3     | 262.7                | 0.485                  | 1007.1                 | 1015.0                 | 17.1                    | 947.9                                | 2.130                                  |
| 15/7/08 | 1015.7 | 315.0  | 1.5     | 318.5                | 0.517                  | 1014.8                 | 1017.4                 | 8.8                     | 952.7                                | 1.970                                  |
| 16/7/08 | 1014.6 | 45.0   | 1.7     | 338.2                | 0.582                  | 1012.2                 | 1017.3                 | 10.4                    | 923.4                                | 2.060                                  |
| 17/7/08 | 1010.4 | 180.0  | 1.6     | 307.0                | 0.511                  | 1008.8                 | 1013.0                 | 9.0                     | 951.1                                | 2.120                                  |
| 18/7/08 | 1008.1 | 180.0  | 1.9     | 308.0                | 0.508                  | 1007.0                 | 1009.4                 | 8.8                     | 946.4                                | 2.120                                  |
| 19/7/08 | 1010.0 | 315.0  | 1.8     | 322.1                | 0.515                  | 1008.9                 | 1012.0                 | 8.2                     | 945.2                                | 1.940                                  |
| 20/7/08 | 1010.9 | 180.0  | 1.6     | 329.9                | 0.539                  | 1010.0                 | 1011.9                 | 11.5                    | 912.0                                | 1.940                                  |
| 21/7/08 | 1009.0 | 180.0  | 1.7     | 288.3                | 0.462                  | 1005.4                 | 1011.3                 | 7.6                     | 870.4                                | 1.760                                  |
| 22/7/08 | 1005.3 | 45.0   | 1.8     | 240.2                | 0.369                  | 1003.3                 | 1008.9                 | 10.0                    | 970.9                                | 1.850                                  |
| 23/7/08 | 1009.1 | 0.0    | 2.1     | 312.8                | 0.485                  | 1008.8                 | 1010.0                 | 11.9                    | 1013.6                               | 2.040                                  |
| 24/7/08 | 1008.2 | 270.0  | 1.6     | 325.9                | 0.518                  | 1006.9                 | 1009.5                 | 8.8                     | 912.0                                | 1.890                                  |
| 25/7/08 | 1007.4 | 180.0  | 1.8     | 319.0                | 0.517                  | 1006.7                 | 1008.3                 | 8.5                     | 925.8                                | 1.900                                  |
| 26/7/08 | 1006.4 | 180.0  | 1.6     | 323.3                | 0.512                  | 1005.0                 | 1007.0                 | 7.5                     | 886.6                                | 1.830                                  |
| 27/7/08 | 1007.0 | 135.0  | 1.4     | 271.7                | 0.439                  | 1005.6                 | 1008.9                 | 9.0                     | 867.7                                | 1.700                                  |
| 28/7/08 | 1008.2 | 315.0  | 1.5     | 299.6                | 0.456                  | 1007.4                 | 1009.5                 | 9.2                     | 894.6                                | 1.890                                  |
| 29/7/08 | 1010.1 | 180.0  | 1.1     | 302.2                | 0.470                  | 1009.1                 | 1011.9                 | 7.5                     | 842.4                                | 1.660                                  |
| 30/7/08 | 1011.9 | 180.0  | 1.2     | 280.3                | 0.424                  | 1011.1                 | 1012.5                 | 7.3                     | 816.3                                | 1.530                                  |
| 31/7/08 | 1011.2 | 180.0  | 1.3     | 290.1                | 0.441                  | 1010.0                 | 1012.1                 | 8.4                     | 860.2                                | 1.680                                  |



**AGOSTO 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | T <sub>min</sub> (°C) | T <sub>max</sub> (°C) | U <sub>min</sub> (%) | U <sub>max</sub> (%) | T <sub>mare</sub> (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1/8/08  | 27.4  | 74.3 | 0.0    | 24.4                  | 31.9                  | 45.0                 | 87.2                 | 24.3                   |
| 2/8/08  | 27.7  | 70.9 | 0.0    | 25.2                  | 31.4                  | 41.0                 | 83.0                 | 24.6                   |
| 3/8/08  | 28.1  | 65.1 | 0.0    | 25.4                  | 34.2                  | 32.6                 | 79.2                 | 24.8                   |
| 4/8/08  | 27.3  | 71.7 | 0.0    | 25.7                  | 31.2                  | 47.3                 | 81.3                 | 25.0                   |
| 5/8/08  | 26.7  | 73.3 | 0.0    | 24.7                  | 28.4                  | 53.6                 | 84.5                 | 25.3                   |
| 6/8/08  | 27.5  | 73.5 | 0.0    | 24.8                  | 30.2                  | 56.7                 | 80.6                 | 25.5                   |
| 7/8/08  | 27.8  | 74.8 | 0.0    | 25.3                  | 30.3                  | 65.0                 | 81.6                 | 25.6                   |
| 8/8/08  | 27.7  | 74.7 | 0.0    | 25.3                  | 30.7                  | 46.2                 | 87.9                 | 25.7                   |
| 9/8/08  | 27.0  | 69.5 | 0.0    | 25.2                  | 29.1                  | 51.4                 | 88.1                 | 25.8                   |
| 10/8/08 | 27.2  | 50.3 | 0.0    | 23.5                  | 31.4                  | 30.5                 | 70.0                 | 25.9                   |
| 11/8/08 | 27.0  | 56.1 | 0.0    | 24.3                  | 30.0                  | 39.0                 | 69.1                 | 25.9                   |
| 12/8/08 | 27.5  | 58.2 | 0.0    | 24.4                  | 31.9                  | 34.4                 | 72.2                 | 26.0                   |
| 13/8/08 | 28.4  | 48.3 | 0.0    | 24.8                  | 32.7                  | 29.9                 | 72.3                 | 26.0                   |
| 14/8/08 | 27.6  | 70.1 | 0.0    | 24.4                  | 31.1                  | 46.0                 | 81.4                 | 26.0                   |
| 15/8/08 | 27.1  | 71.1 | 0.0    | 24.3                  | 31.2                  | 34.7                 | 87.2                 | 26.0                   |
| 16/8/08 | 24.6  | 59.1 | 0.0    | 23.2                  | 26.2                  | 48.4                 | 68.4                 | 25.9                   |
| 17/8/08 | 24.6  | 63.7 | 0.0    | 22.6                  | 27.3                  | 51.2                 | 73.0                 | 25.6                   |
| 18/8/08 | 25.9  | 58.0 | 0.0    | 21.8                  | 29.4                  | 38.1                 | 75.9                 | 25.4                   |
| 19/8/08 | 27.6  | 43.7 | 0.0    | 24.0                  | 31.6                  | 31.0                 | 62.1                 | 25.5                   |
| 20/8/08 | 26.6  | 59.1 | 0.0    | 23.8                  | 30.2                  | 43.8                 | 76.1                 | 25.5                   |
| 21/8/08 | 27.5  | 64.3 | 0.0    | 23.8                  | 33.9                  | 35.8                 | 80.0                 | 25.4                   |
| 22/8/08 | 27.1  | 69.0 | 0.0    | 24.7                  | 30.8                  | 42.0                 | 80.4                 | 25.3                   |
| 23/8/08 | 26.1  | 65.7 | 0.0    | 23.9                  | 29.1                  | 40.0                 | 78.6                 | 25.3                   |
| 24/8/08 | 25.4  | 71.1 | 0.0    | 24.2                  | 27.6                  | 53.0                 | 77.8                 | 25.3                   |
| 25/8/08 | 25.4  | 64.6 | 0.0    | 22.3                  | 29.7                  | 44.5                 | 77.7                 | 25.3                   |
| 26/8/08 | 25.3  | 65.3 | 0.0    | 22.1                  | 28.1                  | 50.3                 | 79.3                 | 25.4                   |
| 27/8/08 | 25.6  | 61.4 | 0.0    | 23.3                  | 27.6                  | 47.2                 | 70.9                 | 25.4                   |
| 28/8/08 | 25.7  | 55.2 | 0.0    | 22.9                  | 29.1                  | 46.4                 | 64.6                 | 25.4                   |
| 29/8/08 | 25.6  | 58.0 | 0.0    | 22.0                  | 29.6                  | 38.4                 | 70.1                 | 25.3                   |
| 30/8/08 | 26.3  | 64.8 | 0.0    | 23.1                  | 30.8                  | 44.8                 | 76.2                 | 25.3                   |
| 31/8/08 | 26.4  | 69.7 | 0.0    | 23.8                  | 28.9                  | 52.1                 | 85.6                 | 25.3                   |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 21.8°C il 18/8 alle ore 6.00

Max: 34.2°C il 3/8 alle ore 16.00

**Umidità**

Min: 29.9% il 13/8 alle ore 17.10

Max: 85.6% il 31/8 alle ore 17.30

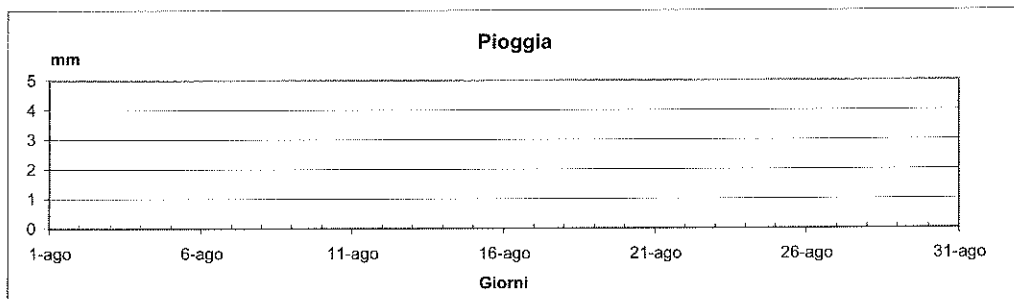
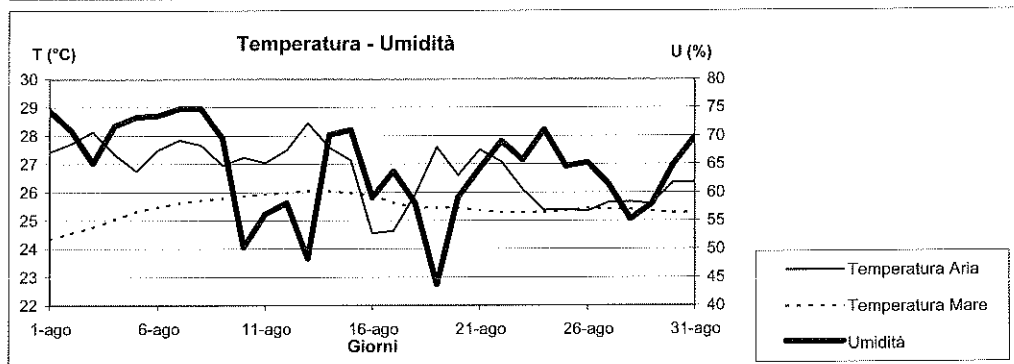
**Pressione**

Min: 1000.4 hPa il 15/8 alle ore 17.30

Max: 1013.1 hPa il 26/8 alle ore 22.40

**Velocità del vento**

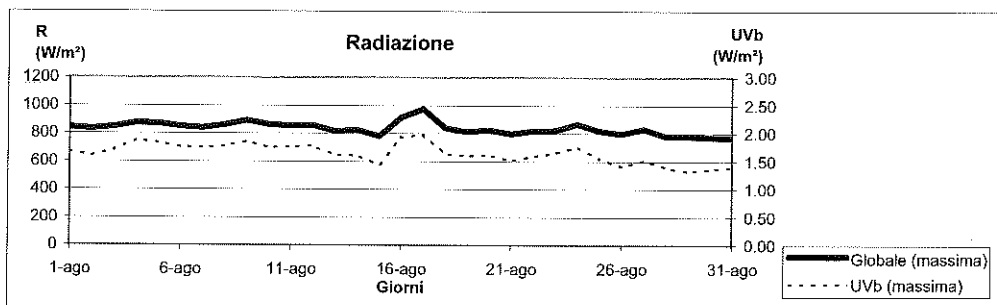
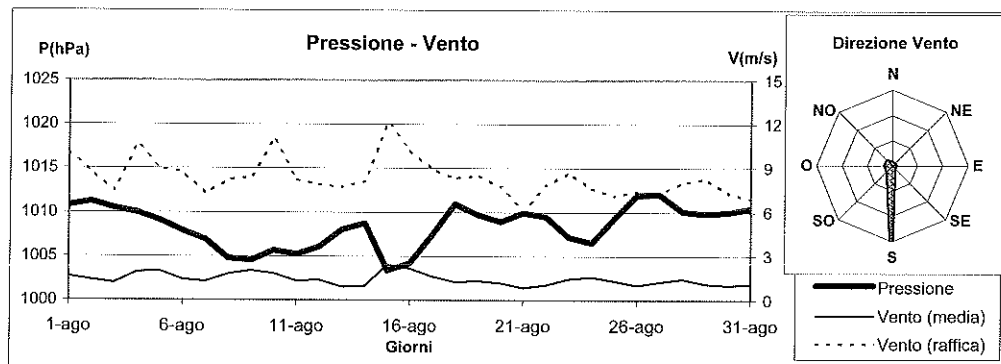
Max: 12.1 m/s il 15/8 alle ore 22.10

**Radiazione totale**Max: 971.7 W/m<sup>2</sup> il 17/8 alle ore 11.20**Radiazione UVb**Max: 1.970 W/m<sup>2</sup> il 17/8 alle ore 12.10

## AGOSTO 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|---------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/8/08  | 1010.8 | 180.0  | 1.6     | 302.3                | 0.465                  | 1009.3                 | 1011.3                 | 10.1                    | 843.5                                | 1.670                                  |
| 2/8/08  | 1011.2 | 180.0  | 1.4     | 293.7                | 0.448                  | 1010.0                 | 1012.0                 | 8.7                     | 831.7                                | 1.590                                  |
| 3/8/08  | 1010.5 | 180.0  | 1.2     | 300.4                | 0.468                  | 1008.7                 | 1011.3                 | 7.5                     | 846.3                                | 1.700                                  |
| 4/8/08  | 1010.0 | 180.0  | 1.9     | 305.8                | 0.512                  | 1008.7                 | 1010.7                 | 10.6                    | 873.6                                | 1.870                                  |
| 5/8/08  | 1009.1 | 180.0  | 2.0     | 311.1                | 0.510                  | 1008.2                 | 1010.1                 | 9.0                     | 869.6                                | 1.830                                  |
| 6/8/08  | 1007.9 | 225.0  | 1.4     | 288.2                | 0.463                  | 1006.3                 | 1009.4                 | 8.7                     | 848.7                                | 1.750                                  |
| 7/8/08  | 1006.9 | 180.0  | 1.3     | 292.8                | 0.473                  | 1005.7                 | 1008.2                 | 7.3                     | 837.2                                | 1.740                                  |
| 8/8/08  | 1004.7 | 180.0  | 1.8     | 291.5                | 0.481                  | 1003.0                 | 1006.4                 | 8.2                     | 858.6                                | 1.770                                  |
| 9/8/08  | 1004.6 | 180.0  | 2.0     | 288.6                | 0.492                  | 1003.2                 | 1006.5                 | 8.4                     | 893.0                                | 1.850                                  |
| 10/8/08 | 1005.7 | 315.0  | 1.8     | 303.3                | 0.476                  | 1004.4                 | 1006.4                 | 11.0                    | 862.5                                | 1.740                                  |
| 11/8/08 | 1005.2 | 180.0  | 1.3     | 302.9                | 0.481                  | 1004.4                 | 1006.1                 | 8.2                     | 853.0                                | 1.760                                  |
| 12/8/08 | 1006.1 | 180.0  | 1.4     | 298.4                | 0.482                  | 1004.5                 | 1007.0                 | 7.9                     | 856.6                                | 1.770                                  |
| 13/8/08 | 1008.0 | 180.0  | 0.9     | 290.3                | 0.443                  | 1007.0                 | 1009.5                 | 7.7                     | 813.5                                | 1.600                                  |
| 14/8/08 | 1008.7 | 180.0  | 1.0     | 285.2                | 0.440                  | 1007.5                 | 1010.1                 | 8.1                     | 826.2                                | 1.600                                  |
| 15/8/08 | 1003.4 | 180.0  | 2.4     | 232.0                | 0.362                  | 1000.4                 | 1007.6                 | 12.1                    | 779.1                                | 1.430                                  |
| 16/8/08 | 1004.2 | 270.0  | 2.2     | 260.0                | 0.428                  | 1002.6                 | 1006.5                 | 10.2                    | 913.1                                | 1.920                                  |
| 17/8/08 | 1007.4 | 180.0  | 1.6     | 284.4                | 0.455                  | 1005.8                 | 1010.3                 | 8.9                     | 971.7                                | 1.970                                  |
| 18/8/08 | 1010.9 | 180.0  | 1.2     | 289.5                | 0.437                  | 1010.1                 | 1012.0                 | 8.3                     | 840.4                                | 1.640                                  |
| 19/8/08 | 1009.7 | 180.0  | 1.3     | 285.1                | 0.439                  | 1007.6                 | 1011.9                 | 8.5                     | 810.3                                | 1.590                                  |
| 20/8/08 | 1008.9 | 180.0  | 1.2     | 283.6                | 0.437                  | 1008.1                 | 1010.4                 | 7.7                     | 826.2                                | 1.610                                  |
| 21/8/08 | 1009.9 | 180.0  | 0.8     | 270.7                | 0.399                  | 1008.1                 | 1010.7                 | 6.1                     | 795.7                                | 1.510                                  |
| 22/8/08 | 1009.5 | 180.0  | 1.1     | 275.8                | 0.419                  | 1007.6                 | 1010.7                 | 7.8                     | 819.4                                | 1.590                                  |
| 23/8/08 | 1007.2 | 180.0  | 1.5     | 271.9                | 0.430                  | 1005.7                 | 1008.8                 | 8.7                     | 819.8                                | 1.650                                  |
| 24/8/08 | 1006.5 | 180.0  | 1.6     | 267.8                | 0.430                  | 1004.5                 | 1008.7                 | 7.6                     | 868.9                                | 1.760                                  |
| 25/8/08 | 1009.3 | 180.0  | 1.3     | 277.8                | 0.412                  | 1007.9                 | 1011.5                 | 7.1                     | 817.5                                | 1.550                                  |
| 26/8/08 | 1012.0 | 180.0  | 1.0     | 271.3                | 0.381                  | 1011.2                 | 1013.1                 | 7.4                     | 796.5                                | 1.410                                  |
| 27/8/08 | 1012.0 | 180.0  | 1.3     | 270.3                | 0.389                  | 1010.7                 | 1013.1                 | 7.3                     | 830.9                                | 1.510                                  |
| 28/8/08 | 1010.1 | 180.0  | 1.5     | 263.4                | 0.364                  | 1008.2                 | 1011.4                 | 8.0                     | 780.3                                | 1.390                                  |
| 29/8/08 | 1009.8 | 180.0  | 1.1     | 257.9                | 0.344                  | 1008.2                 | 1010.7                 | 8.3                     | 777.5                                | 1.320                                  |
| 30/8/08 | 1010.0 | 180.0  | 1.0     | 255.0                | 0.358                  | 1008.2                 | 1010.7                 | 7.3                     | 772.0                                | 1.350                                  |
| 31/8/08 | 1010.4 | 180.0  | 1.1     | 251.7                | 0.357                  | 1009.4                 | 1011.4                 | 6.9                     | 768.8                                | 1.390                                  |



**SETTEMBRE 2008**

(medie giornaliere)

| Data    | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | T <sub>min</sub> (°C) | T <sub>max</sub> (°C) | U <sub>min</sub> (%) | U <sub>max</sub> (%) | T <sub>mare</sub> (°C) |
|---------|-------|------|--------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1/9/08  | 26.0  | 73.9 | 0.0    | 24.3                  | 28.8                  | 49.8                 | 86.9                 | 25.3                   |
| 2/9/08  | 25.7  | 71.0 | 0.0    | 23.5                  | 27.6                  | 59.4                 | 80.4                 | 25.3                   |
| 3/9/08  | 26.0  | 72.3 | 0.0    | 23.8                  | 28.2                  | 64.0                 | 80.9                 | 25.3                   |
| 4/9/08  | 25.7  | 72.3 | 0.0    | 23.2                  | 28.2                  | 59.3                 | 84.3                 | 25.4                   |
| 5/9/08  | 25.9  | 70.7 | 0.0    | 23.0                  | 28.7                  | 39.5                 | 81.1                 | 25.5                   |
| 6/9/08  | 28.4  | 50.3 | 0.0    | 24.5                  | 32.6                  | 27.0                 | 81.4                 | 25.5                   |
| 7/9/08  | 27.9  | 61.8 | 0.0    | 25.9                  | 30.0                  | 38.9                 | 87.8                 | 25.5                   |
| 8/9/08  | 26.8  | 73.7 | 0.0    | 24.3                  | 29.2                  | 43.4                 | 88.4                 | 25.5                   |
| 9/9/08  | 26.7  | 57.1 | 0.0    | 22.6                  | 30.9                  | 41.0                 | 78.2                 | 25.5                   |
| 10/9/08 | 27.9  | 45.4 | 0.0    | 24.4                  | 32.1                  | 34.8                 | 60.8                 | 25.5                   |
| 11/9/08 | 27.0  | 61.7 | 0.0    | 24.1                  | 30.0                  | 42.0                 | 80.5                 | 25.5                   |
| 12/9/08 | 26.3  | 78.3 | 0.0    | 24.6                  | 28.2                  | 66.9                 | 86.5                 | 25.6                   |
| 13/9/08 | 25.4  | 72.0 | 0.6    | 22.9                  | 27.6                  | 53.8                 | 86.6                 | 25.6                   |
| 14/9/08 | 21.5  | 70.3 | 18.6   | 18.4                  | 23.5                  | 49.6                 | 87.2                 | 25.4                   |
| 15/9/08 | 21.1  | 66.5 | 8.2    | 18.7                  | 23.7                  | 48.7                 | 80.8                 | 24.9                   |
| 16/9/08 | 20.1  | 64.7 | 0.0    | 17.7                  | 24.7                  | 43.8                 | 86.0                 | 24.6                   |
| 17/9/08 | 19.7  | 48.0 | 0.0    | 16.2                  | 23.8                  | 30.3                 | 59.4                 | 24.5                   |
| 18/9/08 | 20.6  | 55.7 | 0.0    | 16.6                  | 24.3                  | 44.0                 | 63.5                 | 24.4                   |
| 19/9/08 | 18.8  | 71.1 | 31.2   | 15.8                  | 22.6                  | 58.2                 | 89.8                 | 24.3                   |
| 20/9/08 | 17.8  | 54.6 | 0.0    | 16.0                  | 20.2                  | 42.8                 | 76.3                 | 23.9                   |
| 21/9/08 | 18.1  | 53.3 | 0.0    | 14.9                  | 21.1                  | 40.1                 | 63.2                 | 23.5                   |
| 22/9/08 | 17.7  | 66.0 | 2.8    | 14.6                  | 21.3                  | 47.1                 | 82.5                 | 23.3                   |
| 23/9/08 | 18.6  | 61.0 | 0.0    | 15.1                  | 22.6                  | 45.9                 | 73.9                 | 23.1                   |
| 24/9/08 | 19.4  | 60.0 | 0.0    | 17.5                  | 22.6                  | 50.1                 | 68.8                 | 22.9                   |
| 25/9/08 | 18.8  | 57.0 | 4.0    | 16.5                  | 23.3                  | 40.2                 | 67.3                 | 22.9                   |
| 26/9/08 | 18.5  | 51.0 | 0.0    | 15.5                  | 22.4                  | 36.8                 | 60.8                 | 22.7                   |
| 27/9/08 | 18.4  | 51.4 | 0.0    | 15.0                  | 22.8                  | 35.8                 | 65.2                 | 22.5                   |
| 28/9/08 | 18.2  | 53.0 | 0.0    | 15.0                  | 21.7                  | 37.6                 | 64.7                 | 22.4                   |
| 29/9/08 | 18.5  | 53.9 | 0.0    | 15.7                  | 21.5                  | 43.6                 | 62.6                 | 22.2                   |
| 30/9/08 | 19.5  | 61.6 | 0.0    | 16.2                  | 21.7                  | 47.9                 | 69.0                 | 22.1                   |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 14.6°C il 22/9 alle ore 4.30

Max: 32.6°C il 6/9 alle ore 13.10

**Umidità**

Min: 27.0% il 6/9 alle ore 16.50

Max: 89.8% il 19/9 alle ore 20.00

**Pressione**

Min: 1000.9 hPa il 16/9 alle ore 6.20

Max: 1016.2 hPa il 27/9 alle ore 22.40

**Velocità del vento**

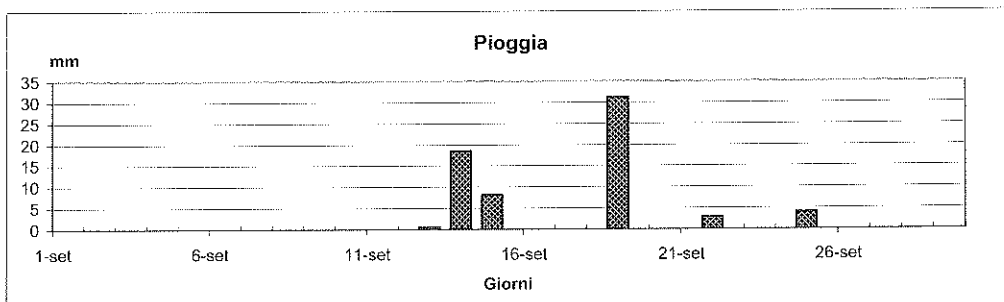
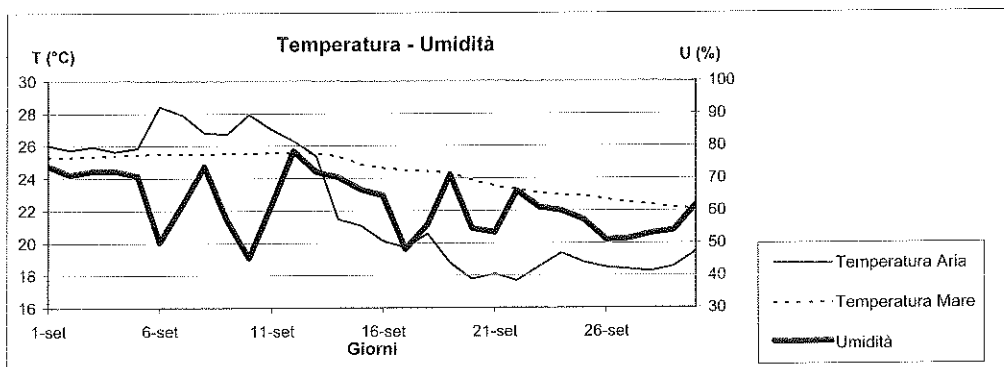
Max: 22.7 m/s il 20/9 alle ore 9.50

**Radiazione totale**

Max: 903.3 W/m² il 15/9 alle ore 10.50

**Radiazione UVb**

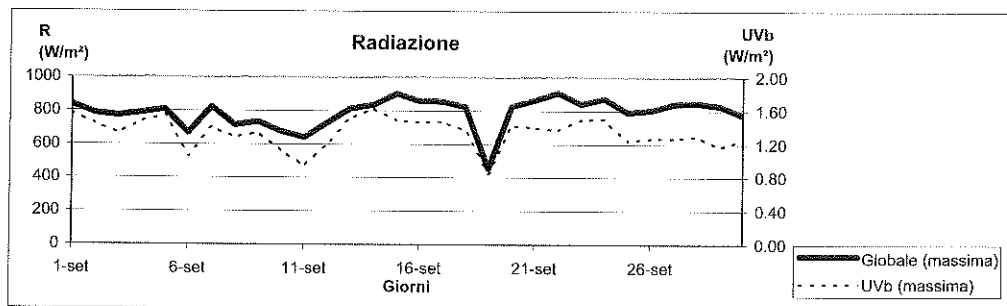
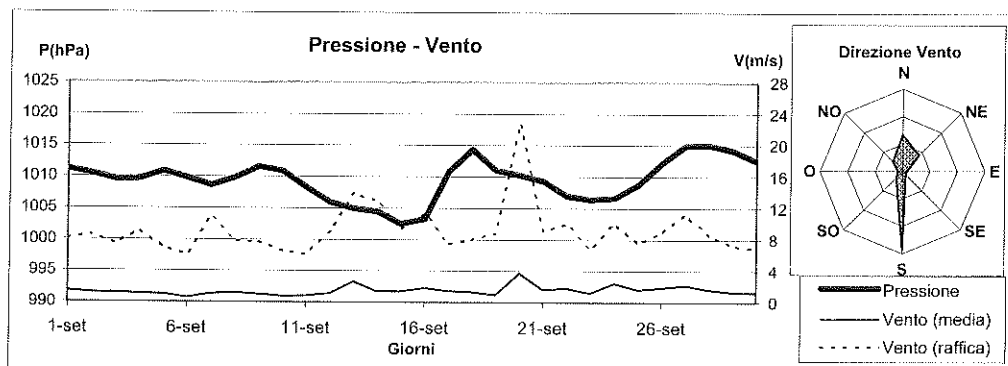
Max: 1.620 W/m² il 14/9 alle ore 10.50



## SETTEMBRE 2008

(medie giornaliere)

| Data    | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m²) | UVb(W/m²) | Pmin (hPa) | Pmax (hPa) | VVmax(m/s) | Rmax(W/m²) | UVbmax(W/m²) |
|---------|--------|--------|---------|---------|-----------|------------|------------|------------|------------|--------------|
| 1/9/08  | 1011.2 | 180.0  | 1.4     | 246.8   | 0.361     | 1010.0     | 1012.5     | 8.1        | 838.4      | 1.570        |
| 2/9/08  | 1010.5 | 180.0  | 1.2     | 253.9   | 0.367     | 1008.8     | 1011.6     | 8.6        | 783.4      | 1.440        |
| 3/9/08  | 1009.5 | 180.0  | 1.2     | 247.4   | 0.337     | 1008.7     | 1010.1     | 7.4        | 771.2      | 1.330        |
| 4/9/08  | 1009.6 | 225.0  | 1.1     | 257.3   | 0.376     | 1009.1     | 1010.1     | 9.1        | 787.8      | 1.470        |
| 5/9/08  | 1010.9 | 180.0  | 1.0     | 229.4   | 0.338     | 1010.0     | 1011.9     | 7.0        | 808.0      | 1.540        |
| 6/9/08  | 1009.7 | 180.0  | 0.6     | 212.2   | 0.278     | 1008.2     | 1011.3     | 6.0        | 666.0      | 1.060        |
| 7/9/08  | 1008.6 | 180.0  | 1.1     | 188.8   | 0.282     | 1007.6     | 1009.9     | 10.9       | 821.8      | 1.400        |
| 8/9/08  | 1009.9 | 180.0  | 1.2     | 225.3   | 0.322     | 1008.3     | 1011.9     | 7.8        | 713.5      | 1.280        |
| 9/9/08  | 1011.6 | 180.0  | 1.0     | 236.8   | 0.332     | 1010.0     | 1012.5     | 7.7        | 733.6      | 1.340        |
| 10/9/08 | 1010.9 | 180.0  | 0.8     | 211.6   | 0.276     | 1009.4     | 1012.0     | 6.5        | 674.3      | 1.120        |
| 11/9/08 | 1008.3 | 180.0  | 0.8     | 195.8   | 0.226     | 1006.9     | 1010.1     | 6.1        | 640.7      | 0.940        |
| 12/9/08 | 1005.9 | 180.0  | 1.1     | 144.6   | 0.210     | 1003.8     | 1007.0     | 9.1        | 728.9      | 1.210        |
| 13/9/08 | 1004.9 | 315.0  | 2.6     | 143.9   | 0.251     | 1002.7     | 1007.6     | 13.8       | 813.1      | 1.510        |
| 14/9/08 | 1004.5 | 180.0  | 1.4     | 122.9   | 0.218     | 1002.7     | 1006.9     | 12.9       | 834.1      | 1.620        |
| 15/9/08 | 1002.5 | 180.0  | 1.4     | 206.9   | 0.295     | 1001.5     | 1003.3     | 9.3        | 903.3      | 1.480        |
| 16/9/08 | 1003.2 | 0.0    | 1.8     | 220.5   | 0.312     | 1000.9     | 1007.6     | 11.3       | 857.8      | 1.460        |
| 17/9/08 | 1010.8 | 0.0    | 1.4     | 264.4   | 0.365     | 1007.6     | 1013.8     | 7.4        | 856.6      | 1.470        |
| 18/9/08 | 1014.3 | 180.0  | 1.3     | 248.5   | 0.336     | 1013.7     | 1015.5     | 8.0        | 823.4      | 1.360        |
| 19/9/08 | 1011.1 | 0.0    | 1.0     | 64.2    | 0.117     | 1007.6     | 1014.4     | 8.8        | 452.9      | 0.850        |
| 20/9/08 | 1010.2 | 45.0   | 3.7     | 258.8   | 0.353     | 1007.7     | 1012.0     | 22.7       | 827.3      | 1.420        |
| 21/9/08 | 1009.3 | 45.0   | 1.6     | 202.7   | 0.296     | 1007.6     | 1012.0     | 9.1        | 865.3      | 1.400        |
| 22/9/08 | 1006.9 | 0.0    | 1.8     | 201.2   | 0.297     | 1005.6     | 1008.2     | 10.0       | 907.2      | 1.370        |
| 23/9/08 | 1006.4 | 180.0  | 1.2     | 179.3   | 0.264     | 1005.7     | 1007.0     | 6.8        | 840.8      | 1.490        |
| 24/9/08 | 1006.6 | 45.0   | 2.4     | 205.8   | 0.314     | 1005.3     | 1008.3     | 10.1       | 872.0      | 1.500        |
| 25/9/08 | 1008.7 | 0.0    | 1.6     | 178.1   | 0.245     | 1007.6     | 1010.9     | 7.5        | 789.8      | 1.240        |
| 26/9/08 | 1012.2 | 0.0    | 1.9     | 199.4   | 0.268     | 1010.7     | 1015.0     | 8.9        | 801.6      | 1.270        |
| 27/9/08 | 1014.9 | 45.0   | 2.2     | 235.4   | 0.303     | 1013.7     | 1016.2     | 11.3       | 842.0      | 1.270        |
| 28/9/08 | 1015.1 | 0.0    | 1.7     | 214.0   | 0.267     | 1013.7     | 1016.0     | 8.5        | 847.9      | 1.290        |
| 29/9/08 | 1014.2 | 315.0  | 1.3     | 199.3   | 0.264     | 1013.2     | 1015.6     | 7.2        | 829.3      | 1.160        |
| 30/9/08 | 1012.5 | 180.0  | 1.2     | 217.4   | 0.293     | 1010.7     | 1013.8     | 6.8        | 774.0      | 1.250        |



**OTTOBRE 2008**

(medie giornaliere)

| Data     | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|----------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/10/08  | 20.3  | 67.7 | 0.0    | 17.8      | 22.7      | 54.0     | 81.8     | 22.2       |
| 2/10/08  | 20.3  | 77.1 | 0.0    | 18.6      | 22.1      | 66.2     | 85.3     | 22.1       |
| 3/10/08  | 19.5  | 81.4 | 39.0   | 17.5      | 22.4      | 66.7     | 90.3     | 22.0       |
| 4/10/08  | 17.2  | 65.8 | 8.4    | 13.6      | 20.2      | 45.7     | 87.9     | 22.0       |
| 5/10/08  | 16.4  | 53.5 | 0.0    | 11.9      | 20.3      | 27.5     | 73.1     | 21.6       |
| 6/10/08  | 18.6  | 66.3 | 0.0    | 15.3      | 21.8      | 54.1     | 74.7     | 21.3       |
| 7/10/08  | 19.3  | 71.3 | 0.0    | 16.5      | 23.1      | 52.3     | 80.9     | 21.3       |
| 8/10/08  | 19.2  | 76.4 | 0.0    | 15.9      | 22.0      | 61.4     | 86.5     | 21.5       |
| 9/10/08  | 20.7  | 67.7 | 0.0    | 16.6      | 25.8      | 46.7     | 85.7     | 21.6       |
| 10/10/08 | 21.3  | 56.1 | 0.0    | 18.6      | 25.2      | 43.0     | 71.5     | 21.6       |
| 11/10/08 | 21.4  | 54.1 | 0.0    | 18.2      | 25.2      | 38.6     | 68.3     | 21.7       |
| 12/10/08 | 21.0  | 55.9 | 0.0    | 16.9      | 26.2      | 31.5     | 78.8     | 21.6       |
| 13/10/08 | 20.9  | 53.9 | 0.0    | 17.0      | 25.7      | 30.9     | 78.3     | 21.6       |
| 14/10/08 | 19.6  | 70.2 | 0.0    | 16.9      | 22.4      | 55.9     | 83.2     | 21.5       |
| 15/10/08 | 19.3  | 79.8 | 0.0    | 16.8      | 21.4      | 71.7     | 87.0     | 21.4       |
| 16/10/08 | 19.5  | 81.5 | 0.0    | 17.2      | 21.4      | 73.4     | 86.7     | 21.4       |
| 17/10/08 | 20.6  | 78.9 | 0.0    | 18.7      | 22.3      | 68.9     | 85.7     | 21.3       |
| 18/10/08 | 20.9  | 75.4 | 0.0    | 18.1      | 24.6      | 60.0     | 86.9     | 21.4       |
| 19/10/08 | 20.5  | 77.3 | 0.0    | 18.1      | 23.2      | 65.4     | 86.2     | 21.5       |
| 20/10/08 | 20.1  | 79.2 | 0.0    | 17.6      | 23.0      | 67.0     | 87.1     | 21.5       |
| 21/10/08 | 19.4  | 83.3 | 0.0    | 17.2      | 21.9      | 74.1     | 89.8     | 21.5       |
| 22/10/08 | 19.7  | 76.1 | 0.0    | 16.8      | 22.7      | 60.9     | 89.8     | 21.4       |
| 23/10/08 | 20.9  | 64.3 | 0.0    | 17.8      | 24.1      | 50.5     | 77.9     | 21.4       |
| 24/10/08 | 20.8  | 69.2 | 0.0    | 18.5      | 23.9      | 50.1     | 86.5     | 21.2       |
| 25/10/08 | 20.7  | 70.4 | 0.0    | 18.1      | 23.5      | 55.6     | 83.8     | 21.3       |
| 26/10/08 | 20.0  | 63.8 | 0.0    | 17.4      | 22.7      | 51.2     | 77.4     | 21.3       |
| 27/10/08 | 19.3  | 78.8 | 0.0    | 17.0      | 21.1      | 74.4     | 83.1     | 21.3       |
| 28/10/08 | 20.1  | 77.8 | 0.6    | 17.3      | 22.0      | 67.4     | 86.5     | 21.2       |
| 29/10/08 | 22.4  | 80.2 | 2.4    | 19.7      | 23.8      | 71.8     | 87.9     | 21.1       |
| 30/10/08 | 19.8  | 65.1 | 1.0    | 17.7      | 21.4      | 53.0     | 84.5     | 21.1       |
| 31/10/08 | 20.8  | 59.1 | 0.2    | 18.3      | 25.9      | 48.2     | 68.9     | 20.6       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 11.9°C il 5/10 alle ore 5.20

Max: 26.2°C il 12/10 alle ore 14.40

**Umidità**

Min: 27.5% il 5/10 alle ore 12.20

Max: 90.3% il 3/10 alle ore 7.00

**Pressione**

Min: 1001.1 hPa il 31/10 alle ore 23.20

Max: 1026.4 hPa il 11/10 alle ore 8.50

**Velocità del vento**

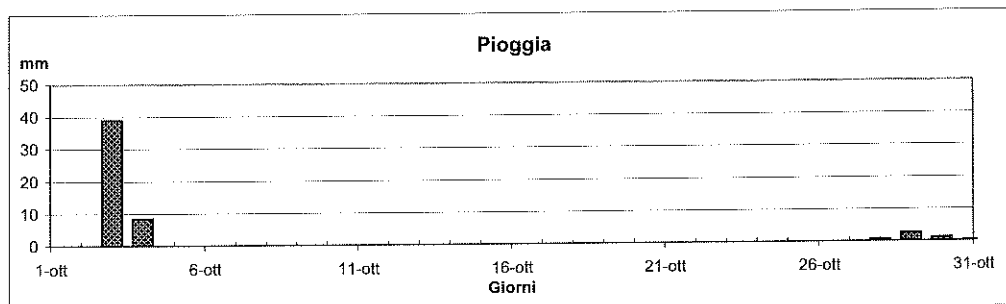
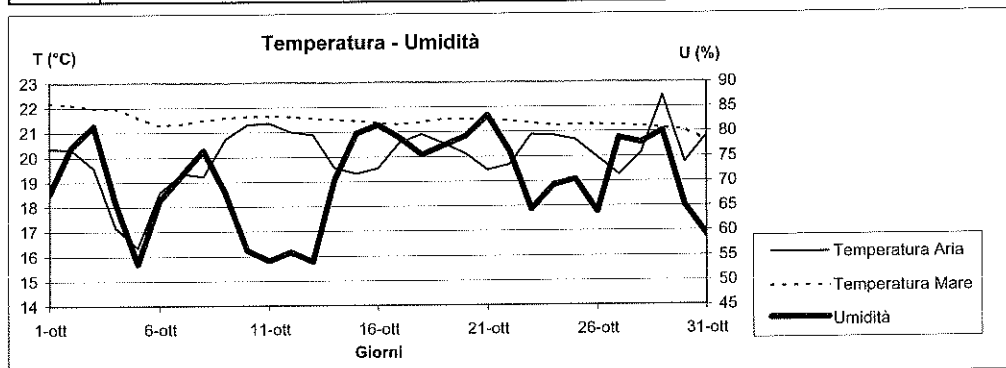
Max: 35.9 m/s il 29/10 alle ore 17.30

**Radiazione totale**

Max: 866.9 W/m² il 6/10 alle ore 12.40

**Radiazione UVb**

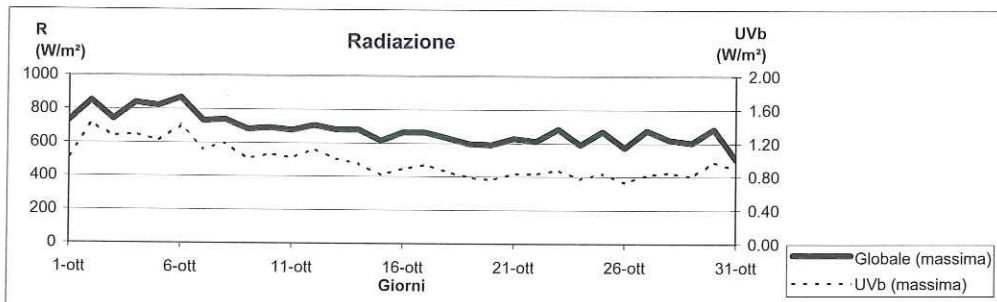
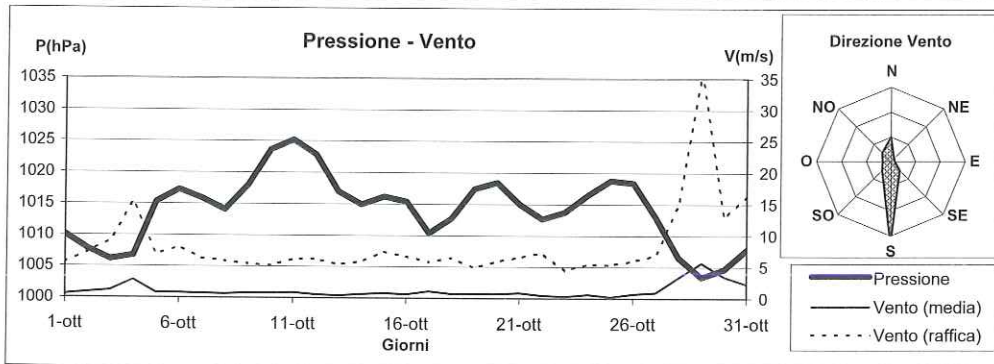
Max: 1.420 W/m² il 2/10 alle ore 12.00



## OTTOBRE 2008

(medie giornaliere)

| Data     | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m²) | UVb(W/m²) | Pmin (hPa) | Pmax (hPa) | VVmax(m/s) | Rmax(W/m²) | UVbmax(W/m²) |
|----------|--------|--------|---------|---------|-----------|------------|------------|------------|------------|--------------|
| 1/10/08  | 1010.0 | 180.0  | 0.5     | 117.9   | 0.174     | 1008.9     | 1011.4     | 5.6        | 732.8      | 1.030        |
| 2/10/08  | 1007.8 | 180.0  | 0.8     | 119.2   | 0.182     | 1006.4     | 1009.5     | 7.2        | 848.3      | 1.420        |
| 3/10/08  | 1006.1 | 180.0  | 1.2     | 94.3    | 0.153     | 1005.2     | 1007.0     | 9.0        | 741.5      | 1.280        |
| 4/10/08  | 1006.8 | 315.0  | 2.8     | 157.0   | 0.227     | 1003.5     | 1011.4     | 15.2       | 837.2      | 1.300        |
| 5/10/08  | 1015.3 | 315.0  | 0.8     | 236.7   | 0.284     | 1011.4     | 1016.8     | 6.9        | 819.4      | 1.220        |
| 6/10/08  | 1017.3 | 270.0  | 0.8     | 151.6   | 0.214     | 1016.2     | 1018.1     | 8.1        | 866.9      | 1.400        |
| 7/10/08  | 1015.8 | 180.0  | 0.7     | 213.8   | 0.265     | 1014.4     | 1017.5     | 6.3        | 730.5      | 1.120        |
| 8/10/08  | 1014.1 | 180.0  | 0.6     | 211.4   | 0.273     | 1013.1     | 1015.0     | 5.9        | 737.2      | 1.190        |
| 9/10/08  | 1018.0 | 0.0    | 0.8     | 195.4   | 0.235     | 1015.0     | 1021.8     | 5.4        | 680.6      | 1.010        |
| 10/10/08 | 1023.6 | 0.0    | 0.8     | 192.9   | 0.245     | 1021.7     | 1025.4     | 5.2        | 691.3      | 1.060        |
| 11/10/08 | 1025.2 | 0.0    | 0.8     | 193.2   | 0.238     | 1024.0     | 1026.4     | 6.2        | 676.7      | 1.020        |
| 12/10/08 | 1022.8 | 135.0  | 0.6     | 191.2   | 0.255     | 1020.0     | 1025.9     | 6.2        | 706.0      | 1.120        |
| 13/10/08 | 1016.9 | 180.0  | 0.4     | 194.5   | 0.241     | 1014.4     | 1019.8     | 5.3        | 677.1      | 1.010        |
| 14/10/08 | 1014.9 | 180.0  | 0.6     | 180.3   | 0.216     | 1013.7     | 1015.6     | 5.8        | 679.5      | 0.950        |
| 15/10/08 | 1016.2 | 180.0  | 0.8     | 173.4   | 0.191     | 1015.0     | 1017.6     | 7.4        | 613.8      | 0.820        |
| 16/10/08 | 1015.4 | 180.0  | 0.6     | 122.3   | 0.154     | 1012.6     | 1017.3     | 6.7        | 664.4      | 0.890        |
| 17/10/08 | 1010.4 | 180.0  | 1.1     | 171.6   | 0.207     | 1008.8     | 1012.6     | 5.7        | 662.5      | 0.940        |
| 18/10/08 | 1012.7 | 0.0    | 0.7     | 176.1   | 0.192     | 1010.7     | 1015.6     | 6.4        | 630.0      | 0.860        |
| 19/10/08 | 1017.5 | 180.0  | 0.7     | 158.7   | 0.181     | 1015.6     | 1019.2     | 4.9        | 596.4      | 0.790        |
| 20/10/08 | 1018.4 | 180.0  | 0.7     | 160.3   | 0.177     | 1016.8     | 1019.8     | 5.9        | 590.1      | 0.760        |
| 21/10/08 | 1015.0 | 180.0  | 0.9     | 174.3   | 0.189     | 1013.1     | 1017.4     | 6.5        | 627.3      | 0.840        |
| 22/10/08 | 1012.6 | 180.0  | 0.4     | 163.3   | 0.183     | 1011.3     | 1013.8     | 7.2        | 611.5      | 0.830        |
| 23/10/08 | 1013.8 | 225.0  | 0.3     | 102.7   | 0.147     | 1012.0     | 1016.2     | 4.5        | 685.0      | 0.880        |
| 24/10/08 | 1016.5 | 180.0  | 0.7     | 153.9   | 0.169     | 1015.5     | 1018.6     | 5.4        | 588.5      | 0.770        |
| 25/10/08 | 1018.7 | 180.0  | 0.2     | 139.6   | 0.154     | 1017.4     | 1020.4     | 5.3        | 669.2      | 0.840        |
| 26/10/08 | 1018.3 | 0.0    | 0.7     | 154.6   | 0.165     | 1016.2     | 1020.4     | 6.0        | 571.1      | 0.730        |
| 27/10/08 | 1012.9 | 180.0  | 0.9     | 140.2   | 0.162     | 1003.2     | 1016.2     | 6.8        | 676.7      | 0.820        |
| 28/10/08 | 1006.5 | 135.0  | 3.3     | 67.9    | 0.100     | 1003.3     | 1010.7     | 14.8       | 620.5      | 0.850        |
| 29/10/08 | 1003.4 | 180.0  | 5.6     | 144.9   | 0.173     | 1001.2     | 1005.0     | 35.9       | 601.6      | 0.800        |
| 30/10/08 | 1004.6 | 225.0  | 3.5     | 74.5    | 0.122     | 1002.6     | 1008.8     | 12.9       | 684.2      | 0.980        |
| 31/10/08 | 1007.8 | 180.0  | 2.2     | 82.3    | 0.124     | 1001.1     | 1011.2     | 16.3       | 503.9      | 0.890        |



**NOVEMBRE 2008**

(medie giornaliere)

| Data     | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|----------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/11/08  | 21.0  | 74.7 | 0.0    | 19.7      | 24.6      | 59.3     | 85.3     | 20.6       |
| 2/11/08  | 20.0  | 75.1 | 0.0    | 17.3      | 22.7      | 59.1     | 86.4     | 20.6       |
| 3/11/08  | 21.0  | 62.4 | 0.0    | 17.8      | 25.0      | 38.4     | 78.2     | 20.6       |
| 4/11/08  | 22.2  | 68.8 | 0.0    | 19.2      | 25.8      | 47.8     | 85.7     | 20.7       |
| 5/11/08  | 20.7  | 80.2 | 5.6    | 18.8      | 21.8      | 69.7     | 89.1     | 20.7       |
| 6/11/08  | 17.8  | 76.8 | 2.0    | 16.5      | 19.1      | 66.3     | 83.8     | 20.6       |
| 7/11/08  | 16.9  | 75.3 | 0.8    | 15.2      | 19.5      | 58.3     | 81.4     | 20.2       |
| 8/11/08  | 17.3  | 72.4 | 0.0    | 14.0      | 20.3      | 54.8     | 84.2     | 20.0       |
| 9/11/08  | 17.0  | 68.5 | 0.0    | 14.5      | 20.5      | 50.6     | 77.8     | 20.1       |
| 10/11/08 | 16.7  | 66.6 | 0.0    | 13.7      | 20.7      | 45.2     | 77.6     | 20.1       |
| 11/11/08 | 16.1  | 69.0 | 0.0    | 13.1      | 20.0      | 52.5     | 77.6     | 20.1       |
| 12/11/08 | 15.9  | 76.2 | 0.0    | 13.0      | 18.9      | 67.1     | 81.6     | 19.9       |
| 13/11/08 | 16.3  | 75.4 | 44.4   | 13.0      | 18.7      | 60.8     | 88.9     | 19.8       |
| 14/11/08 | 15.1  | 81.5 | 16.6   | 13.0      | 18.4      | 65.3     | 88.8     | 19.7       |
| 15/11/08 | 15.9  | 74.5 | 0.4    | 14.3      | 18.9      | 60.7     | 83.9     | 19.4       |
| 16/11/08 | 16.2  | 66.9 | 0.0    | 13.7      | 19.0      | 55.3     | 77.8     | 19.3       |
| 17/11/08 | 15.2  | 65.7 | 0.0    | 12.7      | 17.9      | 56.0     | 75.8     | 19.4       |
| 18/11/08 | 12.7  | 48.9 | 0.0    | 9.9       | 15.7      | 32.8     | 61.5     | 19.3       |
| 19/11/08 | 12.1  | 55.3 | 0.0    | 8.8       | 16.4      | 34.5     | 67.0     | 19.0       |
| 20/11/08 | 14.0  | 76.6 | 3.6    | 11.6      | 16.4      | 64.1     | 83.7     | 18.8       |
| 21/11/08 | 16.4  | 72.1 | 10.0   | 14.3      | 18.0      | 54.9     | 86.7     | 18.8       |
| 22/11/08 | 13.2  | 66.4 | 15.2   | 10.3      | 17.2      | 44.6     | 88.6     | 18.7       |
| 23/11/08 | 9.0   | 53.8 | 0.0    | 6.8       | 11.4      | 39.9     | 61.3     | 18.4       |
| 24/11/08 | 11.7  | 70.6 | 30.6   | 6.2       | 17.3      | 50.0     | 90.8     | 18.2       |
| 25/11/08 | 13.4  | 82.4 | 19.8   | 10.4      | 17.6      | 69.3     | 87.3     | 18.3       |
| 26/11/08 | 11.9  | 71.4 | 0.0    | 9.3       | 16.2      | 54.6     | 83.7     | 17.9       |
| 27/11/08 | 12.4  | 61.6 | 0.0    | 9.7       | 16.3      | 50.2     | 68.8     | 17.8       |
| 28/11/08 | 15.2  | 72.5 | 16.8   | 11.5      | 18.5      | 56.8     | 87.9     | 17.8       |
| 29/11/08 | 15.6  | 69.7 | 10.2   | 13.1      | 17.1      | 56.5     | 84.6     | 17.9       |
| 30/11/08 | 17.2  | 67.3 | 0.2    | 16.4      | 17.8      | 61.6     | 74.2     | 17.8       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 6.2°C il 24/11 alle ore 6.20

Max: 25.8°C il 4/11 alle ore 11.50

**Umidità**

Min: 32.8% il 18/11 alle ore 13.50

Max: 90.8% il 24/11 alle ore 19.40

**Pressione**

Min: 988.7 hPa il 22/11 alle ore 3.30

Max: 1024.1 hPa il 9/11 alle ore 20.20

**Velocità del vento**

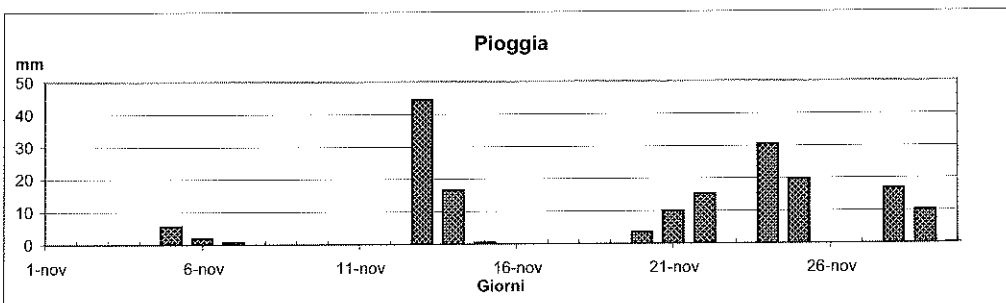
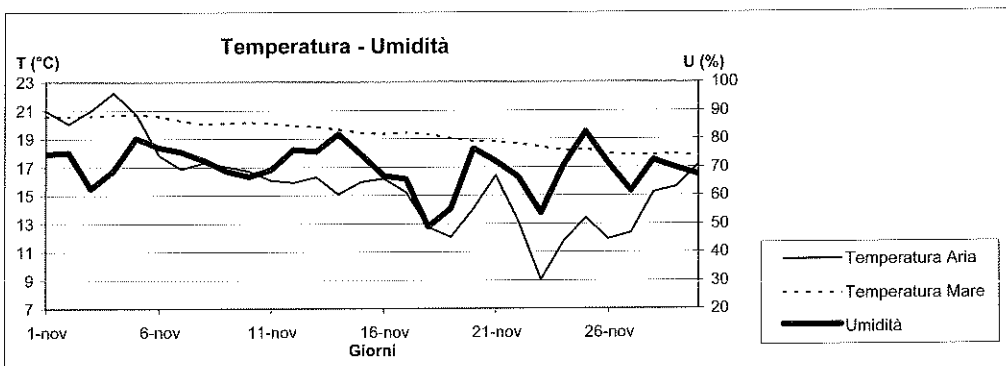
Max: 26.3 m/s il 28/11 alle ore 15.20

**Radiazione totale**

Max: 723.7 W/m² il 17/11 alle ore 12.00

**Radiazione UVb**

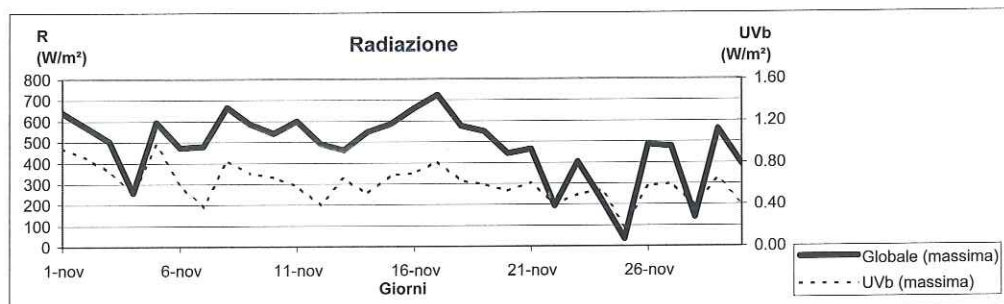
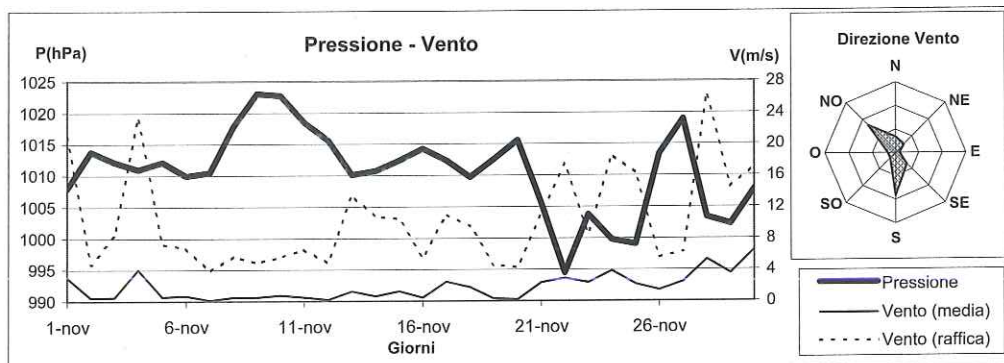
Max: 0.940 W/m² il 1/11 alle ore 11.30



## NOVEMBRE 2008

(medie giornaliere)

| Data     | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|----------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/11/08  | 1008.0 | 180.0  | 3.0     | 111.7                | 0.148                  | 1001.6                 | 1013.2                 | 21.0                    | 639.5                                | 0.940                                  |
| 2/11/08  | 1013.8 | 180.0  | 0.4     | 155.8                | 0.184                  | 1012.8                 | 1015.0                 | 4.7                     | 571.1                                | 0.850                                  |
| 3/11/08  | 1012.1 | 180.0  | 0.5     | 117.3                | 0.145                  | 1011.3                 | 1014.1                 | 8.3                     | 502.7                                | 0.720                                  |
| 4/11/08  | 1011.0 | 135.0  | 4.0     | 33.4                 | 0.061                  | 1008.6                 | 1014.4                 | 23.4                    | 256.8                                | 0.500                                  |
| 5/11/08  | 1012.1 | 180.0  | 0.6     | 54.1                 | 0.090                  | 1010.7                 | 1014.0                 | 7.3                     | 594.5                                | 0.970                                  |
| 6/11/08  | 1009.9 | 180.0  | 0.7     | 47.6                 | 0.069                  | 1008.9                 | 1011.4                 | 6.8                     | 472.7                                | 0.590                                  |
| 7/11/08  | 1010.5 | 315.0  | 0.1     | 62.0                 | 0.076                  | 1008.3                 | 1014.4                 | 3.9                     | 478.6                                | 0.380                                  |
| 8/11/08  | 1017.8 | 180.0  | 0.5     | 132.7                | 0.149                  | 1014.4                 | 1021.7                 | 5.7                     | 665.2                                | 0.820                                  |
| 9/11/08  | 1023.0 | 315.0  | 0.5     | 134.1                | 0.146                  | 1021.7                 | 1024.1                 | 4.9                     | 585.8                                | 0.700                                  |
| 10/11/08 | 1022.7 | 315.0  | 0.8     | 140.1                | 0.140                  | 1021.5                 | 1024.1                 | 5.6                     | 539.5                                | 0.660                                  |
| 11/11/08 | 1018.5 | 315.0  | 0.5     | 139.9                | 0.114                  | 1016.8                 | 1021.4                 | 6.6                     | 599.6                                | 0.580                                  |
| 12/11/08 | 1015.6 | var.   | 0.2     | 61.3                 | 0.071                  | 1013.2                 | 1017.4                 | 4.9                     | 490.5                                | 0.400                                  |
| 13/11/08 | 1010.1 | 135.0  | 1.3     | 59.7                 | 0.082                  | 1008.2                 | 1013.2                 | 13.5                    | 459.6                                | 0.650                                  |
| 14/11/08 | 1010.7 | 315.0  | 0.6     | 48.1                 | 0.062                  | 1008.3                 | 1013.2                 | 10.8                    | 548.6                                | 0.510                                  |
| 15/11/08 | 1012.3 | 0.0    | 1.3     | 59.1                 | 0.083                  | 1010.7                 | 1013.8                 | 10.4                    | 584.6                                | 0.680                                  |
| 16/11/08 | 1014.2 | 180.0  | 0.5     | 146.7                | 0.144                  | 1013.2                 | 1015.0                 | 5.5                     | 661.7                                | 0.700                                  |
| 17/11/08 | 1012.4 | 45.0   | 2.5     | 115.7                | 0.126                  | 1011.3                 | 1014.4                 | 11.0                    | 723.7                                | 0.810                                  |
| 18/11/08 | 1009.7 | 45.0   | 1.8     | 146.5                | 0.132                  | 1007.6                 | 1012.0                 | 9.5                     | 576.7                                | 0.630                                  |
| 19/11/08 | 1012.6 | 315.0  | 0.3     | 135.9                | 0.119                  | 1009.5                 | 1016.2                 | 4.6                     | 549.0                                | 0.590                                  |
| 20/11/08 | 1015.6 | 180.0  | 0.2     | 68.8                 | 0.087                  | 1013.8                 | 1017.4                 | 4.3                     | 442.6                                | 0.530                                  |
| 21/11/08 | 1005.6 | 270.0  | 2.3     | 56.6                 | 0.074                  | 994.3                  | 1013.8                 | 11.0                    | 464.0                                | 0.610                                  |
| 22/11/08 | 994.5  | 0.0    | 2.9     | 28.5                 | 0.069                  | 988.7                  | 1000.2                 | 17.4                    | 194.3                                | 0.400                                  |
| 23/11/08 | 1003.8 | 315.0  | 2.3     | 48.5                 | 0.067                  | 1000.2                 | 1007.0                 | 8.5                     | 404.3                                | 0.490                                  |
| 24/11/08 | 999.7  | 180.0  | 3.8     | 20.5                 | 0.063                  | 992.7                  | 1006.4                 | 18.5                    | 223.2                                | 0.540                                  |
| 25/11/08 | 999.1  | 315.0  | 2.1     | 6.0                  | 0.027                  | 994.8                  | 1005.9                 | 16.3                    | 35.0                                 | 0.190                                  |
| 26/11/08 | 1013.4 | 0.0    | 1.4     | 95.7                 | 0.107                  | 1006.4                 | 1019.2                 | 5.5                     | 486.9                                | 0.570                                  |
| 27/11/08 | 1019.0 | 315.0  | 2.4     | 102.3                | 0.120                  | 1015.3                 | 1021.1                 | 6.3                     | 476.6                                | 0.600                                  |
| 28/11/08 | 1003.3 | 135.0  | 5.3     | 10.2                 | 0.025                  | 994.8                  | 1015.0                 | 26.3                    | 138.2                                | 0.390                                  |
| 29/11/08 | 1002.3 | 225.0  | 3.5     | 84.0                 | 0.109                  | 996.7                  | 1008.1                 | 14.5                    | 559.7                                | 0.640                                  |
| 30/11/08 | 1007.8 | 180.0  | 6.4     | 44.2                 | 0.059                  | 1006.2                 | 1009.2                 | 17.1                    | 392.0                                | 0.400                                  |



**DICEMBRE 2008**

(medie giornaliere)

| Data     | T(°C) | U(%) | Pg(mm) | Tmin (°C) | Tmax (°C) | Umin (%) | Umax (%) | Tmare (°C) |
|----------|-------|------|--------|-----------|-----------|----------|----------|------------|
| 1/12/08  | 15.9  | 64.8 | 11.0   | 12.6      | 17.9      | 54.5     | 80.1     | 17.2       |
| 2/12/08  | 13.0  | 78.4 | 10.4   | 11.1      | 16.3      | 62.2     | 86.4     | 17.0       |
| 3/12/08  | 13.0  | 71.5 | 0.0    | 11.1      | 16.5      | 56.9     | 81.2     | 17.0       |
| 4/12/08  | 11.9  | 71.0 | 1.8    | 10.7      | 13.5      | 57.5     | 79.7     | 17.0       |
| 5/12/08  | 15.7  | 71.1 | 9.2    | 11.9      | 17.1      | 60.1     | 87.1     | 16.9       |
| 6/12/08  | 15.0  | 69.8 | 20.4   | 12.7      | 16.7      | 55.0     | 88.5     | 16.8       |
| 7/12/08  | 12.3  | 66.7 | 0.0    | 9.7       | 15.4      | 40.8     | 80.7     | 16.7       |
| 8/12/08  | 10.7  | 55.3 | 0.0    | 8.9       | 13.6      | 39.4     | 65.6     | 16.7       |
| 9/12/08  | 10.3  | 55.2 | 0.0    | 6.7       | 14.2      | 39.7     | 66.5     | 16.5       |
| 10/12/08 | 14.1  | 73.8 | 4.6    | 10.5      | 17.4      | 55.7     | 84.2     | 16.5       |
| 11/12/08 | 14.7  | 82.0 | 32.6   | 11.7      | 17.9      | 74.6     | 88.9     | 16.5       |
| 12/12/08 | 10.2  | 83.8 | 25.4   | 9.2       | 11.9      | 72.1     | 89.5     | 16.1       |
| 13/12/08 | 11.1  | 79.8 | 3.8    | 8.8       | 14.0      | 62.0     | 88.5     | 15.8       |
| 14/12/08 | 12.6  | 80.0 | 8.6    | 11.0      | 15.4      | 65.9     | 88.6     | 15.9       |
| 15/12/08 | 15.9  | 70.5 | 11.8   | 13.0      | 17.1      | 60.2     | 84.6     | 16.1       |
| 16/12/08 | 16.1  | 74.4 | 12.2   | 13.2      | 18.0      | 58.5     | 90.0     | 16.0       |
| 17/12/08 | 13.4  | 79.9 | 6.2    | 9.6       | 15.2      | 58.2     | 89.5     | 15.9       |
| 18/12/08 | 9.8   | 80.9 | 10.2   | 7.9       | 12.2      | 70.1     | 86.7     | 15.9       |
| 19/12/08 | 10.8  | 76.0 | 1.2    | 8.9       | 13.8      | 60.2     | 87.7     | 15.8       |
| 20/12/08 | 11.5  | 61.8 | 0.0    | 9.6       | 14.5      | 45.7     | 72.2     | 16.0       |
| 21/12/08 | 11.8  | 55.2 | 0.0    | 8.1       | 16.0      | 36.7     | 69.7     | 16.1       |
| 22/12/08 | 12.6  | 51.0 | 0.0    | 9.9       | 16.4      | 37.7     | 66.3     | 16.2       |
| 23/12/08 | 11.9  | 70.8 | 0.0    | 8.8       | 15.4      | 60.9     | 84.7     | 16.2       |
| 24/12/08 | 12.0  | 64.4 | 0.0    | 9.0       | 15.6      | 44.0     | 85.8     | 16.2       |
| 25/12/08 | 11.2  | 71.1 | 0.0    | 9.5       | 12.7      | 58.8     | 78.2     | 16.1       |
| 26/12/08 | 9.2   | 67.5 | 1.4    | 8.3       | 10.3      | 55.7     | 80.1     | 15.8       |
| 27/12/08 | 8.1   | 58.7 | 0.0    | 6.5       | 10.3      | 50.5     | 65.6     | 15.4       |
| 28/12/08 | 8.1   | 69.7 | 0.6    | 6.5       | 9.6       | 61.5     | 76.3     | 15.2       |
| 29/12/08 | 10.8  | 67.3 | 0.0    | 8.6       | 13.9      | 58.2     | 76.8     | 15.1       |
| 30/12/08 | 10.2  | 60.6 | 0.0    | 8.5       | 13.3      | 45.2     | 71.9     | 15.1       |
| 31/12/08 | 10.2  | 61.6 | 0.0    | 7.2       | 13.6      | 46.0     | 73.1     | 15.0       |

**MASSIMI e MINIMI ASSOLUTI****Temperatura**

Min: 6.5°C il 27/12 alle ore 23.00

Max: 18.0°C il 18/12 alle ore 10.50

**Umidità**

Min: 36.7% il 21/12 alle ore 16.50

Max: 90.0% il 16/12 alle ore 23.40

**Pressione**

Min: 994.8 hPa il 12/12 alle ore 1.10

Max: 1027.2 hPa il 31/12 alle ore 10.00

**Velocità del vento**

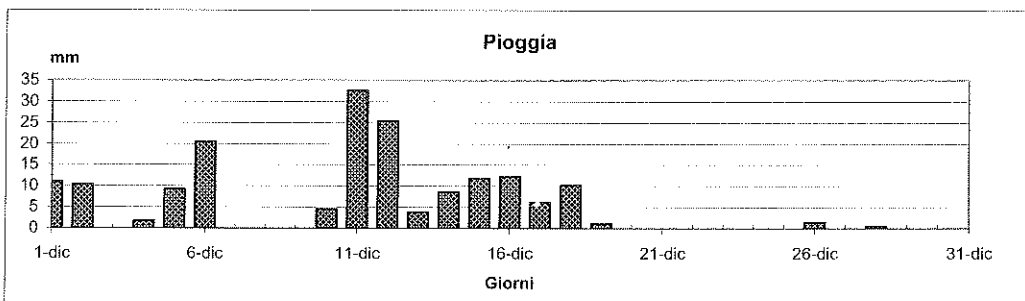
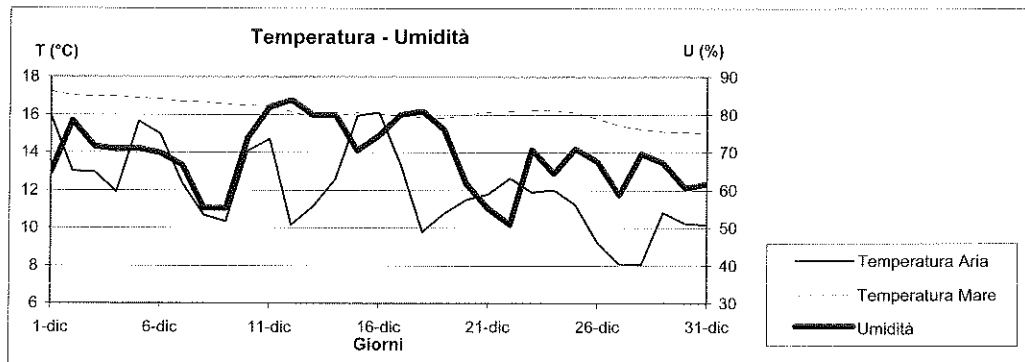
Max: 29.4 m/s il 5/12 alle ore 20.50

**Radiazione totale**

Max: 590.1 W/m² il 6/12 alle ore 12.10

**Radiazione UVb**

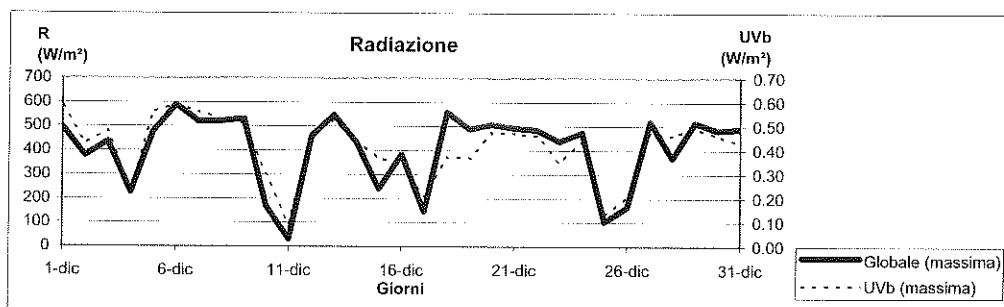
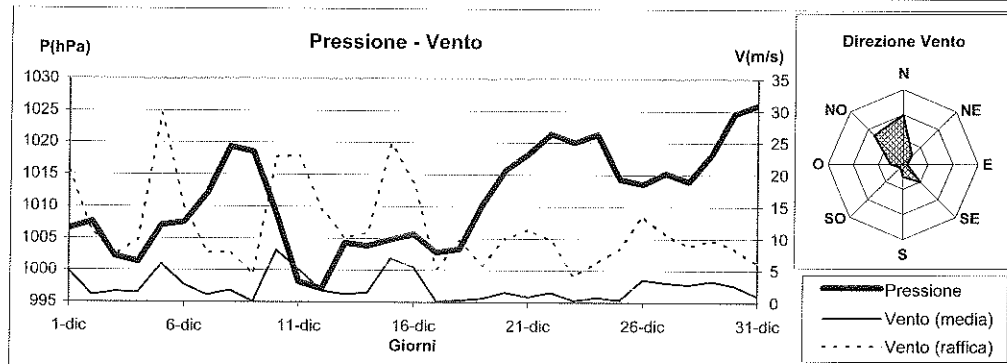
Max: 0.590 W/m² il 6/12 alle ore 12.10



## DICEMBRE 2008

(medie giornaliere)

| Data     | P(hPa) | DV(°N) | VV(m/s) | R(W/m <sup>2</sup> ) | UVb(W/m <sup>2</sup> ) | P <sub>min</sub> (hPa) | P <sub>max</sub> (hPa) | VV <sub>max</sub> (m/s) | R <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) | UVb <sub>max</sub> (W/m <sup>2</sup> ) |
|----------|--------|--------|---------|----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| 1/12/08  | 1006.5 | 180.0  | 4.8     | 66.0                 | 0.087                  | 1002.9                 | 1009.6                 | 20.6                    | 497.2                                | 0.580                                  |
| 2/12/08  | 1007.6 | 315.0  | 1.1     | 35.0                 | 0.055                  | 1003.9                 | 1008.9                 | 10.9                    | 378.2                                | 0.430                                  |
| 3/12/08  | 1002.2 | 315.0  | 1.7     | 100.1                | 0.094                  | 1000.9                 | 1003.9                 | 7.3                     | 437.9                                | 0.480                                  |
| 4/12/08  | 1001.4 | 0.0    | 1.6     | 17.2                 | 0.042                  | 996.5                  | 1008.8                 | 9.9                     | 226.7                                | 0.230                                  |
| 5/12/08  | 1007.1 | 180.0  | 5.9     | 57.9                 | 0.072                  | 1005.3                 | 1009.0                 | 29.4                    | 478.2                                | 0.560                                  |
| 6/12/08  | 1007.5 | 270.0  | 2.7     | 96.3                 | 0.094                  | 1005.8                 | 1008.9                 | 14.8                    | 590.1                                | 0.590                                  |
| 7/12/08  | 1012.1 | 315.0  | 1.1     | 127.5                | 0.111                  | 1008.3                 | 1016.3                 | 7.7                     | 518.5                                | 0.560                                  |
| 8/12/08  | 1019.3 | 0.0    | 1.9     | 129.7                | 0.106                  | 1016.7                 | 1021.1                 | 7.8                     | 520.9                                | 0.530                                  |
| 9/12/08  | 1018.5 | 0.0    | 0.1     | 121.7                | 0.103                  | 1015.0                 | 1020.5                 | 4.3                     | 531.2                                | 0.510                                  |
| 10/12/08 | 1008.9 | 135.0  | 8.1     | 18.0                 | 0.026                  | 1003.7                 | 1014.6                 | 22.8                    | 168.2                                | 0.300                                  |
| 11/12/08 | 998.2  | 135.0  | 5.1     | 7.4                  | 0.012                  | 994.8                  | 1003.7                 | 22.9                    | 31.8                                 | 0.090                                  |
| 12/12/08 | 997.1  | 270.0  | 1.8     | 36.2                 | 0.051                  | 994.2                  | 1000.3                 | 14.4                    | 458.8                                | 0.470                                  |
| 13/12/08 | 1004.3 | 315.0  | 1.2     | 93.0                 | 0.085                  | 1000.3                 | 1007.0                 | 10.1                    | 547.4                                | 0.530                                  |
| 14/12/08 | 1003.8 | 135.0  | 1.5     | 44.5                 | 0.060                  | 1002.1                 | 1006.7                 | 10.8                    | 434.3                                | 0.440                                  |
| 15/12/08 | 1004.8 | 135.0  | 6.9     | 30.3                 | 0.049                  | 1001.9                 | 1007.6                 | 24.7                    | 239.8                                | 0.370                                  |
| 16/12/08 | 1005.6 | 135.0  | 5.5     | 40.0                 | 0.048                  | 1004.9                 | 1006.9                 | 18.7                    | 382.9                                | 0.340                                  |
| 17/12/08 | 1002.8 | 315.0  | 0.2     | 26.7                 | 0.035                  | 1000.3                 | 1005.2                 | 5.3                     | 144.9                                | 0.210                                  |
| 18/12/08 | 1003.3 | 45.0   | 0.3     | 55.2                 | 0.040                  | 999.9                  | 1007.7                 | 9.5                     | 557.7                                | 0.370                                  |
| 19/12/08 | 1010.2 | 0.0    | 0.6     | 89.4                 | 0.075                  | 1007.7                 | 1013.2                 | 5.9                     | 489.3                                | 0.370                                  |
| 20/12/08 | 1015.7 | 315.0  | 1.6     | 118.1                | 0.094                  | 1013.2                 | 1018.2                 | 9.9                     | 507.9                                | 0.470                                  |
| 21/12/08 | 1018.2 | 0.0    | 0.9     | 118.9                | 0.092                  | 1016.2                 | 1021.4                 | 11.4                    | 492.4                                | 0.470                                  |
| 22/12/08 | 1021.4 | 0.0    | 1.6     | 118.4                | 0.093                  | 1020.0                 | 1023.4                 | 9.7                     | 485.3                                | 0.460                                  |
| 23/12/08 | 1020.1 | 315.0  | 0.3     | 108.0                | 0.076                  | 1019.2                 | 1021.1                 | 4.1                     | 436.7                                | 0.350                                  |
| 24/12/08 | 1021.3 | 315.0  | 0.8     | 116.4                | 0.089                  | 1019.3                 | 1023.5                 | 6.3                     | 474.3                                | 0.440                                  |
| 25/12/08 | 1014.3 | 0.0    | 0.4     | 15.3                 | 0.021                  | 1011.2                 | 1019.3                 | 8.5                     | 101.8                                | 0.130                                  |
| 26/12/08 | 1013.5 | 45.0   | 3.6     | 29.0                 | 0.037                  | 1010.1                 | 1016.8                 | 13.5                    | 165.1                                | 0.210                                  |
| 27/12/08 | 1015.3 | 0.0    | 3.1     | 116.6                | 0.092                  | 1014.4                 | 1016.8                 | 10.7                    | 519.3                                | 0.470                                  |
| 28/12/08 | 1013.9 | 0.0    | 2.8     | 44.1                 | 0.060                  | 1012.6                 | 1016.2                 | 8.8                     | 367.5                                | 0.460                                  |
| 29/12/08 | 1018.3 | 0.0    | 3.3     | 80.3                 | 0.090                  | 1015.6                 | 1021.7                 | 9.7                     | 516.2                                | 0.490                                  |
| 30/12/08 | 1024.6 | 0.0    | 2.6     | 116.8                | 0.091                  | 1021.7                 | 1026.5                 | 8.5                     | 483.3                                | 0.460                                  |
| 31/12/08 | 1025.9 | 315.0  | 1.0     | 113.5                | 0.085                  | 1024.1                 | 1027.2                 | 6.0                     | 488.1                                | 0.430                                  |

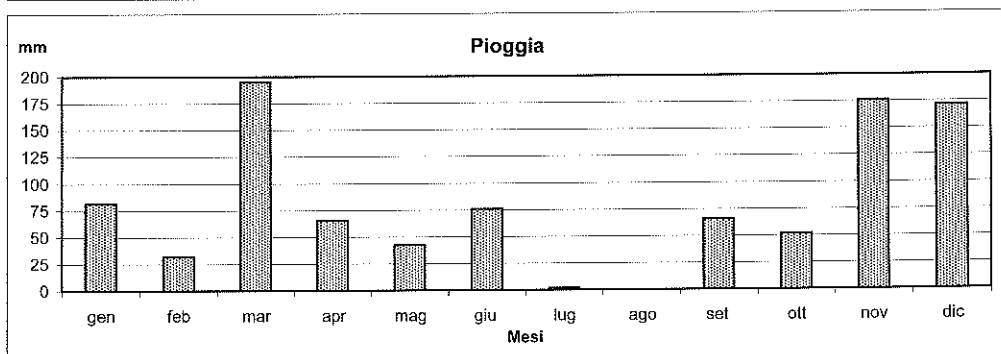
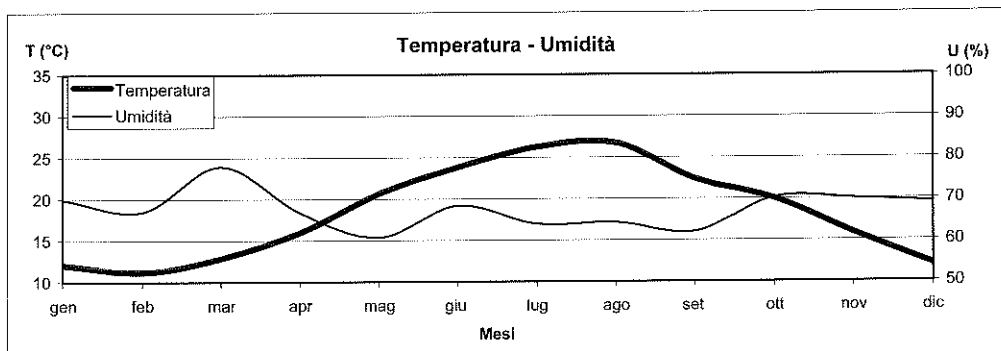


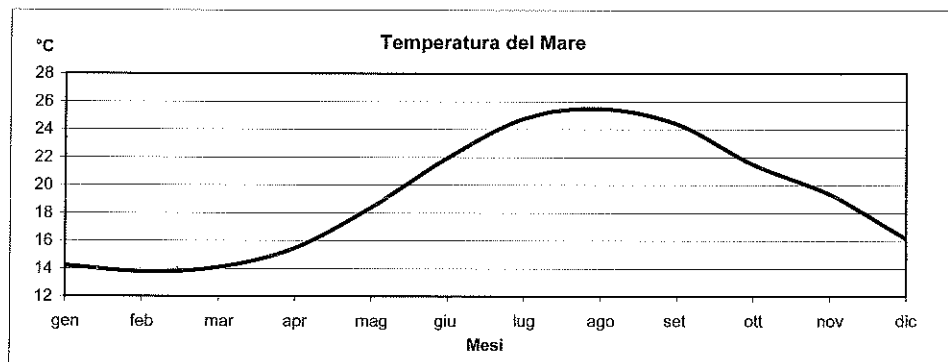
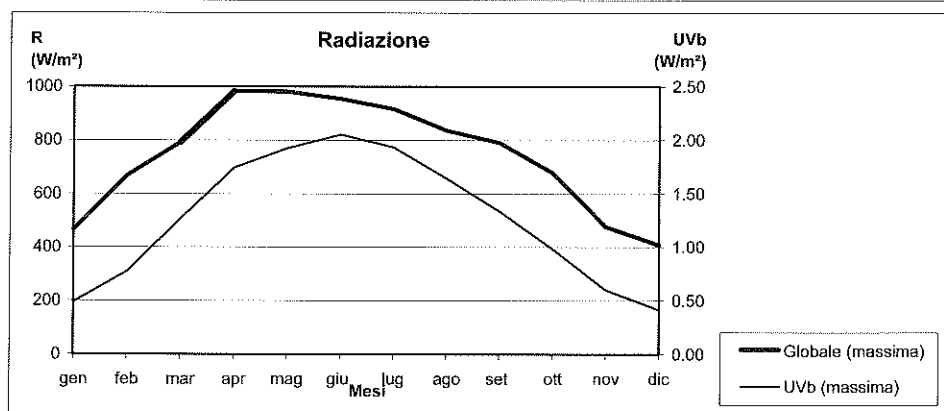
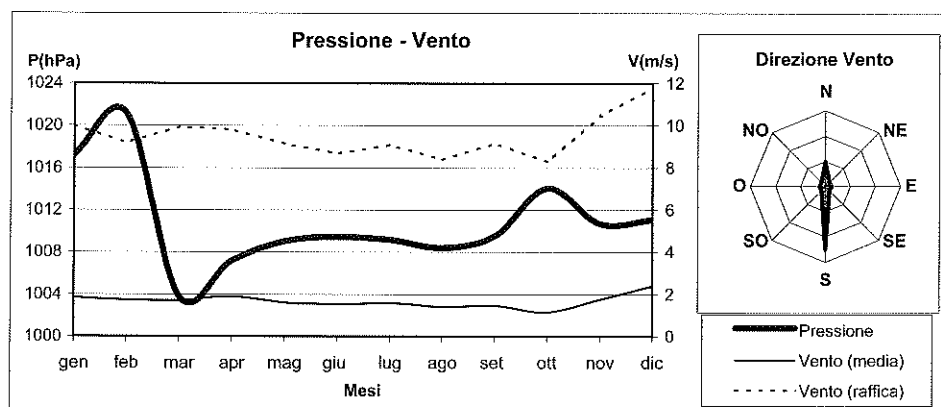
**MEDIE MENSILI 2008**

| Data        | T(°C)       | U(%)        | Pg(mm)       | P(hPa)        | DV(°N)       | VV(m/s)    | R(W/m²)      | UVb(W/m²)    | Tmare (°C)  |
|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|--------------|------------|--------------|--------------|-------------|
| Gennaio     | 12.1        | 69.9        | 81.4         | 1017.3        | 180.0        | 1.8        | 85.6         | 0.082        | 14.2        |
| Febbraio    | 11.2        | 66.9        | 32.0         | 1021.1        | 180.0        | 1.7        | 148.1        | 0.152        | 13.8        |
| Marzo       | 12.9        | 77.9        | 195.2        | 1003.8        | 180.0        | 1.7        | 142.7        | 0.200        | 14.1        |
| Aprile      | 15.9        | 66.7        | 65.8         | 1007.2        | 0.0          | 1.9        | 243.2        | 0.350        | 15.4        |
| Maggio      | 20.6        | 60.7        | 42.6         | 1009.0        | 0.0          | 1.6        | 284.6        | 0.451        | 18.4        |
| Giugno      | 23.8        | 68.4        | 75.8         | 1009.4        | 180.0        | 1.5        | 296.9        | 0.506        | 21.9        |
| Luglio      | 26.3        | 64.0        | 2.0          | 1009.2        | 180.0        | 1.6        | 306.5        | 0.509        | 24.8        |
| Agosto      | 26.7        | 64.3        | 0.0          | 1008.4        | 180.0        | 1.4        | 281.4        | 0.435        | 25.5        |
| Settembre   | 22.4        | 62.0        | 65.4         | 1009.5        | 180.0        | 1.5        | 207.1        | 0.292        | 24.4        |
| Ottobre     | 20.0        | 70.2        | 51.6         | 1014.0        | 180.0        | 1.2        | 155.2        | 0.193        | 21.5        |
| Novembre    | 15.9        | 69.9        | 176.2        | 1010.7        | 180.0        | 1.8        | 82.2         | 0.098        | 19.4        |
| Dicembre    | 12.1        | 69.2        | 171.4        | 1011.1        | 0.0          | 2.4        | 73.8         | 0.070        | 16.2        |
| <b>ANNO</b> | <b>18.3</b> | <b>67.5</b> | <b>959.4</b> | <b>1010.9</b> | <b>180.0</b> | <b>1.7</b> | <b>192.3</b> | <b>0.278</b> | <b>19.1</b> |

| Data        | Tmin (°C)   | Tmax (°C)   | Umin (%)    | Umax (%)    | Pmin (hPa)    | Pmax (hPa)    | VVmax(m/s) | Rmax(W/m²)   | UVbmax(W/m²) |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|------------|--------------|--------------|
| Gennaio     | 9.8         | 14.6        | 57.9        | 81.0        | 1015.0        | 1019.8        | 10.0       | 466.2        | 0.488        |
| Febbraio    | 8.9         | 13.9        | 52.2        | 77.3        | 1019.4        | 1023.2        | 9.2        | 667.3        | 0.771        |
| Marzo       | 10.6        | 15.3        | 63.4        | 87.2        | 1001.2        | 1006.7        | 9.9        | 792.5        | 1.265        |
| Aprile      | 13.3        | 18.8        | 48.3        | 83.2        | 1005.1        | 1009.5        | 9.8        | 982.5        | 1.742        |
| Maggio      | 17.5        | 24.0        | 43.2        | 76.1        | 1006.8        | 1010.8        | 9.1        | 981.0        | 1.922        |
| Giugno      | 21.2        | 27.4        | 48.7        | 81.3        | 1008.0        | 1011.0        | 8.7        | 954.9        | 2.054        |
| Luglio      | 23.5        | 29.5        | 46.0        | 77.4        | 1007.8        | 1010.7        | 9.1        | 915.8        | 1.935        |
| Agosto      | 24.0        | 30.2        | 43.9        | 77.5        | 1006.9        | 1009.8        | 8.4        | 835.6        | 1.640        |
| Settembre   | 19.6        | 25.5        | 45.4        | 76.2        | 1008.0        | 1011.2        | 9.2        | 790.2        | 1.337        |
| Ottobre     | 17.2        | 23.0        | 56.1        | 82.6        | 1011.8        | 1016.2        | 8.3        | 678.1        | 0.981        |
| Novembre    | 13.3        | 18.9        | 54.6        | 81.0        | 1007.4        | 1014.2        | 10.5       | 477.2        | 0.601        |
| Dicembre    | 9.7         | 14.7        | 55.0        | 80.5        | 1008.5        | 1014.0        | 11.8       | 408.8        | 0.413        |
| <b>ANNO</b> | <b>15.7</b> | <b>21.3</b> | <b>51.2</b> | <b>80.1</b> | <b>1008.8</b> | <b>1013.1</b> | <b>9.5</b> | <b>745.8</b> | <b>1.262</b> |





### Riepilogo mensile delle precipitazioni

| Mese      | N. Totale<br>giorni con<br>pioggia | N. giorni<br>con<br>pioggia<br>fino ad 1<br>mm | N. giorni<br>con<br>pioggia da<br>1.1 a 10<br>mm | N. giorni<br>con<br>pioggia da<br>10.1 a 20<br>mm | N. giorni<br>con<br>pioggia da<br>20.1, a 40<br>mm | N. giorni<br>con<br>pioggia da<br>40.1 a 60<br>mm | N. giorni<br>con<br>pioggia<br>maggiore<br>di 60 mm |
|-----------|------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Gennaio   | 13                                 | 5                                              | 6                                                | 1                                                 | 1                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Febbraio  | 7                                  | 2                                              | 4                                                | 0                                                 | 0                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Marzo     | 18                                 | 2                                              | 8                                                | 5                                                 | 3                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Aprile    | 13                                 | 3                                              | 7                                                | 3                                                 | 0                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Maggio    | 8                                  | 3                                              | 3                                                | 1                                                 | 1                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Giugno    | 8                                  | 3                                              | 4                                                | 0                                                 | 0                                                  | 1                                                 | 0                                                   |
| Luglio    | 1                                  | 0                                              | 1                                                | 0                                                 | 0                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Agosto    | 0                                  | 0                                              | 0                                                | 0                                                 | 0                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Settembre | 6                                  | 1                                              | 3                                                | 1                                                 | 1                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Ottobre   | 6                                  | 3                                              | 2                                                | 0                                                 | 1                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Novembre  | 14                                 | 3                                              | 4                                                | 5                                                 | 1                                                  | 1                                                 | 0                                                   |
| Dicembre  | 17                                 | 1                                              | 8                                                | 5                                                 | 3                                                  | 0                                                 | 0                                                   |
| Totali    | 111                                | 26                                             | 50                                               | 21                                                | 11                                                 | 2                                                 | 0                                                   |

| Riepilogo mensile delle Tmin |                                 |                                 |                                |                                | Riepilogo mensile delle Tmax |                                 |                                 |                                 |                                 |
|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Mese                         | N. giorni<br>con Tmin<br>≤ 15°C | N. giorni<br>con Tmin ≤<br>10°C | N. giorni<br>con Tmin<br>≤ 5°C | N. giorni<br>con Tmin ≤<br>0°C | Mese                         | N. giorni<br>con Tmax<br>> 10°C | N. giorni<br>con Tmax<br>> 20°C | N. giorni<br>con Tmax<br>> 30°C | N. giorni<br>con Tmax<br>> 35°C |
| Gennaio                      | 15                              | 0                               | 0                              | 0                              | Gennaio                      | 30                              | 0                               | 0                               | 0                               |
| Febbraio                     | 17                              | 3                               | 0                              | 0                              | Febbraio                     | 27                              | 0                               | 0                               | 0                               |
| Marzo                        | 11                              | 0                               | 0                              | 0                              | Marzo                        | 31                              | 0                               | 0                               | 0                               |
| Aprile                       | 1                               | 0                               | 0                              | 0                              | Aprile                       | 13                              | 9                               | 0                               | 0                               |
| Maggio                       | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Maggio                       | 31                              | 29                              | 3                               | 0                               |
| Giugno                       | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Giugno                       | 30                              | 30                              | 9                               | 0                               |
| Luglio                       | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Luglio                       | 31                              | 31                              | 9                               | 0                               |
| Agosto                       | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Agosto                       | 22                              | 22                              | 10                              | 0                               |
| Settembre                    | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Settembre                    | 30                              | 30                              | 3                               | 0                               |
| Ottobre                      | 0                               | 0                               | 0                              | 0                              | Ottobre                      | 31                              | 31                              | 0                               | 0                               |
| Novembre                     | 6                               | 0                               | 0                              | 0                              | Novembre                     | 30                              | 8                               | 0                               | 0                               |
| Dicembre                     | 20                              | 0                               | 0                              | 0                              | Dicembre                     | 30                              | 0                               | 0                               | 0                               |
| Totali                       | 70                              | 3                               | 0                              | 0                              | Totali                       | 336                             | 190                             | 34                              | 0                               |

## ISTRUZIONI PER LA REALIZZAZIONE DEI DATTILOSCRITTI<sup>1</sup>

Il *Rendiconto* pubblica le comunicazioni fatte dai soci in una delle adunanze ordinarie dell'Accademia. I soci possono presentare anche lavori di altri autori. In questo caso l'accettazione della *Nota* per la pubblicazione è condizionata al parere favorevole di una commissione designata dall'Accademia.

Le *Note* dovranno essere presentate su supporto cartaceo, in triplice copia, e su supporto magnetico (floppy disk o Cd-Rom) *esclusivamente in formato PDF*. La stesura dovrà essere conforme al modello che è riportato in *Appendice* al volume annuale; non sono ammesse modifiche al modello fornito. La trasformazione dei file nativi in formato PDF dovrà avvenire preferibilmente utilizzando Adobe Acrobat Distiller™, il file finale dovrà incorporare tutte i font utilizzati nel documento originario.

Le dimensioni della pagina sono così fissate: giustezza (lunghezza del rigo) mm 125, altezza della prima pagina (con esclusione della numerazione di pagina) mm 140, altezza delle pagine successive alla prima (con esclusione della numerazione di pagina) mm 190.

Ogni pagina, inclusa la prima, dovrà essere numerata progressivamente. I riferimenti bibliografici possono essere indicati nel testo numericamente, in ordine di citazione, o per autore, mantenendo lo stesso criterio di presentazione nella Sezione Riferimenti bibliografici (*References*). I riferimenti dovranno, in ogni caso, riportare nell'ordine: i nomi degli autori, l'anno di pubblicazione, il titolo completo, il titolo della rivista, il numero e la pagina di inizio e di fine lavoro.

La struttura del dattiloscritto, i caratteri da utilizzare, le loro dimensioni e le spaziature sono indicate negli esempi nelle pagine dell'*Appendice* che seguono.

---

<sup>1</sup> Una copia di queste istruzioni può essere scaricata all'indirizzo <http://www.liguori.it/areaautori/?c=normespeciali>, richieste di ulteriori informazioni possono essere inoltrate a [helpdesk@liguori.it](mailto:helpdesk@liguori.it)

I disegni di formule e grafici, contenuti in un rettangolo ideale del formato massimo di 125x190 mm comprendente la eventuale didascalia, non possono essere accettati se prodotti a mano libera, essi dovranno essere realizzati ad alto contrasto. Le fotografie, anche di grafici e disegni, devono essere riprodotte e incorporate nella pagina con una risoluzione minima di 300 dpi (punti per pollice). Le fotografie a mezzi toni e quelle a colori, devono rispondere a criteri di riproducibilità ed essere utilizzate solo se necessarie per la completezza dell'esposizione. Le intestazioni delle figure e le relative didascalie non devono confondersi col testo. È consentita la presentazione delle fotografie e dei disegni in formato digitale solo nel caso in cui la scansione sia effettuata ad alta risoluzione (min. 300 dpi), in caso contrario si dovranno fornire gli originali che saranno scansionati a cura dell'editore.

I dattiloscritti non conformi alle norme previste non potranno essere accettati per la pubblicazione.

Saranno forniti gratuitamente 50 estratti, senza copertina, di ciascuna *Nota*, anche nel caso in cui il numero degli autori dovesse essere superiore a uno. Ulteriori estratti e/o la richiesta di una copertina personalizzata saranno a carico degli autori che ne dovranno fare esplicita richiesta all'atto della presentazione del dattiloscritto, per opportuna comunicazione preventiva all'Editore che inoltrerà agli interessati un preventivo di spesa (<http://www.liguori.it/servizi/?c=preprint>).



## *APPENDICE*

### NORME PER LA STESURA DI UN DATTILOSCRITTO

#### **Prima pagina.**

Si lasciano vuoti quattro righi dall'alto.

**Titolo: Grassetto, Times New Roman (TNR) 13 con testo centrato.**

**La Secca delle Formiche di Vivara  
(canale d'Ischia, Campania)  
Osservazioni Geomorfologico-strutturali e Faunistiche**

A distanza di 1 rigo digitare gli autori della nota con **caratteri TNR 11**:

Nota di Vincenzo Rosso<sup>1</sup>, Nicola Verde<sup>2</sup> e Pasquale Bianco<sup>1,\*</sup>

A distanza di 0.5 rigi digitare il nome del presentatore e la data dell'adunanza con **caratteri TNR 9**:

Presentata dal socio Michele Russo  
(Adunanza del 6 febbraio, 1999)

A distanza di 1.5 rigi digitare in lingua inglese le Key words con **caratteri TNR 9** come indicato:

*Key words:* stratigraphy, island, DNA, proteinase, etc.

A distanza di 0.5 rigi digitare, come indicato, due riassunti con **caratteri TNR 9** di cui uno in italiano e l'altro in inglese:

Esempio di prima pagina

**Analisi sismologiche fatte  
nella terra d'Otranto nel decennio 1970-1980**  
Nota di Vincenzo Rosso<sup>1</sup>, Nicola Verde<sup>2</sup> e Pasquale Bianco<sup>1\*</sup>

Presentata dal socio Michele Russo  
(Adunanza del 6 febbraio, 1999)

*Key words*: : stratigraphy, Apulia, protein, hemoglobin etc.

**Abstract** - Abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified; abstract written in English language, in Times New Roman 9, justified;

**Riassunto** - Scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano; scritto giustificato in Times New Roman 9, in italiano.

## 1 - INTRODUCTION

Primo capoverso dell'introduzione primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione, primo capoverso dell'introduzione.

(Al termine della prima pagina, a piè pagina si inserisce)

---

<sup>1,2..</sup> Indirizzi e le varie affiliazioni; tanti quanti necessari per i vari autori

\* Author to whom correspondence should be addressed

(qui termina la nota a piè pagina e la pagina 1)

**BIBLIOGRAFICI (REFERENCES).** I riferimenti, di cui si forniscono esempi per periodici e libri, **vanno scritti in TNR 9 con i titoli in corsivo:**

Hudson, T.H. and Grillo, F.G. (1993) *Reactivation of an inactive human X chromosome*. Science, **230**, 157-163.

Abrahams, R. and Marsden, J. (1978) *Foundation of mechanics*. Benjamin, New York, NY

Eventuali Ringraziamenti (Acknowledgements) per finanziamenti o altro vanno inseriti a piè di pagina al termine di RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI usando **TMS 9**.

Es:

**Acknowledgements:** i contributi economici, i ringraziamenti per notizie, altro.

Ricordare che come note a piè pagina della prima pagina, dopo una linea di divisione, vanno inseriti in **Times New Roman 9** i richiami e le eventuali annotazioni riguardanti il titolo e gli autori come nell'esempio:

---

<sup>1</sup> Dipartimento 1, indirizzo 1; Dipartimento 2, indirizzo 2 e così per i vari numeri che nel titolo distinguono gli autori.

\* Author to whom correspondence should be addressed (Autore a cui indirizzare la corrispondenza)